Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

# VERSLAGEN

VAN DE

# GEWONE VERGADERINGEN

DER

# WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van 29 Mei 1897 tot 23 April 1898.**

DEEL VI.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
Mei 1898.

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van Zaterdag 29 Mei 1897.**

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 1. — In memoriam A. D. VAN RIEMSDIJK, p. 2. — Mededeeling van den Heer KORTEWEG: „Over zekere trillingen van hoogere orde van abnormale intensiteit (relatietrillingen) bij mechanismen met meerdere graden van vrijheid", p. 3. — Mededeeling van den Heer EYKMAN: „De bestrijding der Beri-Beri" p. 6. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. P. ZEEMAN: „Een experiment over de zoogenaamde anomale voortplanting van golven", p. 11. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. P. ZEEMAN: „Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten", p. 13. — Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens den Heer A. VAN ELDIK: „Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase", p. 18. (Met 2 platen). — Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens Dr. L. H. SIERTSEMA: „Over den invloed van drukking op de natuurlijke draaiing van het polarisatievlak in oplossingen van rietsuiker", (vervolg) p. 24. — Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Over den weerstand, dien een vloeistofstroom in een cilindrische buis ondervindt", p. 28. — Mededeeling van den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM, namens Dr. E. COHEN: „Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het normale verloop van scheikundige reakties in oplossingen", p. 49. — Mededeeling van den Heer J. C. KAPTEIJN: „Verdeeling der kosmische snelheden", p. 51.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

De Heeren SURINGAR en HOOGEWERFF hebben bericht gezonden, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

Ingekomen is het bericht van het overlijden van het lid der Akademie Jhr. Mr. Dr. ADRIAAN DANIËL VAN RIEMSDIJK. Naar aanleiding van dit bericht zegt de Voorzitter het volgende:

De Afdeeling heeft door den dood van den Heer VAN RIEMSDIJK het verlies te betreuren van een bekwaam man die in zijne betrekking belangrijke diensten aan het vaderland heeft bewezen, doch die ook op wetenschappelijk gebied met vrucht werkzaam is geweest.

Door zijne ruim opgevatte studiën, eerst in de rechtsgeleerdheid, daarna in de scheikunde, waarin hij den doctorstitel behaalde met eene dissertatie over den invloed der warmte op scheikundige verbindingen, had hij zich uitnemend voorbereid voor zijn werkkring bij de Rijksmunt, waarin hij geruimen tijd werkzaam was, in den laatsten tijd als voorzitter, belast met de functie van inspecteur essaieur generaal.

Hoewel hij ook enkele analyses heeft gepubliceerd van water, verkregen bij diepe boringen in Utrecht, heeft hij zich toch vooral verdienstelijk gemaakt door in zijne betrekking talrijke waarnemingen te verzamelen en onderzoekingen uit te voeren omtrent de legeeringen van goud en zilver, met name met de platinametalen en omtrent de scheiding dier metalen bij den essaai.

Ook ging hij den invloed na van lood, zink en cadmium bij de goudproef, en gaf hij eene belangrijke verhandeling over het zoogenaamde blikken en den invloed van vreemde metalen op dit verschijnsel.

In al deze onderzoekingen, welke opgenomen zijn in het algemeen verslag van het muntcollege en in de mededeelingen uit het laboratorium van 's Rijks munt, deed RIEMSDIJK zich kennen als een scherpzinnig waarnemer en als een zeer ervaren analyticus.

Ook als mensch achten wij hem hoog en zijne nagedachtenis zullen wij in eere houden.

Verder zijn ingekomen: 1°. Een schrijven van den Minister van Binnenl. Zaken dd. 11 Mei j.l. waarin medegedeeld wordt dat H.M. de Koningin-Regentes de benoemingen heeft bekrachtigd van de Heeren: V. A. JULIUS, W. H. JULIUS, J. C. KLUYVER, C. A. LOBRY DE BRUYN en E. W. ROSENBERG tot gewone leden; van de Heeren: L. BOLTZMANN, H. POINCARÉ, D. GILL, F. KLEIN en H. C. VOGEL tot buitenlandsche leden, en van den Heer J. J. A. MULLER tot Correspondent van de Wis- en Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen.

2°. Brieven van de hierboven genoemde Heeren, met uitzondering van den Heer GILL te Kaapstad en van den Heer MULLER te Batavia, dat zij, onder dankzegging voor de hun ten deel gevallen onderscheiding, verklaren het lidmaatschap der Afdeeling gaarne aan te nemen.

Door de Heeren MOLL en BEIJERINCK worden de nieuwbenoemde gewone leden binnengeleid, waarna zij door den Voorzitter worden verwelkomd.

3°. Programma's van het internationaal geologisch congres van 29 Augustus tot 4 September 1897 te St. Petersburg te houden. Aan de geologische leden der Afdeeling en andere Nederlandsche geologen zijn exemplaren van dit Programma toegezonden.

**Wiskunde.** — De Heer KORTEWEG biedt voor de werken der Akademie eene verhandeling aan, getiteld: „*Over zekere trillingen van hoogere orde van abnormale intensiteit* (*relatietrillingen*) *bij mechanismen met meerdere graden van vrijheid*". Hij geeft een overzicht van de door hem verkregen resultaten en een uittreksel van den inhoud voor het Verslag der Vergadering.

Wanneer $x, y, z \ldots$ de principale coördinaten van een om een evenwichtstoestand heen en weer slingerend mechanisme voorstellen, dan verkrijgen de bewegingsvergelijkingen de navolgende gedaante:

$$\ddot{x} + n_x^2 \, . \, x + \Sigma_g \dot{x}^2 + \Sigma_g \dot{x}\dot{y} + \Sigma_g x\ddot{x} + \Sigma_g x^2 + \Sigma_g xy + \Sigma_g x\dot{x}^2 + \ldots = 0$$

$$\ddot{y} + n_y^2 \, . \, y + \Sigma_g \dot{x}^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots = 0$$

etc., alwaar aan het teeken $\Sigma_g$ deze beteekenis moet worden gehecht, dat niet alleen de overeenkomstige termen gesommeerd maar bovendien aan elk van hen een coëfficient moet worden toegevoegd.

In deze vergelijkingen stellen $n_x$, $n_y$, enz. het aantal slingeringen voor, dat voor elke der principale trillingen in $2\pi$ tijdseenheden plaats grijpt.

Met inachtneming der termen van hoogere orde kunnen deze vergelijkingen in het algemeen worden geïntegreerd met behulp der reeksontwikkelingen :

$$x = \overset{(2)}{\alpha}_{00\ldots0} + A\,h\cos\varphi + \overset{(3)}{\alpha}_{010\ldots0}\cos\psi + \ldots\ldots +$$

$$+ \Sigma\, \overset{(S)}{\alpha}_{pqr\ldots} \cos(p\,\varphi + q\,\psi + \ldots)$$

$$y = \overset{(2)}{\beta}_{00\ldots0} + \beta_{10\ldots0}\cos\varphi + B\,h\cos\psi + \ldots\ldots +$$

$$+ \Sigma\, \overset{(S)}{\beta}_{pqr\ldots} \cos(p\,\varphi + q\,\psi + \ldots)$$

$$z = \ldots\ldots \text{ etc.}$$

alwaar :

$$\varphi = (n_x + \overset{(2)}{\sigma})\,t + \lambda\,;\ \psi = (n_y + \overset{(2)}{\tau})\,t + \mu\,;\ \chi = \ldots$$

In deze reeksontwikkelingen zijn $A, B, \ldots, \lambda, \mu \ldots$ de integratieconstanten, van welke de bewegingswijze afhankelijk kan worden beschouwd; $h$ wordt als eene kleine grootheid opgevat, en wel *zóó* dat bij definitie eene verandering van $h$, zonder dat $A$, $B, \ldots$ veranderen, als eene verandering in de intensiteit eener zelfde bewegingswijze, eene verandering daarentegen in de verhoudingen $A : B : C : \ldots$ als eene verandering in de bewegingswijze zelve wordt beschouwd.

De coëfficiënten $\alpha, \beta, \ldots, \sigma, \tau \ldots$ stellen allen reeksontwikkelingen voor naar de stijgende machten van $h$, terwijl de bijgevoegde bovenindex de laagste macht van $h$ aanwijst, welke daarbij optreedt.

De index $S$ is daarbij gelijk aan de som der absolute waarden der coëfficiënten $p, q, r \ldots$

De berekening der in de coëfficiënten $\alpha, \beta, \ldots, \sigma, \tau \ldots$ optredende grootheden biedt theoretisch geene bezwaren aan. Men zal achtereenvolgens, die welke met $h^2$, daarna die welke met $h^3$, enz. aangedaan zijn, berekenen kunnen en daarbij telkens slechts éene onbekende te gelijk op te lossen hebben.

De zoo verkregen reeksen zullen in het algemeen voor kleine waarden van $h$ snel convergeeren.

Nu wordt echter bij die berekening door een factor gedeeld. Die deeler is bijv. voor $\alpha_{pqr\ldots}$ van den vorm:

$$n_x^2 - (p\,n_x + q\,n_y + \ldots)^2 + \Sigma h_q^2 .$$

Wordt die deeler klein dan worden de overeenkomstige termen, en derhalve ook de trillingen, welke zij voorstellen, abnormaal verhoogd.

Dit geval zal zich telkens voordoen, wanneer tusschen de trillingsgetallen $n_x$, $n_y$, ... eene lineaire relatie bestaat van den vorm:

$$p_1 n_x + q_1 n_y + \ldots\ldots = \varrho$$

alwaar $p_1$, $q_1$,... geheele, positieve of negatieve coëfficiënten, $\varrho$ eene relatief kleine relatierest voorstelt.

Het is de theorie dezer abnormaal verhoogde trillingen van hoogere orde, door den heer KORTEWEG relatietrillingen genoemd, welke in de aangeboden verhandeling wordt onderzocht.

Hun optreden zal zich bij mechanismen, als bijv. den dubbelen slinger, door periodieke wijzigingen der amplituden kenmerken, bij geluidstrillingen door zwevingen, bij lichttrillingen, indien deze op de door den heer V. A. JULIUS in zijne in de werken der Akademie, deel 26, (1888) opgenomen verhandeling „Over de lineaire spectra der elementen" verdedigde wijze mogen worden opgevat, door de aanwezigheid, naast de lijnen der principale trillingen, van andere op geringe en gelijke afstanden daarvan gelegen, welke zelfs somtijds tot het ontstaan van een geheel roosterspectrum aanleiding zouden kunnen geven.

Evenwel zoude dit roosterspectrum in hoofdzaak symmetrisch aan weerskanten der principale trillingsstreep moeten gelegen zijn en dus weinig overeenstemming vertoonen met de bekende roosterspectra der koolstofverbindingen.

Afgezien nu echter van de toepasselijkheid der ontwikkelde theorie op de spectra der gassen, vond de schrijver in de voorstelling van denkbeeldige spectra der trillende mechanismen een eenvoudig middel om de verkregen resultaten op overzichtelijke wijze uit te drukken.

Eene groote rol in de theorie der relatietrillingen speelt de waarde van de som $S_1$ der in de relatie optredende coëfficiënten $p_1$, $q_1$, etc.,

daarbij voor elk van hen de absolute, positief gerekende, waarde kiezende.

Voor $S_1 > 4$ zullen de relatietrillingen in het algemeen in intensiteit een of meerdere orden beneden die der principale trillingen blijven, voor $S_1 \leq 4$ daarentegen zullen zij, als de waarde van $h$ blijft stijgen, ten slotte gelijke intensiteit bereiken kunnen met de principale trillingen zelven, zoodat zich in het spectrum bij iedere principale trilling, die in de relatie betrokken is, een geheel rooster van aan weerskanten slechts langzaam in intensiteit afnemende strepen zal gaan vertoonen.

Dezelfde scherpe onderscheiding tusschen de gevallen $S > 4$ en $S_1 \leq 4$ vond de schrijver terug bij het onderzoek van den invloed van relaties zonder relatierest.

Tevens echter ontdekte hij het bestaan van mechanismen, waarbij de relatietrillingen niet de intensiteit bereiken, welke *in het algemeen* te verwachten is.

Tot die mechanismen, uitzonderingsmechanismen genaamd, behoort bijv. de gewone bolslinger, voor welke natuurlijk de relatie $n_x = n_y$ vervuld is, en evenzeer de vlakke dubbele slinger, wiens afmetingen zoo gekozen zijn dat $n_x = 2\,n_y$.

**Geneeskunde.** — De Heer EIJKMAN spreekt over: *„De bestrijding der beri-beri"*, naar aanleiding van onderzoekingen van Spreker en van den Heer VORDERMAN, Correspondent der Afdeeling te Batavia.

Voor eenige jaren was ik te Batavia in de gelegenheid een eigenaardige hoenderziekte te bestudeeren, die in vele opzichten overeenkwam met beri-beri. Het gelukte mij om aan te toonen, dat deze ziekte teweeggebracht werd door voeding met bepaalde amylacea, waarvan ik hier slechts als het voornaamste de rijst noem. Deze bleek in rauwen, zoowel als gekookten toestand altijd schadelijk te zijn, doch alleen wanneer zij gepeld was. Ongepelde rijst, gekookt of ongekookt, verdroegen de dieren zeer goed en evenzoo halfgepelde rijst, waaronder ik versta rijst, die alleen van den groven buitenbolster ontdaan is, en waarvan dus de korrels nog omhuld zijn door een fijn vliesje, het z.g.n. zilvervliesje. Uit op verschillende wijze gevarieerde proeven, die elders gepubliceerd zijn, trok ik de conclusie, dat in dit zilvervliesje waarschijnlijk een stof of stoffen voor-

handen zijn, waardoor de schadelijke invloed van het zetmeel-houdend voedsel geneutraliseerd wordt.

Nu was mij bekend dat zulke halfgepelde rijst in vele streken van Java nog als volksvoedsel in gebruik is; met name is dit het geval met die varieteit, welke, wegens de kleur van het zilvervliesje, roode rijst genoemd wordt. Het lag dus voor de hand eens na te gaan of de voeding met halfgepelde rijst ook een gunstigen invloed had op de beri-beri. Daartoe stonden twee wegen open. In de eerste plaats kon men in landsinrichtingen, waar beri beri onder de geïnterneerden voorkwam, de voeding met halfgepelde rijst invoeren en afwachten of het ziekte-cijfer daardoor daalde. Zulke proeven worden sedert het vorige jaar op Java genomen en de aanvankelijke resultaten daarvan zijn inderdaad veelbelovend. Echter duren deze proeven nog te kort en zijn zij op te kleine schaal genomen om aan die uitkomsten nu reeds groote beteekenis te hechten. Doch het had ook anders kunnen zijn, de proeven hadden reeds dadelijk ongunstig kunnen uitvallen en zulk een resultaat zou wèl als afdoende gegolden hebben; het is dus reeds iets waard te kunnen mededeelen dat dit tot nog toe niet het geval is geweest.

De tweede weg, waarop ik zooeven doelde, is met succes door den Heer VORDERMAN ingeslagen. Als Inspecteur van den civiel geneeskundigen dienst was het hem bekend dat overeenkomstig plaatselijk gebruik in sommige inlandsche gevangenissen de witte, gepelde rijst aan de gevangenen verstrekt wordt, in andere daarentegen de roode, halfgepelde. Het kwam er dus op aan, na te gaan of er verband bestond tusschen den aard der hoofdvoeding en het voorkomen der beri-beri in de gevangenissen.

VORDERMAN begon met schriftelijk aan de plaatselijke autoriteiten de noodige gegevens dienomtrent te vragen. Deze loopen over een honderdtal gevangenissen, dus een cijfer, groot genoeg om er een betrouwbare statistiek van te verkrijgen.

Het bleek nu dat er onder de 27 gevangenissen, waar roode rijst verstrekt werd, slechts één was, waarin beri-beri voorkwam, tegen 36 (of ruim 50°/₀) van de gevangenissen, waar de hoofdvoeding volgens de opgave uit witte rijst bestond.

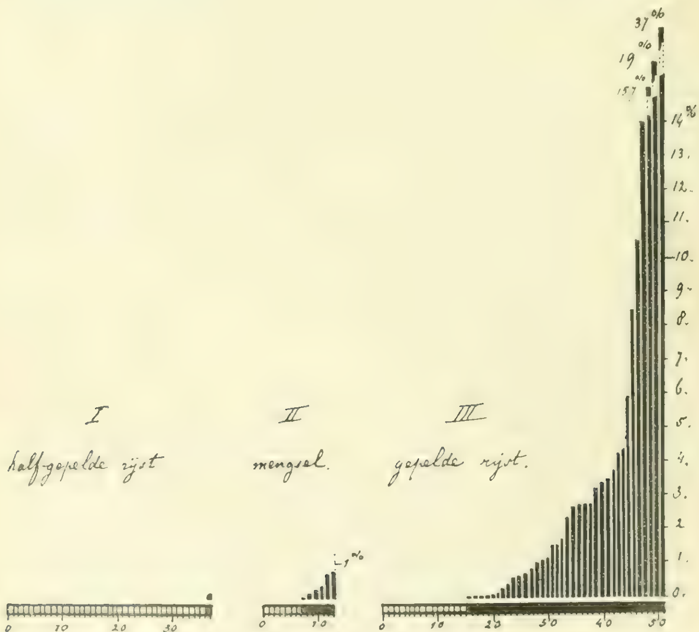
Deze uitkomst was dermate verrassend dat de Indische Regeering op mijn voorstel aan den Heer VORDERMAN opdroeg alle gevangenissen op Java en Madoera te bezoeken, teneinde de juistheid der verstrekte gegevens nader te controleeren en verder te onderzoeken, welke andere factoren mogelijkerwijs op het al of niet voorkomen van beri-beri van invloed zouden zijn. Deze inspectiereis heeft geduurd van Mei tot September 1896, en het zijn de bevindingen door

VORDERMAN daarbij opgedaan, die ik nu in het kort ga mededeelen.

Het onderzoek naar het voorkomen van beri-beri heeft hij uitgestrekt over een tijdperk van 1 Jan. 1895 tot op den dag der inspectie.

Wat de onderzochte rijstmonsters betreft, zoo bleek, dat niet kon worden volstaan met de onderscheiding tusschen gepelde en halfgepelde rijst. In eenige gevallen waren de korrels slechts ten deele van het zilvervliesje ontdaan; zulke rijst [1]), welke dus tusschen gepelde en halfgepelde rijst in staat, zal ik met „mengsel" aanduiden.

Het verband tusschen de voeding en het voorkomen van beri-beri in de gevangenissen is hier voor elk der drie rubrieken van rijstvoeding graphisch voorgesteld. Langs de abscislijn telt men het aantal gevangenissen. Die, waarin beri-beri voorkomt, zijn geheel zwart aangegeven, de daarboven geplaatste ordinaten geven voor elke gevangenis de morbiditeit aan, d. i. de procentische verhouding van het aantal beri-berilijders tot het geheele aantal geïnterneerden.




[1]) VORDERMAN noemt deze *halfafgewerkte* rijst; de halfgepelde heet bij hem: *onafgewerkte*, de geheel gepelde: *afgewerkte* rijst.

Wij zien dat beri-beri voorkomt:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| I (halfgepelde rijst). | In 1 | van 37 | gevangenissen, | d.i. in | **2.7** pCt. |
| II (mengsel) . . . . . | „ 6 | „ 13 | „ | „ „ | **46.1** „ |
| III (gepelde rijst) . . | „ 36 | „ 51 | „ | „ „ | **70.6** „ |

De invloed van den aard der rijstvoeding spreekt uit deze cijfers nog duidelijker, dan bij de eerste enquête. Geheel in overeenstemming met hetgeen ik bij de kippenziekte waarnam, vinden wij den stand der beri-beri des te gunstiger, hoe meer van het zilvervliesje behouden is gebleven. Dit geldt ook van de morbiditeit. In de eenige gevangenis der rubriek I, waar beri-beri voorkomt, bedraagt het ziektecijfer slechts 0.16 pCt.; in de tweede rubriek komen reeds iets hoogere cijfers voor, maar die toch alle beneden 1 pCt. blijven. In de derde rubriek eindelijk stijgt de morbiditeit in $^{2}/_{3}$ van de door beri-beri bezochte gevangenissen boven 1 pCt. en gaat niet zelden boven 10, ja in één geval (vrouwengevangenis te Soerabaja) tot 37 pCt.

In doorslag genomen, zijn door beri-beri aangetast:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| In rubriek | I . . . | 1 | op 10.000 | geïnterneerden. |
| „ „ | II . . . | 1 | „ 416 | „ |
| „ „ | III . . . | 1 | „ 39 | „ |

Deze statistiek loopt over een totale sterkte van 279.623 geïnterneerden.

Zij, die de oorzaak der beri-beri gezocht hebben in de rijstvoeding, hebben in 't bizonder aan oude, verlegene rijst schadelijke eigenschappen toegeschreven. In Nederl.-Indië heeft men vooral ook aan de geïmporteerde rijst (Saigon-, Rangoonrijst) de schuld gegeven. Bij mijn proeven op hoenders bleken de soort en herkomst van de rijst er niet toe af te doen. Zoowel met gepelde rijst van uitheemschen oorsprong als met gepelde Javarijst kon de ziekte verwekt worden, niet alleen met oryza sativa, maar ook met oryza glutinosa (kleefrijst). Dat de ziekte niet veroorzaakt werd door slechte conserveering van de rijst na de pelling, bleek daaruit dat zij ook ontstond, wanneer de rijst pas even vóór de consumptie gepeld was.

Vorderman's onderzoek leverde nu ten aanzien van de beri-beri geheel gelijksoortige uitkomsten op. Zijn conclusie luidt: „Uitheemsche rijst heeft als zoodanig geen bizonderen invloed op het ontstaan van beri-beri, verlegen rijst evenmin."

In hoeverre andere hygienisch gewichtige faktoren van invloed zijn op het voorkomen van beri-beri in de gevangenissen, leeren ons de volgende cijfers:

*Ouderdom der gebouwen:*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 40—>100 j.... | Beri-beri in 13 van 26 gevangenissen, | d.i. in | **50** | pCt. |
| 21— 40 j. .. | „ „ 11 „ 32 | „ | „ „ | **34.4** | „ |
| 2— 20 j.... | „ „ 19 „ 42 | „ | „ „ | **45.2** | „ |
| *Vloeren:* | | | | | |
| Impermeabel... | „ „ 21 „ 58 | „ | „ „ | **41.4** | „ |
| Deels perm. } deels niet }... | „ „ 7 „ 13 | „ | „ „ | **53.9** | „ |
| Permeabel..... | „ „ 12 „ 29 | „ | „ „ | **41.4** | „ |
| *Ventilatie:* | | | | | |
| Goed......... | „ „ 28 „ 68 | „ | „ „ | **41.2** | „ |
| Matig........ | „ „ 8 „ 11 | „ | „ „ | **72.7** | „ |
| Slecht........ | „ „ 7 „ 21 | „ | „ „ | **33.3** | „ |
| *Bevolkingsdichtheid:* | | | | | |
| Weinig bevolkt. | „ „ 32 „ 73 | „ | „ „ | **44.6** | „ |
| Matig........ | „ „ 1 „ 1 | „ | | | |
| Over......... | „ „ 9 „ 26 | „ | „ „ | **34.6** | „ |

Nergens komen hierbij verschillen aan den dag, sprekend genoeg om er een conclusie uit te trekken.

Duidelijker schijnt de invloed van de ligging al of niet in de nabijheid van de zeekust. De eenige gevangenis van rubriek I, waar beri-beri voorkomt, is aan zee gelegen (Bangkalan op Madoera).

Verder vinden wij:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Aan zee..... (0—18 M. +) | Beri-beri in 22 van 33 gevangenissen, | d.i. in | **66.7** | pCt. |
| In het binnenl. (4—800 M. +) | „ „ 21 „ 68 | „ | „ „ | **30.9** | „ |

De verhouding is dus voor de aan zee gelegen plaatsen ruim tweemaal zoo ongunstig als voor het binnenland. Echter blijkt een groot deel van dit verschil op rekening te komen van verschillen in den aard der rijstvoeding. Van de gevangenissen der eerste rubriek (halfgepelde rijst) zijn er nl. slechts 4 nabij de zee en 33 in het binnenland gelegen. Beschouwen wij uit het oogpunt van de ligging alleen de gevangenissen van rubriek III (gepelde rijst), zoo blijkt het volgende:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Aan zee....... | Beri-beri in 20 van 25 gevangenissen, | d.i. in | **80** | pCt. |
| In het binnenland. | „ „ 16 „ 26 | „ | „ „ | **62** | „ |

Het verschil van zooeven is dus nu aanzienlijk geringer geworden.

Men zou nog ten gunste van het binnenland kunnen aanvoeren,

dat ook de morbiditeit daar over het geheel lager is dan op de kustplaatsen, doch dan moet ik er op wijzen, dat de hoogere ziektecijfers hier geheel op rekening komen van de drie hoofdplaatsen Batavia, Semarang en Soerabaja, centra van druk verkeer, wier wedergade in het binnenland niet gevonden wordt. Over de faktoren, die in deze nog in het spel zouden kunnen zijn, zal ik hier niet uitweiden. Dat intusschen aan den aard der rijstvoeding een overwegende invloed moet worden toegekend, zal men na het hier medegedeelde moeten toegeven.

Het volgende voorbeeld, waarbij alle andere factoren dezelfde waren gebleven, alleen de rijstvoeding veranderd was, pleit nog voor die opvatting. In de gevangenis te TolongAgoeng werd vroeger gepelde rijst gegeten; het ziektecijfer der beri-beri bedroeg toen 5.8 pCt. Sedert 1 Juli 1895 is daar de gepelde door halfgepelde rijst vervangen en het ziektecijfer is tot nul gedaald.

**Natuurkunde.** — De Heer VAN DER WAALS biedt voor het Verslag der Vergadering eene mededeeling aan van Dr. P. ZEEMAN: *„Een experiment over de zoogenaamde anomale voortplanting van golven".*

Eenigen tijd geleden werd door Prof. VAN DER WAALS mijne aandacht gevestigd op de door GOUY (Ann. de Chim. et de Phys. (6) T. 24, p. 145) gevonden stelling, dat een spherische golf bij haren doorgang door een brandpunt een phaseversnelling van een halven trillingstijd verkrijgt. Door JOUBIN (C. R. T. 115. p. 932, 1892) werd van die stelling voor een bijzonder geval een experimenteel bewijs geleverd met behulp van een apparaat analoog aan het bekende voor de NEWTON'sche ringen. Door Prof. VAN DER WAALS werd ik aangemoedigd in mijn poging om langs een anderen weg dan JOUBIN de bovengenoemde stelling op de proef te stellen. Ik wil mij veroorlooven het gevonden experiment aan de Akademie mede te deelen.

Het hoofdvereischte voor de proef is een planconvexe lens geslepen uit kalkspaath, zoodanig dat de as van het kristal valt in het vlak der lens. Een dergelijke lens bezit natuurlijk 2 brandpunten, (één voor de gewone en één voor buitengewone stralen), die bij het exemplaar, dat ik bij STEEG en REUTER had laten maken, op ongeveer 33 cm. en 44 cm. van de lens lagen. De middellijn van de lens bedroeg ongeveer 28 mm. Wordt zulk een lens gebracht tusschen 2 gekruiste of tusschen 2 evenwijdige Nicols, zoodanig dat de optische as een hoek van 45° maakt met de polarisatievlakken

der Nicols, dan vertoont zich een systeem concentrische ringen, die geheel op die van NEWTON gelijken, hoewel ze aan geheel verschillende oorzaken hun ontstaan te danken hebben [1]).

Gebruikt men een wijden lichtbundel dan is het ringsysteem gelocaliseerd op de lens, maar bij gebruik van een puntvormige lichtbron is het niet langer gelocaliseerd maar in de geheele ruimte zichtbaar. Gaat nu een der interfereerende bundels door een brandpunt heen dan krijgt deze volgens GOUY een phaseversnelling van een halven trillingstijd. Bij gegeven dikte van de lens kan zich nu het geval voordoen dat men tusschen de brandpunten een ringsysteem met donker middenpunt ziet, men ziet er dan een met licht middenpunt buiten de brandpunten en omgekeerd. Intusschen zijn de ringen alleen dan goed waarneembaar wanneer, ook bij zoogenaamd monochromatisch licht, het phaseverschil der beide uit de lens tredende bundels vrij klein blijft. Om nu de proef te kunnen nemen, zonder de lens buitengewoon dun te moeten maken, werd een plaat kalkspaath met plan-parallelle zijvlakken en evenwijdig aan de as geslepen achter de lens geplaatst. De hoofdrichtingen in deze plaat werden 90° gedraaid t. o. v. van die in de lens. Door de plaat meer of minder te draaien om een der hoofdrichtingen kan men het phaseverschil voor stralen die midden door de lens gaan zeer klein maken terwijl dan tegelijkertijd het ringsysteem zoo duidelijk mogelijk is. Het gebruik van de hellende plaat maakt dat men door wijziging der helling naar willekeur het midden van het ringsysteem donker of licht kan maken en zelfs in dit midden elk willekeurig phaseverschil tusschen de interfereerende bundels kan teweeg brengen. Dit heeft de beschreven proef voor boven die van JOUBIN, waarbij tusschen de brandpunten het midden van het ringsysteem steeds wit is. Als andere voordeelen kunnen nog genoemd worden: grootere lichtsterkte van 't verschijnsel, blijvende fraaie vorm van het ringsysteem onafhankelijk van een uitgeoefenden druk enz. Gemakkelijk kan men nog varianten op 't experiment bedenken. Voor ik een daarvan nog even nader aangeef, wil ik enkele détails van de gebruikte inrichting mededeelen. Als lichtbron diende kalklicht. Een uiterst fijn gaatje in een stuk karton, voor de lamp geplaatst, diende als lichtpunt. Op 2.20 M. hiervan was de lens geplaatst. Tusschen de lens en het lichtpunt bevond zich de polarisator. Lens, hulpplaat, analysator en loupe (vergrooting 10 maal) bevonden zich op een optische bank. Wanneer een rood glas voor de fijne opening was geplaatst konden zes donkere ringen worden waarge-

[1]) vg. MASCART, Traité d'Optique II. p. 27.

nomen en wel vóór, tusschen en na de brandpunten steeds zeer duidelijk. Tot vlak bij de brandpunten was het ringsysteem zichtbaar.

De wijziging in het experiment, waarop ik hierboven doelde, is deze. Maak (door geschikte plaatsing van de hulpplaat) dat het licht in het midden van het gezichtsveld circulair gepolariseerd is. Met een $\frac{\lambda}{4}$ plaatje kan dit dan weer lineair gepolariseerd worden en dan dus met een Nicol in een bepaalden stand worden uitgebluscht. Verwijdert men zich nu met den Nicol (en loupe) van de lens, tot het eerste brandpunt is gepasseerd, dan is het midden van het gezichtsveld licht en kan weder donker gemaakt worden door draaiing van den Nicol over 90°.

**Natuurkunde.** — De Heer VAN DER WAALS biedt voor het Verslag der Vergadering eene mededeeling aan van Dr. P. ZEEMAN: *„Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten"*.

1. Bij een vorige gelegenheid [1]) werd opgemerkt dat de elementaire behandeling van het algemeene idee van LORENTZ's theorie er op wijst dat in sommige gevallen een magnetisch verbreede spectraallijn een triplet moet vormen. Het toen gezegde kan nog iets nader worden uitgewerkt. Nadere overweging doet verwachten dat bij zeer sterke magnetische krachten de spectraallijn zich moet oplossen in doubletten of tripletten voor richtingen evenwijdig aan en resp. loodrecht op de krachtlijnen. Bij minder groote magnetische krachten zal de spectraallijn alleen verbreed worden.

Na het bevestigen van LORENTZ's voorspellingen omtrent den polarisatietoestand der randen van de lijn, beloofde een voortgezet onderzoek van haren polarisatietoestand ook in het laatste geval vruchtbaar te zullen zijn. Ook dan, wanneer de magnetische krachten niet voldoende waren om de lijn in een triplet op te lossen, kon mogelijk zulk een onderzoek de constitutie der verbreede lijn doen kennen. Het scheen mij van veel belang dit onderzoek te beproeven en te zien of de vroeger gegeven beschouwing, alleen bedoeld als een allereerste schets van een theorie der ionenbewegingen volgens LORENTZ's theorie door het experiment verder bevestigd wordt. Iets wat door LODGE [2]) blijkbaar niet zoo maar verwacht wordt. Ik wil mij ver-

---

[1]) ZEEMAN. Verslag Ak. 28 November 1896. § 19.

[2]) LODGE. The Electrician of February 16. 1897.

oorloven de tot dusver door mij verkregen voorloopige uitkomsten met betrekking tot deze vragen aan de Akademie mede te deelen.

2. In § 18 van mijne geciteerde mededeeling werd volgens LORENTZ's theorie de beweging van een ion in een magnetisch veld behandeld. Het coördinaten-systeem werd daarbij zoo gekozen, dat de $z$-as evenwijdig liep aan de richting van de magnetische kracht, terwijl het $x\,y$-vlak loodrecht daarop staat. Terwijl ik voor het overige naar de bovengenoemde mededeeling verwijs, herinner ik er aan, dat de daar beschouwde ionenbanen, vóór de magnetische kracht werkt, ontbonden werden in een rechtlijnige trilling evenwijdig aan de $z$-as en twee cirkelvormige (rechts en links loopende) in het $x\,y$-vlak. De eerste blijft onder den invloed der magnetische kracht onveranderd, van de laatste worden de trillingstijden gewijzigd.

3. Met behulp van den toen door Prof. LORENTZ gegeven regel kan men nu afleiden dat in de richting der krachtlijnen rechts en links circulair-gepolariseerd licht van verschillenden trillingstijd zal worden uitgestraald. De ionen die evenwijdig aan de krachtlijnen trillen, geven natuurlijk geen aanleiding tot lichtbeweging in die richting.

In een richting loodrecht op de krachtlijnen zullen nu die ionenbewegingen die een component evenwijdig aan het $x\,y$ vlak hebben, aanleiding geven tot lineair gepolariseerd licht, waarvan de trillingen verticaal geschieden en de trillingstijd gewijzigd is. (Men denke zich de $z$-as horizontaal). De ionen daarentegen die zich evenwijdig aan de $z$-as bewegen, brengen electrische trillingen in horizontale richting teweeg, met onveranderden trillingstijd

4. *Magnetische Doubletten.* Men zal dus bij iedere waarde der magnetische kracht een oorspronkelijk *oneindig smalle* spectraallijn zich in twee lijnen zien splitsen, wanneer het licht in de richting der krachtlijnen is uitgezonden. Heeft de spectraallijn daarentegen een zekere breedte, dan moet de magnetische verandering in trillingstijd iets grooter zijn dan overeenkomt met de *halve* breedte van de oorspronkelijke lijn wil men werkelijk een doublet zien optreden. De eene component is dan *over de geheele breedte* links, de andere over de geheele breedte rechts circulair gepolariseerd.

5. *Magnetische Tripletten.* Bij eindige breedte van de spectraallijn zal men, wanneer men loodrecht op de krachtlijnen waarneemt, de lijn zich in een triplet zien splitsen wanneer de magnetische verandering in den trillingstijd overeenkomt met de *geheele* breedte van de oorspronkelijke spectraallijn. De magnetische kracht noodig om een magnetisch triplet teweeg te brengen zal dus het dubbele moeten zijn van die welke noodig is om een doublet te vormen.

6. *Overgangsvormen van de magnetische doubletten en tripletten.* Zijn de magnetische krachten niet zoo groot als in §§ 4 en 5 werd aangenomen dan zullen zich overgangsvormen tot de niet veranderde spectraallijnen laten waarnemen, waarvan de bijzonderheden even mogen worden aangeduid. Bij de doubletten is er maar één overgangsvorm n.l. een lijn waarbij de randen circulair gepolariseerd zijn en het midden natuurlijk licht uitstraalt. Dit geval heb ik vroeger waargenomen en beschreven.

Bij de tripletten kan men twee overgangsvormen onderscheiden:

Triplet *a.* noem ik een lijn waarbij de magnetische verandering iets meer bedraagt dan overeenkomt met de halve breedte der oorspronkelijke lijn. In dat geval zal de verbreede lijn aldus zijn samengesteld: in het midden zal zij horizontale trillingen uitzenden, dan komt aan weerszijden een strook met natuurlijk licht, dan aan weerskanten eene met verticale trillingen.

Triplet *b.* Hierbij is de magnetische verandering iets minder dan met de halve breedte der oorspronkelijke lijn overeenkomt. Dit geval is het vroeger waargenomene.

7. Men mag dus verwachten dat, wanneer men een doublet juist kan waarnemen, de magnetische kracht voldoende is om ook den overgangsvorm, triplet *a*, waar te nemen. Toen het mij niet gelukte bij natrium met de mij ten dienste staande hulpmiddelen de doubletten en tripletten ontwijfelbaar waar te nemen, lag het voor de hand bij andere stoffen naar de magnetische doubletten in de eerste plaats te zoeken. Gelukte het deze te vinden dan kon men verwachten dat ook het verder onderzoek iets van de tripletten zou doen zien. Na verscheidene vruchtelooze pogingen is het mij ten slotte gelukt bij de blauwgroene lijn ($\lambda = 480\, \mu\mu$) van cadmium het doublet en het triplet *a* waar te nemen. Dat ook cadmium de door mij gevonden verbreeding der spectraallijnen vertoont, was reeds opgemerkt door Egoroff en Georgiewsky. [1])

8. Wat de inrichting der proeven betreft deze is in hoofdzaak dezelfde als de vroeger gebezigde. Evenals vroeger gebruikte ik een electro-magneet van Ruhmkorff. In plaats van het fraaie tralie dat mij in het laboratorium van Prof. Onnes ten dienste stond, gebruikte ik nu echter een kleiner met een kromtestraal van 6 Eng. voet. Evenals het Leidsche tralie bezit ook het nu gebruikte 14438 lijnen per inch. Ik nam thans in het tweede spectrum waar. Het cadmium spectrum werd teweeggebracht door middel van den ont-

---

[1]) C. R. 1897. Tome 124 p. 748 en 949.

ladingsvonk van een, door een inductorium geladen, Leidsche flesch tusschen cadmium electroden. Van de vonk en de electroden werd, zooals LOCKYER zoo dikwijls gedaan heeft, met een lens een beeld op de spleet ontworpen. Men kan er dan voor zorgen dat juist dat deel van de vonk onderzocht wordt, dat zich in het magnetisch veld tusschen de polen bevindt. De genoemde cadmiumlijn is vooral aan de zijde van het violet zeer scherp begrensd.

Het gelukte nu inderdaad bij deze lijn de verwachte verschijnselen (doublet en triplet *a*) waar te nemen.

9. Voor de waarneming van de doublet was een der polen doorboord. Bij een stroomsterkte van 30 Amp. en terwijl de afstand der polen zoo klein was als de tusschengeplaatste cadmium electroden toelieten, was de doublet zeer duidelijk. Met een analysator en $\frac{\lambda}{4}$ plaat onderzocht, bleek de eene helft ervan *over de geheele breedte* links, de andere over de geheele breedte rechts circulair gepolariseerd te zijn. Men zou kunnen onderstellen dat de donkere band tusschen de componenten eene gewone absorptielijn was. Intusschen zou men dan moeten onderstellen dat die absorptielijn juist dat deel bedekte van een magnetisch verbreede emissielijn, hetwelk natuurlijk licht uitzendt. Bij kleinere waarde van de magnetische kracht wordt nu echter de donkere band smaller. Met de ondersteldc absorptielijn kan men aannemen, dat dit ook 't geval is. Echter zou dan een grooter deel van de verbreede emissielijn natuurlijk licht moeten uitzenden, de absorptielijn zou thans slechts een deel daarvan kunnen tegenhouden. Het bleek echter dat, ook als de donkere band zeer smal was, de componenten der dubbellijn geheel uit circulair gepolariseerd licht bestonden en dat dus het donkere deel geen absorptiestreep is. Een tweede reden die nog kan worden aangevoerd tegen de opvatting als zou de donkere band eene absorptielijn zijn is deze. Men zou toch verwachten dat ze dan ook in eene richting loodrecht op de krachtlijnen zou worden waargenomen. Intusschen was in die richting niets van een absorptieband te zien. Men mag dus aannemen, dat inderdaad de door LORENTZ's theorie verlangde doublet door mij is waargenomen.

10. In de richting, loodrecht op de krachtlijnen gelukte het de als triplet *a* aangeduide verschijnselen waar te nemen. Zonder Nicol was alleen een verbreede lijn te zien. Werd een Nicol met zijn trillingsvlak verticaal gesteld dan verscheen een zeer duidelijke donkere streep op het midden van de verbreede lijn. Werd de Nicol 90° gedraaid, dan verdween die donkere streep en werd de lijn smaller, omdat nu de lineair gepolariseerde randen werden uitge-

bluscht. De analysator werd volgens den raad van LODGE [1]) opgesteld vóór het licht het tralie bereikte.

Ik had tot dusver geen gelegenheid de intensiteit van het veld in § 9 en 10 gebruikt, te meten. Wel zorgde ik er voor dat ze in beide gevallen ongeveer dezelfde was.

11. Ten slotte kan nog vermeld worden, dat ik ook sporen van de in §§ 9 en 10 beschreven verschijnselen bij natrium heb waargenomen. Maar bij natriumdamp is het wegens de bijzondere gemakkelijkheid waarmee de *D*-lijnen reeds door niet-magnetische invloeden omkeeren uiterst lastig deze verschijnselen zuiver waar te nemen. Wel kan men gemakkelijk zorgen, dat men niet door beweging van het stukje asbest storingsverschijnselen krijgt, als die waarop EGOROFF en GEORGIEWSKY [2]) in hun laatste mededeeling doelen. Ik heb ook wel om dergelijke storingen te ontgaan met goed gevolg eenvoudig den mond van den zuurstof-gasbrander met een zeer geconcentreerde oplossing van Na Cl of Na Br bevochtigd. Geringe storingen evenwel treden ook dan nog gemakkelijk op.

12. Hoewel het onderzoek nog niet is afgeloopen, geven de meegedeelde proeven zeker nieuwen steun aan de juistheid der interpretatie van de magnetiseering der spectraallijnen door LORENTZ's theorie. Wanneer de intensiteit van het door mij gebruikte veld bepaald is, zal de vraag beslist kunnen worden of men door verhooging dier intensiteit of door het zoeken naar fijnere spectraallijnen het eenvoudigst een zuiver magnetisch triplet (waarvan het bestaan nu zeer waarschijnlijk schijnt) kan hopen te verkrijgen, al moet de mogelijkheid erkend worden dat dan toch de verschijnselen minder eenvoudig zullen blijken te zijn. De nauwkeurige meting van het bedrag der magnetische verandering bij Cd en andere stoffen in een gegeven magnetisch veld moet eveneens tot later worden uitgesteld en daarmee de nadere discussie over de verhouding tusschen massa en lading der ionen in LORENTZ's theorie. Hoogst waarschijnlijk zijn deze „lichtionen" iets anders dan die der electrolyse. Wel is het gelukt met behulp der laatste allerlei andere verschijnselen met elkaar in verband te brengen, zooals ook in een verhandeling van RICHARZ [3]) geschiedt, waar o.a. ook het moleculair magnetisme door ionenbeweging verklaard wordt, maar reeds het bedrag der door mij bij Na voor $e/m$ gevonden waarde

[1]) The Electrican of 26 February '97.

[2]) C. R. T. 124 p. 949.

[3]) RICHARZ. Wied. Ann. Bd. 52. p. 385. 1894.

schijnt er zich tegen te verzetten, dat dezelfde stofdeeltjes in beide gevallen werkzaam zijn.

OLIVER LODGE [1]) heeft zelfs in een interessante verhandeling aangegeven, hoe zonder de beweging van eenige „stof" mijne uit LORENTZ's theorie afgeleide waarde van e/m kan worden verklaard.

**Natuurkunde.** De Secretaris biedt, namens den heer KAMERLINGH ONNES, eene mededeeling aan van den Heer A. VAN ELDIK: „*Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase*", verricht in het Natuurkundig Laboratorium te Leiden.

1. Wanneer men met het oog op de theorie der capillariteit van V. D. WAALS in verband met zijne theorie van het $\psi$-vlak, het verloop der stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij opvolgende verandering van samenstelling langs een binodale lijn, welke een plooipunt vertoont, tot dicht bij dit plooipunt wenscht te meten, doen zich vele experimenteele moeilijkheden voor.

In de eerste plaats moet ervoor gezorgd worden, dat de te onderzoeken mengsels niet door andere bijgemengde stoffen, al is het ook maar in geringe mate, verontreinigd zijn. Immers de proeven over het $\psi$-vlak, de plooipunten en de capillariteit, door KUENEN, DE VRIES en VERSCHAFFELT te Leiden verricht, hebben genoegzaam doen zien, hoe het noodig is voor een hoogen graad van zuiverheid zorg te dragen, wanneer men bij dergelijke onderzoekingen betrouwbare uitkomsten verkrijgen wil.

In de tweede plaats zijn er bij deze metingen echter nog een paar voorwaarden in acht te nemen, waarvan de vervulling bijzondere voorzorgen vereischt. Men moet toch bij die metingen er zeker van zijn, dat beide ruimten, welke door den meniscus worden gescheiden, slechts met een enkele phase gevuld zijn, m. a. w. dat in elke dier ruimten opzichzelf de samenstelling overal dezelfde is als bij de grenslaag. En verder is het in het algemeen bij het meten van stijghoogten noodig, den meniscus op verschillende hoogten in het stijgbuisje te brengen, en dit buisje met de vloeibare phase door te spoelen.

Het is nu, alweder volgens de proeven van KUENEN, zeer moeilijk aan de eerste voorwaarde te voldoen, en de vertragingsverschijnselen

---

[1]) Electrician of March 12, 1897.

bij de menging uit te sluiten, wanneer men de phasen niet flink door elkaar roert.

Om aan de tweede voorwaarde te voldoen, kan men de vloeibare phase op een verplaatsbaren kwikmeniscus laten rusten. Maar door dezen te bewegen zou het evenwicht, dat wij ons voorstellen door roeren verkregen te hebben, verstoord worden, wanneer daarbij de ruimte, binnen welke de geheele hoeveelheid stof is opgesloten, verkleind werd. Men zal deze ruimte dus onveranderd moeten houden, niettegenstaande het bewegen van den meniscus.

Dat het noodig is de temperatuur voortdurend in hooge mate constant te houden, om het evenwicht te bewaren, spreekt wel vanzelf.

Door de inrichting van de toestellen, die in het volgende beschreven worden, zijn de moeilijkheden, welke het vervullen der opgenoemde voorwaarden aanbiedt, overwonnen, en konden standvastige cijfers voor de opstijging verkregen worden, o.a. bij mengsels van Chloormethyl en Ethyleen. Bij deze beschrijving stellen wij ons voor, dat met de genoemde stoffen bij eene temperatuur een weinig boven de kamertemperatuur wordt gewerkt, en dus b.v. de plooi van 23° bij een mengsel van Chloormethyl en Ethyleen onderzocht wordt.

2. *Proefbuis.* Het gedeelte der in fig. II afgebeelde waarnemingsbuis, dat voor het meten der stijghoogten bestemd is, is de wijde dikwandige glazen buis $B$, die de door twee vernauwingen gecentreerd gehouden capillair bevat. Aan de bovenzijde van $B$ is een eind nauwe dikwandige buis aangebracht, dat zelf capillair uitloopt in het wijdere stuk $A$, en zoo dient om te voorkomen dat de mogelijk door het instroomende gas uit de aanvoerbuizen meegesleepte stofdeeltjes het voor de waarnemingen bestemde deel $B$ bereiken. $A$ dient tevens om het misschien reeds in de koperen aanvoerbuizen gecondenseerde Chloormethyl op te vangen, dat, doordat het met de kranen, enz. in aanraking is geweest, verontreinigd zou kunnen zijn.

Om den meniscus willekeurig te kunnen verplaatsen — hetgeen ook noodig is, wanneer men een reeks van proeven, uitgaande van dezelfde hoeveelheid Chloormethyl, wenscht te nemen, daar in verband met de sterke oplosbaarheid van het gas in de vloeistof bij hoogen druk de vloeistof sterk toeneemt — is $B$ aan den benedenkant niet gesloten, maar voorzien van een reservoir $C$, dat langs de dikwandige glazen buis $b$, den staalcapillair $c$ en de dikwandige glazen buis $d_1$, verbonden is met de met kwik gevulde persbus $D_1$ (zie fig. I). Op het kwik in deze bus wordt langs met glycerine gevulde koperen buizen de druk eener perspomp overgebracht, zoodat in $C$ de kwikmeniscus willekeurig kan verplaatst worden. De stalen capillair $c$, die door twee aan het glas vastgekitte koperen dopjes $e$ aan de beide

glazen capillairen $b$ en $d_1$ is verbonden, bestaat uit twee stukken, gescheiden door de stalen puntkraan I, die, telkens als de meniscus op de gewenschte hoogte is gebracht, gedurende de meting van de stijghoogte gesloten wordt, zoodat een mogelijk lekken van persbus of perspomp onschadelijk wordt gemaakt. Met de persbus $D_1$ is tevens verbonden de in een dergelijke bus $D_3$ geplaatste luchtmanometer $M$, die dus, met inachtneming van de wegens de niveauverschillen van het kwik aan te brengen correctie, den in de waarnemingsbuis heerschenden druk (den parameter ter bepaling van de plaats der phase op de binodale lijn), aangeeft. Door de kraan III kan de manometer van het overige deel van den toestel gescheiden worden.

Het reservoir $C$ dient, gelijk boven werd uiteengezet, om genoegzame speelruimte te laten voor het bewegen van den meniscus, en de menging door middel van een roerder te bespoedigen.

In dit reservoir nl., dat betrekkelijk groot werd genomen, om daarin steeds de vloeistofphase met een voldoende hoeveelheid gas te kunnen mengen, bevindt zich een weekijzeren staafje van ± 6 c.M. lengte, dat geheel met glas is bekleed, t. e. het reinigen der buis met zuren mogelijk te maken, en dat voorzien is van twee glazen knopjes, die ten doel hebben, het kleven aan den buiswand te voorkomen, en door vergrooting van het oppervlak de menging te vergemakkelijken.

Deze roerder wordt als bij Kuenen in beweging gebracht langs electro-magnetischen weg.

In plaats van echter de draadwindingen van den klos aan te brengen op den ijzeren cylinder zelf, die de waarnemingsbuis omgeeft, heb ik gebruik gemaakt van een gewonen draadklos $K$ (van omstreeks 500 windingen, van 7 cM. diameter en ongeveer 14 cM. lang), die zich buiten het de waarnemingsbuis omhullend waterbad beweegt, terwijl daarbinnen, onmiddellijk om de waarnemingsbuis een blikken cylindertje $k$ aan den drager van den draadklos $K$ (zie fig. I) werd opgehangen, en dus te zamen met dezen op en neer bewogen kan worden.

Daardoor wordt een betrekkelijk sterk magnetisch veld verkregen rondom de as van den klos, zoodat het mogelijk werd, met een vrij zwakken stroom (± 2 Amp, geleverd door 2 Bunsen-elementen) en dus met weinig warmteontwikkeling in den klos, een voldoende kracht op den roerder uit te oefenen. Ten einde de aanraking van het ijzer met de dikwandige waarnemingsbuis te voorkomen werd dat blikken cylindertje geheel met een beschermende laag bekleed.

De stroom door den draadklos wordt alleen gesloten gedurende

het roeren, hetwelk plaats heeft, door den roerder door den vloeistofspiegel op en neer te bewegen.

Wanneer bij de waarnemingen door het roeren van de in $C$ zich bevindende vloeistof met het daarboven aanwezige gas het thermodynamische evenwicht der beide phasen is bereikt, dat bij de bestaande temperatuur en druk behoort, wordt door het omhoogbrengen van het kwik in $C$ de vloeistofspiegel tot in $B$ gebracht, en kan daar de stijghoogte worden afgelezen.

Aan de voorwaarde, dat het volume binnen hetwelk de stof is opgesloten door het omhoogbrengen van het kwik in $C$ niet mag veranderen, wordt nu voldaan, doordat tegelijk met den meniscus in $C$ in de ruimte $E$, die met de ruimte binnen de waarnemingsbuis in verbinding staat, een tweede kwikmeniscus evenveel in tegengestelde richting verplaatst wordt. Het reservoir $E$ is met het boveneind $a$ der waarnemingsbuis $B$ verbonden door een koperen buis $h$ en een T-stuk $T$. Het staat zelf weder langs de stalen buizen $f$ in verbinding met de glazen capillair $d_2$ van de kwikbus $D_2$, van welke het door de stalen kraan II kan worden gescheiden.

De beide deelen: de waarnemingsbuis $ABC$ en het reservoir $E$ bracht ik boven elkaar in hetzelfde waterbad, om aan de geheele met het mengsel gevulde ruimte zooveel mogelijk dezelfde temperatuur te geven; daartoe verkreeg het T-stuk $T$ den in fig. II aangegeven vorm.

In het koperen stuk $g$ is met zilver gesoldeerd de koperen capillair $h$, die aan de onderzijde een bronzen overpijpje met moer draagt, om te kunnen bevestigd worden op het op $a$ vastgekitte koperen schroefstuk. Om te voorkomen, dat de opening van den pakkingring bij het aanschroeven wordt dichtgeperst, wordt een eindje staalcapillair van ± 1 cM. lengte in die opening gestoken.

Een gelijke inrichting is gemaakt aan den tweeden arm $j$ van het T-stuk, dat voert naar het reservoir. De derde tak voert langs een staal-capillair en de capillaire kraan IV naar de aanvoerbuis $l$.

De onderzijde van $T$ is door een soortgelijke, maar wegens de aanwezigheid van kwik uit staal vervaardigde inrichting $m$ verbonden met de stalen buizen $f_1$ en $f_2$ en de stalen kraan II die naar de persbus $D_2$ voert.

3. *Phasenverschuiver*. Om nu aan de beide kwikspiegels gelijke en tegengestelde verplaatsingen te kunnen geven, hetgeen ook bij andere proeven over het evenwicht van phasen wenschelijk is, werd een vloeistofverplaatser geconstrueerd, die in fig. I schematisch is aangegeven ($V$). Hij bestaat uit een dikwandigen bronzen cylinder, die door een zuiger in tweeën is verdeeld. De beide cylinderhelften

staan langs de kranen V en VI in verband, elk met één der beide bussen $D_1$ en $D_2$, waardoor dus de verschuiving van den zuiger wordt overgebracht op de kwikmenisci *C* en *E*.

De beide andere tappen van den vloeistofverplaatser zijn langs de kranen VII en VIII verbonden met elkaar, en verder langs de kraan IX met een gewone perspomp *P* (pomp voor manometer-onderzoek, van SCHÄFFER en BUDENBERG, die ook dezen vloeistofverplaatser vervaardigden). Deze inrichting laat toe, de beide menisci afzonderlijk of gezamenlijk naar verkiezing te verplaatsen.

Ten einde alleen den kwikmeniscus in *C* te verschuiven, worden I, V, VII en IX geopend, VIII gesloten. Om alleen het kwik in *E* te bewegen, moeten omgekeerd II, VI, VIII en IX open, VII gesloten zijn. De beweging wordt dan verkregen door middel van de perspomp *P*.

Voor de gezamenlijke verschuiving der beide kwikspiegels worden VII en VIII gesloten, I, II, V en VI geopend.

Nadere bijzonderheden van den vloeistofverplaatser blijken uit fig. III.

Om werkelijk ter weerszijden van den zuiger *Z* gelijke hoeveelheden glycerine te verplaatsen, loopt de zuigerstang aan beide zijden van den zuiger door tot buiten den cylinder. De sluiting in de eindvlakken wordt verkregen door lederen pakkingen.

De zuigerstang eindigt aan de eene zijde vrij ($S_1$), en is aan den anderen kant ($S_2$) verbonden met het raam *F*, waarvan zij de verschuiving volgt, die verkregen wordt door wenteling van het op de schroef *G* aangebrachte wiel *H*. Met behulp van dit wiel is het mogelijk eene langzame verschuiving en fijne instelling van den zuiger te verkrijgen.

4. *Waterbad*. De temperatuur in de proefbuis wordt op de gewenschte hoogte en voldoende constant gehouden door het waterbad, afgebeeld in fig. I.

Het in het waterbad stroomende water wordt verwarmd in een op omstreeks $4\frac{1}{2}$ M. hoogte bevestigden bak met thermo-regulateur.

Om te verkrijgen, dat steeds het water van uit dezen bak onder constant niveauverschil, en dus met constante snelheid, door het waterbad stroomt, werd de in fig. IV voorgestelde inrichting gemaakt. Door de kraan *l* wordt in den trechter *L*, die met den verwarmingsbak *N* in verband staat, iets meer leidingwater toegelaten dan verwarmd uit *N* moet afstroomen. Het overtollige water loopt in den aan *L* aangebrachten bak, en wordt door *O* afgevoerd.

In den bak *N* is, behalve de thermo-regulateur *R* en de thermometer *t*, naar het voorbeeld van OSTWALD nog aangebracht een roertoestel *P*, die in wenteling wordt gebracht door de van een gasvlam opstijgende warme lucht. De onder *N* geplaatste vlam is

hiervoor echter niet voldoende; een tweede vlam moet buiten den om $N$ aangebrachten asbestmantel geplaatst worden.

Het aldus verwarmde water stroomt door met wol omwoelde buizen, en komt van boven in de cylindrische ruimte tusschen de twee glazen mantels, waarvan de binnenste, waarin de waarnemingsbuis zich bevindt, gevuld is met stilstaand water. Dit water wordt door het omgevende stroomende water langzaam verwarmd, en nadat het temperatuur-evenwicht zich heeft ingesteld, worden ook de mogelijk nog bestaande kleine temperatuur-schommelingen er door vereffend.

De temperatuur bleef uren achtereen op minder dan 0.°1 constant, en kon ook op verschillende dagen steeds weer nauwkeurig op dezelfde hoogte worden ingesteld.

Daar bij het herhaaldelijk voorkomende springen van de waarnemingsbuis gewoonlijk ook de beide mantels verbrijzeld werden, is de geheele toestel nog geplaatst in de op fig. I afgebeelde eikenhouten kast, dezelfde, die reeds DE VRIES in zijne dissertatie beschreef.

5. *Toestel voor het verkrijgen der mengsels.* In fig. V is schematisch voorgesteld de zuiveringsinrichting, waarmee de door mij te gebruiken stoffen werden onderworpen aan het door KUENEN (Arch. Neerl. 26. 35. 1893) aangegeven zuiveringsproces.

Het kruisstuk $n$, dat door de kraan X verbonden is met de naar de waarnemingsbuis voerende koperen capillair $l$, vormt de verbinding tusschen de beide helften, elk bestemd voor een der beide componenten van het mengsel. Dit kruisstuk draagt nog de beide kranen XV en XVI, waarvan de één, die naar de kwikluchtpomp voert, het mogelijk maakt, ieder deel van den toestel naar verkiezing luchtledig te zuigen, terwijl de ander dient als afblaaskraan.

Door de kraan XI is het kruisstuk verbonden met den zuiveringstoestel voor het Chloormethyl. Daarvan is $p$ de koperen buis, die het nog onzuivere vloeibare gas inhoudt, zooals het in den handel voorkomt; $q$ is een dikwandige ijzeren buis, die met $P_2\ O_5$ is gevuld, en $r$ het dikwandige koperen busje, waarin door afkoeling in een papje van vast koolzuur en alcohol het Chloormethyl wordt verdicht. Gedurende de destillatie worden XII en XIV geopend en XI gesloten. Met kleine tusschenpoozen wordt nu XIII een weinig geopend, om het in $q$ gedroogde gas toe te laten, dat dan in $r$ condenseert, zooals blijkt uit het telkens weer teruglo open van den manometer $m$. Eerst als deze door niet meer terug te loopen aangeeft, dat $r$ geheel gevuld is met vloeistof, wordt XIII definitief gesloten. Langs XI en XV laat men vervolgens eenig Chloormethyl verkoken om zoodoende de meer vluchtige bijmengselen te verdrijven. De minder vluchtige zijn reeds in $p$ achtergebleven.

Voor het Ethyleen (dat in 't Leidsche Laboratorium zelf is verkregen uit alcohol en zwavelzuur, en dat in de gewone ijzeren bussen bewaard wordt onder een druk van 30—45 atmosph.) is de bewerking geheel dezelfde.

Als voorraadbus voor het Ethyleen dienen de twee dikwandige koperen busjes *r'* en *r''*, elk voorzien van een kraan Dit heeft in de eerste plaats het voordeel, dat de voorraad Ethyleen, zooals noodig is, grooter is dan die van het Chloormethyl; verder dient deze inrichting om met het Ethyleen hoogere drukken in de waarnemingsbuis te kunnen bereiken, dan met één grooter reservoir het geval zou zijn. Men laat nl. eerst uit *r'* zooveel mogelijk van het gas in de waarnemingsbuis overstroomen, en opent *r''* eerst, nadat *r'* weer is afgesloten.

Gemakkelijk en in korten tijd kan uit de voorraadbussen in deze reservoirs door afkoeling met alcohol en vast koolzuur zooveel Ethyleen verdicht worden, dat drukken boven 100 atm. worden bereikt bij terugkeer tot de kamertemperatuur.

**Natuurkunde.** De Heer KAMERLINGH ONNES biedt eene mededeeling aan over een onderzoek, verricht in het Natuurkundig Laboratorium te Leiden door Dr. L. H. SIERTSEMA betreffende „*den invloed van drukking op de natuurlijke draaiing van het polarisatievlak in oplossingen van rietsuiker, (vervolg)*".

1. Aan de waarnemingen, vermeld in de vorige mededeeling [1]), zijn nieuwe toegevoegd met eene grootere concentratie, waarbij de beide vroeger gebruikte kwartsplaatjes nu samen voor compensatie dienden. Verkregen zijn de volgende resultaten:

III. Dikte van de kwartsplaatjes 6.88 + 13.835 mM. = 20.715 mM.

| $c$ | $\lambda$ | $\Delta\alpha$ | $\Delta\alpha_k$ | $\Delta\alpha_s$ | $\alpha_s$ | $\Delta\alpha_s/\alpha_s$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 27.84 | 601 | + 1°.007 | + 0°.086 | 1°.093 | 439° | + 0.00249 | 10 |
| „ | 539 | 1.455 | 0.108 | 1.563 | 555° | 282 | 15 |
| „ | „ | 1.399 | 0.108 | 1.507 | 555° | 272 | 15 |
| „ | „ | 1.449 | 0.108 | 1.557 | 555° | 281 | 15 |

conc. 27.84 gemiddelde waaarde van $\frac{\Delta\alpha_s}{\alpha_s} = + 0.00273 \pm 0.00007$

Hieruit volgt verder op dezelfde wijze als vroeger voor de relatieve verandering per lengte-eenheid

[1]) Zittingsverslag Kon. Akad. 1896/97 p. 305.

| $c$ | $\Delta \beta / \beta$ |
|---|---|
| 27.84 | 0.00270 |

Uit deze uitkomst, vergeleken met de vorigen blijkt, dat eene afhankelijkheid van deze grootheid van de concentratie niet uit deze waarnemingen kan worden afgeleid.

2. Het ligt voor de hand de gevonden uitkomsten te toetsen aan eene door TAMMANN opgestelde theorie [1]). Volgens deze zou de veranderingscoëfficient van het specifieke draaiingsvermogen door uitwendigen druk dezelfde moeten zijn als de veranderingscoëfficient door den binnendruk, welke laatste kan worden gewijzigd door bijvoeging van suiker of van een willekeurig zout.

We zullen daarom tot de berekening van het specifieke draaiingsvermogen $\gamma$ overgaan. Deze grootheid hangt met de draaiing per lengte-eenheid samen door de betrekking $\beta = c\gamma$. Daar nu door vergrooting van den uitwendigen druk alle drie hierin voorkomende grootheden veranderen, volgt hieruit

$$\frac{\Delta \beta}{\beta} = \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta \gamma}{\gamma}.$$

Over de grootheid $\Delta c/c$, welke gelijk is aan den samendrukbaarheidscoëfficient $-\Delta v/v$, zijn geene waarnemingen bekend. Neemt men de hypothese van TAMMANN aan, dan kan men op de door hem aangegeven wijze haar afleiden uit de bepalingen van AMAGAT over de samendrukbaarheid van water onder hooge drukkingen [2]).

Beschouwen we hiervoor een volume $v_o$ van de oplossing bij een uitwendigen druk $= o$, waarin de binnendruk $\Delta K$ atm. meer bedraagt dan in water, en nemen we verder een even groot volume $w_{\Delta K}$ water, dat aan een uitwendigen druk $\Delta K$ onderworpen is, zoodat dus $v_o = w_{\Delta K}$. Verhoogen we nu voor beide vloeistofmassa's den uitwendigen druk met $p$. TAMMANN onderstelt nu dat dan de beide volumina nog gelijk zullen zijn, dus $v_p = w_{\Delta K+p}$. Definieeren we verder de samendrukbaarheidscoëfficient $\mu$ van water door de betrekking

$$\mu = \frac{1}{w_o} \frac{\partial w_p}{\partial p} \text{ [3]}).$$

---

[1]) Zie bv. TAMMANN, Zeitschr. f. phys. Ch. XIV, p. 433 (1894).

[2]) TAMMANN, Zeitschr. f. phys. Ch. 17 p. 620 (1895).

[3]) Onze $\mu$ komt overeen met $\frac{\partial v}{\partial p}$ bij TAMMANN, zie l. c. p. 622.

waarbij $\mu$ als eene functie van $p$ zal worden beschouwd, dan is

$$w_p = w_o \left(1 - \int_o^p \mu \, dp\right),$$

en verder

$$v_o = w_{\triangle K} = w_o \left(1 - \int_o^{\triangle K} \mu \, dp\right), \; v_p = w_{\triangle K + p} = w_o \left(1 - \int_o^{\triangle K + p} \mu \, dp\right)$$

en voor de door ons gezochte grootheid $\triangle c/c$ vinden we

$$\frac{\triangle c}{c} = - \frac{\triangle v_o}{v_o} = \frac{v_o - v_p}{v_o} = \frac{\int_{\triangle K}^{\triangle K + p} \mu \, dp}{1 - \int_o^{\triangle K} \mu \, dp}$$

waarin dan $p = 100$ te stellen is.

Nemen we verder met TAMMANN voor $\mu$ de empirische betrekking $\mu = A/(B + p)$ aan, waarin $A$ en $B$ constanten zijn, dan wordt onze gezochte grootheid

$$\frac{\triangle c}{c} = \frac{A \, l \, \frac{B + \triangle K + p}{B + \triangle K}}{1 - A \, l \, \frac{B + \triangle K}{B}}$$

De waarden van $\triangle K$ zijn afgeleid door TAMMANN uit waarnemingen van MARIGNAC over volume-verandering door verwarming [1]; de constanten $A$ en $B$ zijn evenzeer door TAMMANN berekend uit de bepalingen van AMAGAT.

We vinden met deze waarden (gemiddelde temperatuur 10°):

| $c$ | $\triangle K$ | $\triangle c/c$ | $\triangle \beta/\beta$ | $\triangle \gamma/\gamma = \triangle \beta/\beta - \triangle c/c$ |
|---|---|---|---|---|
| 9.48 | 238 | + 0.00449 | + 0.00268 | − 0.00181 |
| 18.70 | 465 | 418 | 252 | 166 |
| 27.84 | 669 | 398 | 270 | 128 |

3. We moeten nu de theorie van TAMMANN toetsen door de hier

[1] TAMMANN, Zeitschr. f. phys. Ch. XIII p. 179 (1894); XXI p. 532 (1896).

gevondene grootheid $\Delta\gamma/\gamma$ te vergelijken met de veranderingscoëfficienten door toename der concentratie. Deze vergelijking zal op de volgende wijze worden uitgevoerd. We beginnen met uit experimenteele gegevens den veranderingscoëfficient van het specifieke draaiingsvermogen af te leiden. Nemen we met TAMMANN aan, dat de door ons boven gevonden veranderingscoëfficient overeenkomt met eene verandering van den druk $\Delta K = 100$, dan vinden we hieruit hoeveel de binnendruk verandert voor $\Delta c = 1$, en deze waarde vergelijken we met die, welke volgt uit de door TAMMANN langs andere wegen afgeleide waarden.

Uit de formules van TOLLENS voor het verband tusschen specifiek draaiingsvermogen en gehalte leiden we af

| $c$ | $\Delta\gamma/\gamma$ voor ($\Delta c = 1$) | $\Delta\gamma/\gamma$ (waargen.) | $\Delta K$ |
|---|---|---|---|
| 9.48 | — 0.000238 | — 0.000181 | 13.1 |
| 18.70 | 243 | 166 | 14.7 |
| 27.84 | 068 | 128 | 5.6 |

Deze laatste grootheid stelt voor de waarden van $\Delta K$ voor $\Delta c = 1$, welke naar TAMMANN zou moeten volgen uit de formules van TOLLENS. De waarden van $\Delta K$, welke door TAMMANN uit andere verschijnselen zijn afgeleid, geven voor deze grootheid 23.1, eene waarde veel grooter dan de hier gevondene.

4. Vervolgens kunnen we de theorie van TAMMANN toetsen aan de bepalingen van FARNSTEINER[1]) over de verandering van het specifieke draaiingsvermogen door toevoeging van een inactief zout. Daar we uit de waarnemingen in verband met de hypothese van TAMMANN weten, welke verandering van $\Delta\gamma/\gamma$ met $\Delta K = 100$ overeenstemt, kunnen we $\Delta K$ voor verschillende der door FARNSTEINER waargenomen gevallen berekenen, en deze weer vergelijken met die welke TAMMANN uit andere verschijnselen vindt.

Deze vergelijking geeft uitkomsten, welke in de volgende tabellen zijn vereenigd. Hierin stellen voor:

$A$ de waarden van $\Delta\gamma/\gamma$ voor $\Delta K = 100$, welke boven zijn gevonden

$B$ „ „ „ $\Delta\gamma$, uit bepalingen van FARNSTEINER, over de toevoeging van 1 gewichtsdeel zout op $n$ deelen water,

$C$ de waarden van $\Delta\gamma/\gamma$ welke hieruit volgen,

$\Delta K$ de vermeerdering van den binnendruk, welke uit de waarnemingen volgt voor bovengenoemde toevoeging,

---

[1]) FARNSTEINER, Ueber die Einwirkung einiger anorganischen Salze auf das optische Drehungsvermögen des Rohrzuckers. Diss. Jena 1890.

$\triangle K_\tau$ de waarden van deze grootheid volgens de door TAMMANN langs andere wegen gevonden getallen.

| | $c$ | $A$ | $B$ | $n$ | $C$ | $\triangle K$ | $\triangle K_\tau$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Na Cl | 9.48 | — 0.00181 | 1.42 | 9.93 | — 0.0213 | 1120 | 1090 |
| | 18.70 | 166 | 3.01 | 4.73 | 452 | 2720 | 2030 |
| K Cl | 9.48 | 0.00181 | 1.04 | 9.93 | — 0.0156 | 862 | 636 |
| | 18.70 | 166 | 2.06 | 4.73 | 309 | 1860 | 1150 |
| Ba $Cl_2$ | 9.48 | — 0.00181 | 0.39 | 9.93 | — 0.00584 | 323 | 526 |
| | 18.70 | 166 | 0.57 | 4.73 | 855 | 515 | 990 |
| Ca $Cl_2$ | 9.48 | — 0.00181 | 1.13 | 9 93 | — 0.0169 | 934 | 1140 |
| | 18.70 | 166 | 2.38 | 4.73 | 357 | 2150 | 2400 |

De overeenstemming is voor sommige zouten bevredigend, bij andere daarentegen vindt men belangrijke afwijkingen.

5. Alles samengenomen moeten we tot het besluit komen, dat er bij de verandering van het specificke draaiingsvermogen door druk, door concentratieverandering en door het toevoegen van een inactief zout meer gecompliceerde verschijnselen in het spel zijn dan door de hypothese van TAMMANN wordt weergegeven.

**Mechanica.** — De Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan: *„Over den weerstand dien een vloeistofstroom in eene cilindrische buis ondervindt.”*

§ 1. Zoolang de gemiddelde snelheid van een stationairen vloeistofstroom beneden eene zekere van de middellijn der buis en den aard der vloeistof afhankelijke waarde blijft, kunnen de bijzonderheden der beweging gemakkelijk uit de bekende bewegingsvergelijkingen worden afgeleid. De vloeistofdeeltjes bewegen zich alle evenwijdig aan de as en het drukverschil tusschen twee doorsneden der buis is, wanneer er geene glijding langs den wand bestaat, zooals wij in het vervolg zullen aannemen, evenredig met den coefficient der inwendige wrijving en met de *eerste* macht der gemiddelde snelheid, terwijl het verder bij buizen van cirkelvormige doorsnede door de wet van POISEUILLE bepaald wordt.

Komt de gemiddelde snelheid boven de zoo even genoemde waarde, boven de *kritische snelheid*, zooals OSBORNE REYNOLDS haar genoemd heeft, dan worden de verschijnselen geheel anders. Het tot onderhouding van den stroom noodige drukverschil, dus ook de weerstand dien de buis aan den stroom biedt, wordt evenredig met eene hoogere macht van de gemiddelde snelheid $U$, volgens vele waarnemingen

evenredig met $U^2$, volgens andere met eene iets lagere macht; REYNOLDS b.v. vindt voor deze $U^{1.7}$.

Hoe nu de weerstand evenredig kan zijn met deze hoogere machten der snelheid is nog niet zoo opgehelderd als men kan verlangen.

§ 2. Van welken aard de vloeistofbeweging bij groote snelheden wordt, is vooral door de schoone proeven van REYNOLDS [1]) duidelijk geworden. Nog steeds kan eene beweging, overal evenwijdig aan de as, aan de bewegingsvergelijkingen voldoen; inderdaad kan men, zonder met deze in strijd te komen, bij eene beweging zooals die bij een klein drukverschil werkelijk bestaat, alle snelheden met een constanten factor van willekeurige grootte vermenigvuldigen.

Door de bedoelde proeven is echter bewezen, wat ook op theoretische gronden is in te zien, dat de aldus verkregen bewegingen *labiel* zouden zijn, dat dus, wanneer zij voor een oogenblik bestonden, kleine veranderingen in den toestand, door deze of gene stoornis ontstaan, zouden aangroeien. Men kan dergelijke veranderingen in de beweging opvatten als nieuwe bewegingen die op de oorspronkelijke worden gesuperponeerd. Daar men uit de theorie kan afleiden dat deze bijkomende bewegingen slechts bestaan kunnen, als hunne hoeksnelheden van 0 verschillend zijn, en daar de waarneming leert dat werkelijk bij groote snelheden in buizen en open kanalen deelen der vloeistofmassa eene wentelende beweging aannemen, kunnen de nieuwe bewegingen als „wervels" worden aangeduid, al moet opgemerkt worden, dat ook reeds bij de in § 1 genoemde strooming hoeksnelheden bestaan en dat ook deze strikt genomen eene wervelbeweging is.

Gebruiken wij intusschen thans het woord „wervels" alleen in den aangegeven zin, dan hebben wij ons voor te stellen, dat bij eene snelle strooming door eene buis gelijktijdig eene beweging met snelheden evenwijdig aan de as en eene wervelbeweging bestaat. Van de eerste hangt de hoeveelheid vloeistof af die door eene doorsnede van de buis stroomt en uit een practisch oogpunt van het meeste belang is; zij moge de „hoofdbeweging" genoemd worden. Deze strooming nu zal, juist onder den invloed van de gelijktijdig bestaande wervelbeweging, andere wetten volgen dan de eenvoudige in § 1 genoemde beweging; met name zal het verband tusschen weerstand en snelheid anders worden dan in de wet van POISEUILLE is uitgedrukt.

[1]) An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. Phil. Trans., Vol. 174, p. 935, 1883.

§ 3. Hoe men tot de bewegingsvergelijkingen kan geraken, waaraan de hoofdbeweging, op zich zelf beschouwd, voldoen moet, heeft Reynolds [1]) doen zien.

Stellen wij de *werkelijke* waarden van de stroomcomponenten en den druk voor door $u$, $v$, $w$ en $p$, de dichtheid door $\varrho$ en den coefficient der inwendige wrijving door $\mu$, dan hebben wij vooreerst

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$\varrho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial (u^2)}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} + \frac{\partial (uw)}{\partial z}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}, \text{ enz. } (2)$$

waarin $X_x$, $X_y$, $X_z$ enz. de van de wrijving afhankelijke spanningscomponenten zijn. Door invoering van de waarden

$$X_x = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x},$$

$$X_y = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$X_z = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

gaat (2) over in

$$\varrho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial (u^2)}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} + \frac{\partial (uw)}{\partial z}\right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \triangle u, \text{ enz. } . \ (2')$$

Wij kunnen, onder $\tau$ een zeker vastgesteld tijdsverloop verstaande, in elk punt $x$, $y$, $z$ en op elk oogenblik $t$ de waarden

$$\bar{u} = \frac{1}{\tau}\int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau} u\,dt, \quad \bar{v} = \frac{1}{\tau}\int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau} v\,dt, \quad \bar{w} = \frac{1}{\tau}\int_{t-\frac{1}{2}\tau}^{t+\frac{1}{2}\tau} w\,dt$$

opmaken en deze de *gemiddelde waarden* der snelheidscomponenten in dat punt op den tijd $t$ noemen. Of wel, wij kunnen een eindig of oneindig groot aantal punten in de nabijheid van $P$ beschouwen, onder dien verstande dat wanneer men voor $P$ een anderen stand $P'$ kiest, deze geheele groep van punten met behoud van de onder-

[1]) On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. Phil. Trans., Vol. 186, p. 123, 1895.

linge standen zich mede verschuift, en onder de middelwaarden $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ verstaan het gemiddelde der waarden die elke der stroomcomponenten in al de punten dezer bij $P$ behoorende groep aanneemt. Zoo er aanleiding toe bestaat kunnen wij ook eerst op de eerstgenoemde wijze de middelwaarden van $u$, $v$, $w$ over het tijdsverloop $\tau$, vervolgens van deze weder de middelwaarden over een groep van punten nemen, en wat men aldus verkrijgt door $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ voorstellen.

§ 4. Wij zullen aannemen dat de definitie der middelwaarden — door keuze van den tijd $\tau$ of van de groep van punten — zoo kan worden gegeven, dat uit de middelwaarden de „wervelbeweging" wegvalt en alleen wat wij de „hoofdbeweging" genoemd hebben, overblijft. Of, juister gezegd, wij onderstellen dat de gemiddelden op zoodanige wijze kunnen genomen worden dat eene beweging met de gemiddelde snelheden, die wij kortheidshalve de „gemiddelde" beweging noemen, aanmerkelijk eenvoudiger is dan de werkelijke beweging. Wij noemen die gemiddelde beweging dan de hoofdbeweging, en de beweging, die nog naast de gemiddelde bestaat, de wervelbeweging.

Wanneer eenmaal is vastgesteld, hoe de gemiddelde waarden van $u$, $v$ en $w$ zullen worden opgemaakt, kunnen wij eveneens van elke grootheid die bij het vraagstuk te pas komt en van $x$, $y$, $z$, $t$ afhangt, op dezelfde wijze als van $u$, $v$, $w$ de middelwaarde nemen. Wij zullen deze middelwaarden in het algemeen aanduiden door boven het teeken, dat de beschouwde grootheid voorstelt, eene streep te plaatsen. Verder onderstellen wij dat de middelwaarden aldus gedefinieerd worden dat

$$\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial t} = \overline{\frac{\partial\varphi}{\partial t}}, \quad \frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial x} = \overline{\frac{\partial\varphi}{\partial x}}, \text{ enz.} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

wat b.v. bij de straks genoemde definities het geval is.

Terwijl nu $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$, $\bar{p}$ de middelwaarden zijn, zullen wij voor de werkelijke waarden stellen

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w', \quad p = \bar{p} + p', \quad \ldots \quad (4)$$

zoodat $u'$, $v'$, $w'$ (en, zoo men wil, ook $p'$) bij de wervelbeweging behooren.

§ 5. Men zal nu uit de bewegingsvergelijkingen formules afleiden die de gemiddelde beweging nader bepalen, door eenvoudig van elken

term dezer vergelijkingen de gemiddelde waarde te nemen en daarbij de betrekkingen (3) in het oog te houden. Wat de termen betreft, die alleen de eerste macht van $u$, $v$, $w$ bevatten, verkrijgt men dan ééne zeer eenvoudige uitkomst; de termen echter met $u^2$, $uv$, enz. vereischen nadere overweging. Wij zullen daarbij nog eene vereenvoudigende onderstelling invoeren, nl. dat de wervelbeweging veel sneller van punt tot punt of van oogenblik tot oogenblik wisselt dan de hoofdbeweging en dat men dus, over het tijdsverloop of voor de groep van punten, die bij het opmaken der middelwaarden te pas komen, en die zoo moeten zijn dat de snel wisselende wervelbeweging uit het gemiddelde wegvalt, de gemiddelde beweging zelf als constant mag beschouwen. Daaruit volgt b.v.

$$\bar{u} = \bar{u}$$

en — men neme slechts van beide leden der eerste vergelijking (4) het gemiddelde —

$$\bar{u'} = 0.$$

Heeft men nu $\overline{u^2}$ te zoeken, dan vervange men eerst $u$ door $\bar{u} + u'$, zoodat men het gemiddelde van

$$\bar{u}^2 + 2\bar{u}\,u' + u'^2$$

te bepalen heeft. Daar $\bar{u}$ als eene constante beschouwd kan worden is de gemiddelde waarde van $\bar{u}^2$ door het teeken $\bar{u}^2$ zelf voor te stellen, en verkrijgt men voor de middelwaarde van $\bar{u}\,u'$

$$\bar{u}\,\bar{u'} = 0.$$

Derhalve wordt

$$\overline{u^2} = \bar{u}^2 + \overline{u'^2}$$

en evenzoo vindt men b.v.

$$\overline{u\,v} = \bar{u}\,\bar{v} + \overline{u'\,v'}$$

Uit de vergelijkingen (1) en (2') volgt ten slotte

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$\left.\begin{array}{l}\varrho\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{u}^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\bar{u}\,\bar{v})}{\partial y}+\frac{\partial(\bar{u}\,\bar{w})}{\partial z}\right]= \\ \qquad =-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\,\Delta\,\bar{u}-\varrho\left[\frac{\partial(\overline{u'^2})}{\partial x}+\frac{\partial(\overline{u'\,v'})}{\partial y}+\frac{\partial(\overline{u'\,w'})}{\partial z}\right]\end{array}\right\}\;.\;.\;(6)$$

enz.

Dit zijn de betrekkingen die door OSBORNE REYNOLDS zijn opgesteld. Zij onderscheiden zich van de vergelijkingen voor de werkelijke beweging door het optreden der termen in het tweede lid, die met $\varrho$ vermenigvuldigd zijn.

§ 6. De vorm dezer bijkomende termen leidt er toe de formules in denzelfden vorm te schrijven als de vergelijkingen (2), nl. in den vorm

$$\varrho\left[\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{u}^2)}{\partial x}+\frac{\partial(\bar{u}\,\bar{v})}{\partial y}+\frac{\partial(\bar{u}\,\bar{w})}{\partial z}\right]=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\frac{\partial X_x}{\partial x}+\frac{\partial X_y}{\partial y}+\frac{\partial X_z}{\partial z},$$

enz., waarbij dan nu

$$\left.\begin{array}{l}X_x=2\,\mu\,\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}-\varrho\,\overline{u'^2}, \\ X_y=\mu\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right)-\varrho\,\overline{u'\,v'}, \\ X_z=\mu\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+\frac{\partial\bar{w}}{\partial x}\right)-\varrho\,\overline{u'\,w'},\end{array}\right\}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(7)$$

enz. wordt.

Men kan derhalve de hoofdbeweging op zich zelf behandelen, als men maar aanneemt dat de spanningscomponenten daarbij niet alleen de door de gewone uitdrukkingen

$$2\,\mu\,\frac{\partial\bar{u}}{\partial x},\;\mu\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\frac{\partial\bar{v}}{\partial x}\right),\text{ enz.}$$

bepaalde waarden hebben, maar dat de wervelbeweging nog als het ware nieuwe spanningscomponenten

$$-\,\varrho\,\overline{u'^2},\;-\,\varrho\,\overline{u'v'}$$

te voorschijn roept.

Deze opvatting ligt ook zeer voor de hand, als men bedenkt dat

dezelfde uitwerking die door werkelijke spanningscomponenten kan worden teweeggebracht, ook zou worden verkregen wanneer door vlakte-elementen in het beschouwde lichaam stofdeeltjes, die eene hoeveelheid van beweging medevoeren, heengaan. (Men denke aan de verklaring van den druk en de inwendige wrijving in de kinetische gastheorie). Zelfs kan men uit de beschouwing dezer hoeveelheden van beweging de bewegingsvergelijkingen rechtstreeks afleiden. Immers, wanneer men een vaststaand volume-element beschouwt, moet de toename per tijdseenheid van de daarin aanwezige hoeveelheid van beweging, genomen b.v. in de richting der $x$-as, gelijk zijn aan de in die richting op het volume-element werkende kracht, vermeerderd met de hoeveelheid van beweging, die door de zijvlakken van het element meer naar binnen dan naar buiten gaat. Nemen wij in de vergelijking die dit uitdrukt van alle termen de middelwaarde, en vatten wij den druk en de wrijving als werkelijke krachten op, dan verkrijgen wij

$$\varrho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \Delta \bar{u} + \frac{\partial \bar{Q}_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{Q}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{Q}_{xz}}{\partial z}, \ldots \quad (8)$$

waarin $Q_{xx}$, $Q_{xy}$, $Q_{xz}$ eene voor de hand liggende beteekenis hebben. $Q_{xx}$ stelt de per tijdseenheid en per vlakte-eenheid berekende hoeveelheid van beweging in de richting der $x$-as voor, die, tengevolge van de zichtbare vloeistofbeweging (niet van de warmtebeweging) door een vlakte-element loodrecht op de $x$-as meer naar de zijde der negatieve dan naar de zijde der positieve $x$ gaat; $Q_{xy}$ is de overeenkomstige hoeveelheid van beweging, door een element, loodrecht op de $y$-as, meer naar den kant der negatieve $y$ dan naar dien der positieve $y$ gaande, enz.

Gemakkelijk ziet men nu in dat

$$Q_{xx} = -\varrho u^2, \quad Q_{xy} = -\varrho u v$$

is, en dus (verg. § 5)

$$\bar{Q}_{xx} = -\varrho (\bar{u}^2 + \overline{u'^2}),$$

$$\bar{Q}_{xy} = -\varrho (\bar{u} \bar{v} + \overline{u' v'}), \text{ enz.}$$

Door dit in de vergelijkingen (8) te substitueeren komt men tot den vorm (6) terug.

§ 7. BOUSSINESQ [1]) heeft de vergelijkingen voor de gemiddelde beweging opgesteld op een wijze, die eenige overeenkomst met de bovenstaande vertoont. Hij stelt daarbij (p. 29), m.i. minder gelukkig, de gemiddelde versnellingscomponenten voor door

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w}\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \text{ enz.};$$

hij neemt nl. aan dat de middelwaarde van

$$u'\frac{\partial u'}{\partial x} + v'\frac{\partial u'}{\partial y} + w'\frac{\partial u'}{\partial z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

0 is. Wegens de continuiteitsvergelijking, waaraan ook $u'$, $v'$, $w'$ voldoen, kan men voor (9) schrijven

$$\frac{\partial (u'^2)}{\partial x} + \frac{\partial (u'v')}{\partial y} + \frac{\partial (u'w')}{\partial z}$$

en de middelwaarde daarvan is niet 0, maar

$$\frac{\partial (\overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial (\overline{u'w'})}{\partial z}.$$

Door deze uitdrukking te verwaarloozen laat dus BOUSSINESQ juist datgene weg, wat ons tot de termen met $u'$, $v'$, $w'$ in de formules (6) geleid heeft. Hij maakt dit intusschen weder eenigszins goed door aan te nemen, dat de wervelbeweging op eene of andere wijze eene wrijving, naast de gewone, teweegbrengt, en dat dus aan de spanningscomponenten

$$2\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}, \mu\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right), \text{ enz.}$$

zekere van de wervelbeweging afhankelijke waarden moeten worden toegevoegd. Hij neemt nu echter aan, dat *deze* waarden op dergelijke wijze als de bovenstaande van de differentiaal-quotienten $\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$, $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$, enz. afhangen en dat dus voor de totale spanningscomponenten mag geschreven worden

[1]) Essai sur la théorie des eaux courantes. Mémoires des savants étrangers. T. 23, No. 1, 1877.

$$2\,\varepsilon\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial x},\ \varepsilon\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right),\ \text{enz.} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

met een coëfficient $\varepsilon$, die van de intensiteit der wervelbeweging afhangt.

Al moge het nu BOUSSINESQ gelukt zijn, door de onderstellingen, die hij omtrent $\varepsilon$ maakt, tot formules te geraken, die met de waarnemingen in overeenstemming zijn, het bewijs is volstrekt niet geleverd dat de formules (7) in den vorm (10) kunnen worden geschreven.

§ 8. Wil men de waarden (7) nader onderzoeken, dan is in de eerste plaats het onderzoek der wervelbeweging ($u'$, $v'$, $w'$) zelf noodig, en daartoe moeten de bewegingsvergelijkingen voor deze beweging worden opgesteld. Men verkrijgt deze, wanneer men in (1) en (2') $u$, $v$, $w$, $p$ vervangt door $\bar{u}+u'$, $\bar{v}+v'$, $\bar{w}+w'$, $\bar{p}+p'$, en er vervolgens de vergelijkingen (5) en (6) van aftrekt. De uitkomst is

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}+\frac{\partial w'}{\partial z}=0, \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

$$\left.\begin{aligned}\varrho\left(\frac{\partial u'}{\partial t}+\bar{u}\,\frac{\partial u'}{\partial x}+\bar{v}\,\frac{\partial u'}{\partial y}+\bar{w}\,\frac{\partial u'}{\partial z}+u'\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+v'\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+w'\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)=\\ =-\frac{\partial p'}{\partial x}+\mu\,\Delta\,u',\ \text{enz.}\end{aligned}\right\} \quad . \quad (12)$$

Het is onnoodig te zeggen dat men bij de integratie dezer vergelijkingen groote moeilijkheden ontmoet. De theorie der wervelbewegingen in een stilstaande vloeistofmassa is tot op zekere hoogte ontwikkeld, maar om de vraagstukken der hydraulica streng op te lossen, zou men de wervelbeweging moeten onderzoeken in eene vloeistof, die reeds de van punt tot punt veranderlijke snelheden $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ bezit.

§ 9. Intusschen kan men, zooals reeds REYNOLDS heeft doen zien, eenige gevolgtrekkingen afleiden uit eene formule, die men als de vergelijking der energie voor de wervelbeweging kan beschouwen.

Duiden wij vooreerst voor een willekeurige grootheid $\varphi$, die van $x$, $y$, $z$, $t$ afhangt, door

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{\partial \varphi}{\partial t}+\bar{u}\,\frac{\partial \varphi}{\partial x}+\bar{v}\,\frac{\partial \varphi}{\partial y}+\bar{w}\,\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

de verandering per tijdseenheid aan, die zij ondergaat in een punt dat met de hoofdbeweging medegaat, en schrijven wij dus de vergelijkingen (12) in den vorm

$$\varrho\left(\frac{du'}{dt}+u'\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+v'\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+w'\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p'}{\partial x}+\mu\,\Delta\,u',$$

enz.; vermenigvuldigen wij vervolgens deze drie vergelijkingen met $u'$, $v'$, $w'$, en tellen ze daarna bij elkander op. De uitkomst, die wij daardoor verkrijgen, kan na eenige transformatiën, waarbij ook (11) in aanmerking wordt genomen, worden gebracht in een der vormen

$$\frac{d}{dt}\left[\tfrac{1}{2}\varrho\,(u'^2+v'^2+w'^2)\right]=\varrho\,M-\frac{\partial(u'p')}{\partial x}-\frac{\partial(v'p')}{\partial y}-\frac{\partial(w'p')}{\partial z}+$$

$$+\tfrac{1}{2}\mu\,\Delta\,(u'^2+v'^2+w'^2)+\mu\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(u'\frac{\partial u'}{\partial x}+v'\frac{\partial u'}{\partial y}+w'\frac{\partial u'}{\partial z}\right)+\right.$$

$$\left.+\text{ enz.}\right]-\mu\,N \quad . \quad . \quad (13)$$

en

$$\frac{d}{dt}\left[\tfrac{1}{2}\varrho\,(u'^2+v'^2+w'^2)\right]=\varrho\,M-\frac{\partial(u'p')}{\partial x}-\frac{\partial(v'p')}{\partial y}-\frac{\partial(w'p')}{\partial z}+$$

$$+\mu\left[\frac{\partial}{\partial x}(v'\zeta'-w'\eta')+\frac{\partial}{\partial y}(w'\xi'-u'\zeta')+\frac{\partial}{\partial z}(u'\eta'-v'\xi')\right]-$$

$$-\mu\,N', \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13')$$

waarin

$$M=-\left[u'^2\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+v'^2\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}+w'^2\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}+u'v'\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)+\right.$$

$$\left.+v'w'\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial y}\right)+w'u'\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right)\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$N=\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v'}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial u'}{\partial y}+\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v'}{\partial z}+\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2+$$

$$+\left(\frac{\partial w'}{\partial x}+\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

$$N'=\xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

terwijl

$$\xi' = \frac{\partial w'}{\partial y} - \frac{\partial v'}{\partial z},\ \eta' = \frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x},\ \zeta' = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y}$$

de dubbele hoeksnelheden bij de wervelbeweging voorstellen.

Integreert men na vermenigvuldiging met een volume-element $d\tau$ de vergelijkingen (13) en (13′) over de ruimte binnen eenig gesloten oppervlak $\sigma$, dan verkrijgt men in het eerste lid

$$\frac{dE}{dt},$$

nl. de aangroeiing per tijdseenheid van de kinetische energie $E$ der wervelbeweging binnen een oppervlak $\sigma$, dat aan de hoofdbeweging deelneemt. In het tweede lid ontstaan verschillende oppervlakte-integralen, die echter in sommige gevallen zullen wegvallen, b. v. wanneer aan de grenzen der ruimte $u'$, $v'$ en $w'$ verdwijnen. De vergelijkingen nemen dan den volgenden vorm aan

$$\frac{dE}{dt} = \varrho \int M\, d\tau - \mu \int N\, d\tau, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

of

$$\frac{dE}{dt} = \varrho \int M\, d\tau - \mu \int N'\, d\tau \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17')$$

Het is deze vergelijking, in haar eersten vorm (17), die door Reynolds werd gebruikt om tot een kenmerk voor de stabiliteit eener vloeistofbeweging te geraken. Men kan zich nl. voorstellen dat nevens eene aanvankelijk alleen bestaande hoofdbeweging door deze of gene oorzaak eene zwakke wervelbeweging optreedt en dat dan uit (17) de waarde van $\frac{dE}{dt}$ wordt afgeleid. Valt die waarde negatief uit, dan zal de pas ontstane wervelbeweging zwakker worden, en verdient dus de oorspronkelijke toestand stabiel genoemd te worden. Daarentegen wijst een positief teeken van $\frac{dE}{dt}$ op een labiel zijn van dien toestand.

Men kan zich eveneens voorstellen dat aanvankelijk eene wervelbeweging met eindige snelheden bestaat en de vergelijking bezigen om te doen zien of die beweging versterkt of verzwakt zal worden. Het geval is ook denkbaar, dat de intensiteit der wervelbeweging

constant blijft; daartoe moeten de twee integralen in het tweede lid van (17) gelijke waarden hebben.

§ 10. Daar alles afhangt van de relatieve waarden der integralen

$$\varrho \int M\, d\,\tau \text{ en } \mu \int N\, d\,\tau. \qquad \ldots \ldots \quad (18)$$

besluit men gemakkelijk tot het volgende:

*a.* Het aangroeien of afnemen eener wervelbeweging hangt niet af van de *grootte* en de *richting* der daarbij voorkomende snelheden. Immers, wanneer men $u'$, $v'$, $w'$ overal met eenzelfden positieven of negatieven factor vermenigvuldigt, verandert de relatieve grootte van de integralen (18) niet.

*b.* Uit (17) volgt dat alleen wervels van eene bepaalde soort zullen kunnen aangroeien en in stand blijven; bepaalde combinaties der teekens van $u'$, $v'$, $w'$ zullen daartoe, in vele gevallen ten minste, de overhand moeten hebben boven andere combinaties. Het is nl. noodig dat $\int M\, d\,\tau$ positief is; indien dus van de differentiaalquotienten van $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ b. v. alleen $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ in aanmerking mocht komen, is het blijkens (14) voor het voortbestaan der wervels noodig dat $u'$, $v'$ overal of althans op de meeste plaatsen het tegengestelde teeken heeft als $\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$.

*c.* In de onderstelling dat de wervels van dien aard zijn, dat $\varrho \int M\, d\,\tau$ positief uitvalt, kan men nu verder besluiten dat deze term den steeds negatieven term $- \int N\, d\,\tau$ des te eerder zal overtreffen, naarmate de differentiaalquotienten van $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{w}$ naar $x$, $y$, $z$ grooter zijn. Derhalve zullen groote snelheden of liever groote snelheidsvervallen bij de hoofdbeweging de strekking hebben, eene beweging zonder wervels labiel te maken, en wordt het bestaan van eene kritische snelheid voor eene gegeven buis begrijpelijk.

*d.* Het verdient verder opmerking dat in $M$ de snelheden $u'$, $v'$, $w'$ zelf en in $N$ de differentiaalquotienten daarvan naar $x$, $y$, $z$ voorkomen. Men kan bij eene bepaalde wervelbeweging eene zekere lengte $\lambda$ kiezen, zoodanig dat men, in de vloeistof over een afstand van de orde $\lambda$ voortgaande, de snelheden $u'$, $v'$, $w'$ veranderingen zelf ondergaan, die vergelijkbaar zijn met de grootste waarden der

snelheden. Wij zullen eene dergelijke lijn $\lambda$ de *afmeting* der wervels noemen. Zijn dan verder de snelheden $u'$, $v'$, $w'$ van de orde $\varkappa$, dan zijn de differentiaalquotienten van de orde $\frac{\varkappa}{\lambda}$. Terwijl in $M$ termen met den factor $\varkappa^2$ voorkomen, zal $N$ termen bevatten, die vergelijkbaar zijn met $\frac{\varkappa^2}{\lambda^2}$. Derhalve zal in (17) de tweede term in vergelijking met den eersten des te grooter zijn, naarmate $\lambda$ kleiner is, d. w. z. wervels van kleine afmeting zullen gemakkelijker worden uitgedoofd dan wervels van groote afmeting; voor hunne aangroeiing en hunne instandhouding zullen grootere snelheidsvervallen der hoofdbeweging vereischt worden. Men mag wel verwachten dat in enge buizen kleinere wervels zullen voorkomen, dan in wijde buizen; zoo wordt het dus begrijpelijk dat in enge buizen de kritische snelheid grooter is dan in wijde, zooals dat in de door REYNOLDS opgestelde wet wordt uitgedrukt.

*c*. Dezelfde redeneering toepassende op een geval, waarin $\frac{dE}{dt} = 0$ is, kan men besluiten dat in het algemeen de afmeting $\lambda$ des te kleiner zal zijn, naarmate de snelheidsvervallen grooter worden.

§ 11. De wet van REYNOLDS, die de afhankelijkheid der kritische snelheid van de middellijn der buis en van $\varrho$ en $\mu$ aangeeft, kan gemakkelijk uit de vergelijking van gelijkvormige bewegingstoestanden worden afgeleid. Daarentegen kan men, naar het mij voorkomt, niet veel waarde hechten aan de theoretische bepaling van de absolute grootte der kritische snelheid, die de genoemde natuurkundige beproefd heeft. Die bepaling berust op onderstellingen aangaande de waarden van $u'$, $v'$, $w'$, waarvan het m. i. twijfelachtig is of zij genoegzaam aan de werkelijkheid beantwoorden.

§ 12. Terwijl veel van hetgeen tot nog toe gezegd werd ook in andere gevallen van toepassing is, zullen wij van nu af alleen over eene stationaire beweging in cilindrische buizen met cirkelvormige doorsnede handelen. Wij zullen de $x$-as langs de as der buis plaatsen en onder de middelwaarde (§ 4) eener grootheid $\varphi$ in een punt $P$ $(x, y, z)$ het gemiddelde verstaan van de waarden op eene lijn door $P$ evenwijdig aan de as der buis getrokken, en zich aan weerszijden van $P$ tot een afstand $l$ uitstrekkende, die groot is in vergelijking met $\lambda$. Met „stationair" wordt verder bedoeld dat de snelheid der hoofdbeweging in een bepaald punt onafhankelijk van den tijd is en dat de wervelbeweging in haar geheel aanhoudend

dezelfde intensiteit heeft, al mogen wij niet aannemen dat ook $u'$ $v'$ $w'$ onafhankelijk van $t$ zijn. Wij zullen onderstellen dat de intensiteit der wervelbeweging in de verschillende deelen der buis dezelfde is, dat dus b. v. $\overline{u'^2}$, $\overline{u'v'}$, enz. onafhankelijk van $x$ zijn en dat de hoofdbeweging overal de richting der as heeft. Dan is dus $\bar{v} = \bar{w} = 0$, terwijl $\bar{u}$ alleen van $y$ en $z$ afhangt en om redenen van symmetrie eene functie van den afstand tot de as moet zijn. De druk $\bar{p}$ zal lineair van $x$ afhangen en voor zoover hij van $y$ en $z$ afhangt, zal de verandering in elke doorsnede der buis dezelfde zijn, zoodat het drukverval $\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$ in de geheele buis eene constante waarde heeft.

Men ziet gemakkelijk in dat deze onderstellingen in overeenstemming zijn met de vergelijkingen (5) en (6); immers, alle termen die in deze vergelijkingen overblijven zijn onafhankelijk van $x$ en $t$.

Eindelijk nemen wij nog aan dat aan den wand geene glijding bestaat. Daar is dus $u = v = w = 0$. De voor de gemiddelden gekozen definitie brengt mede dat dan ook aan den wand

$$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

is, en daaruit volgt dan

$$u' = v' = w' = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

De vergelijking (13) of (13′) zullen wij thans integreeren over het deel van den cilinder dat tusschen twee loodrechte doorsneden $S_1$ en $S_2$ begrepen is.. Wij kiezen den afstand $L$ dezer doorsneden zoo groot, dat men alle termen, die niet evenredig met dien afstand toenemen, mag weglaten tegenover de termen, waarmede dat wel het geval is. Tot deze laatste termen behooren $\frac{dE}{dt}$, $\varrho \int M \, d\tau$ en $\mu \int N \, d\tau$. Tot de eerste de integralen over de eindvlakken, die voortvloeien uit de differentiaalquotienten naar $x$ in (13) of (13′). De differentiaalquotienten naar $y$ en $z$ geven aanleiding tot integralen over den buiswand, die wegens (20) verdwijnen.

Zal nu de toestand in den boven aangegeven zin stationair zijn, dan moet

$$\frac{dE}{dt} = 0$$

zijn, en wij verkrijgen dus de betrekking

$$\varrho \int M \, d\tau = \mu \int N \, d\tau \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (21)$$

die ons straks van dienst zal zijn.

§ 13. In plaats van met de bewegingsvergelijking (6) te werken kunnen wij rechtstreeks de hoeveelheid van beweging in de richting der $x$-as beschouwen van de vloeistofmassa, die besloten is binnen een met den buiswand coaxialen cilinder $C$ met den straal $r$, afgesneden door de twee bovengenoemde doorsneden $S_1$ en $S_2$. Deze hoeveelheid van beweging, die klaarblijkelijk van de *hoofdbeweging* afhangt, moet volgens de gemaakte onderstellingen constant blijven. Derhalve moeten de oorzaken die haar trachten te wijzigen elkander opheffen. Deze oorzaken nu zijn:

1°. Het drukverschil $p_1 - p_2$ tusschen de eindvlakken, en hierbij hebben wij alleen met $\overline{p_1} - \overline{p_2}$ te doen, daar $p'_1 - p'_2$ niet evenredig met $L$ toeneemt. Is $q$ het constante drukverschil per lengteeenheid, dan mogen wij stellen

$$\overline{p_1} - \overline{p_2} = q \, L,$$

en verkrijgen hieruit eene kracht

$$\pi \, q \, L \, r^2$$

in de richting van den stroom.

2°. De wrijving op den cilinder $C$. Deze is per eenheid van oppervlak

$$\mu \frac{\partial u}{\partial r}$$

maar, daar wij alleen met de middelwaarden te doen hebben, mogen wij dit vervangen door

$$\mu \frac{d\overline{u}}{dr},$$

wat in alle punten van $C$ even groot is. De totale hieruit voortvloeiende kracht is dus

$$2 \, \pi \, \mu \frac{d\overline{u}}{dr} \, r \, L.$$

3°. De hoeveelheid van beweging die door de eindvlakken heengaat. Deze is, wat de hoofdbeweging betreft, 0, en kan, ook wat de wervelbeweging betreft, buiten beschouwing blijven, daar, al moge deze eene hoeveelheid van beweging in de richting der $x$-as

door eene doorsnede voeren, het verschil dier twee hoeveelheden voor $S_1$ en $S_2$ niet evenredig met $L$ toeneemt.

4°. De hoeveelheid van beweging, die door den cilindermantel $C$ gaat. Voor een element $d\sigma$ daarvan, gelegen op de beschrijvende lijn ($y = r$, $z = 0$), is deze hoeveelheid per tijdseenheid

$$-\varrho\, u\, v\, d\sigma,$$

of

$$-\varrho\,(\bar{u} + u')\, v'\, d\sigma. \qquad (22)$$

De gemiddelde waarde hiervan, waarmede wij alleen te doen hebben, is

$$-\varrho\,.\,u'\,v'\,d\sigma,$$

welke waarde wij door

$$-Q\,d\sigma$$

zullen voorstellen. Klaarblijkelijk is nu de overeenkomstige hoeveelheid van beweging voor elk element van $C$ met behulp van denzelfden factor $Q$ voor te stellen, wat dus in het geheel

$$-2\,\pi\,Q\,r\,L$$

oplevert.

Ten slotte verkrijgen wij dus

$$\pi\,q\,r^2\,L = -2\,\pi\,\mu\,\frac{d\,\bar{u}}{d\,r}\,r\,L - 2\,\pi\,Q\,r\,L \qquad (23)$$

Was er nu geene wervelbeweging, dan zou de laatste term ontbreken; dan zou dus het drukverschil tusschen $S_1$ en $S_2$ juist moeten dienen om de wrijving op den cilindermantel te overwinnen. Dit zelfde gaat nu ook nog door — al is er wervelbeweging — als men de bovenstaande beschouwing op den *geheelen* vloeistofcilinder toepast, of juister gezegd, als men $r$ tot $R$, den straal der buis, laat naderen. Immers, aan den wand is $u' = v' = 0$, en voor $r = R$ zal dus $Q = 0$ worden, zoodat men in elk geval verkrijgt:

$$\pi\,q\,R^2\,L = -2\,\pi\,\mu\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R} R\,L \qquad (24)$$

Nu leeren de waarnemingen over de strooming door buizen, met eene grootere dan de kritische snelheid, dat het drukverval $q$, dat vereischt wordt om een bepaald volume per tijdseenheid door eene doorsnede te persen, dikwijls vele malen grooter is dan het druk-

verval dat noodig zou zijn, als de wet van POISEUILLE doorging. Daar nu ook in dit laatste geval de vergelijking (24) zou gelden, blijkt het dat het snelheidsverval

$$-\frac{du}{dr}$$

aan den wand veel grooter moet zijn dan bij de beweging volgens de wet van POISEUILLE, bij welke, zooals men weet, de snelheid evenredig met

$$R^2 - r^2$$

is.

Is nu in de beide gevallen de doorstroomende hoeveelheid dezelfde, dan kan het groote snelheidsverval aan den wand alleen bestaan ten koste van het snelheidsverval nabij de as. Derhalve moet in punten die dicht bij de as liggen de waarde van $\frac{d\bar{u}}{dr}$ kleiner zijn dan wanneer de wet van POISEUILLE gevolgd werd. Aangezien echter in de vergelijking (23) $q$ nog steeds grooter is dan deze wet vereischt, ziet men dat voor kleine waarden van $r$ het drukverschil, dat door het eerste lid van (23) wordt voorgesteld, slechts voor een klein deel door de werkelijke wrijving kan worden opgeheven; grootendeels moet het door de nieuwe „wrijving" (§ 6) worden opgeheven, die de wervels teweegbrengen.

§ 14. Het blijkt op deze wijze dat de groote weerstand bij aanmerkelijke snelheden ten nauwste samenhangt met het sedert lang bekende feit dat de snelheid van de as af eerst langzaam en daarentegen dicht bij den wand sneller afneemt.

Gemakkelijk is het trouwens in te zien dat de wervels, die de vloeistoflagen door elkander roeren, de verschillen tusschen de snelheden op verschillende afstanden van de as meer of minder moeten vereffenen. De uiterste vloeistoflaag ontsnapt aan dezen invloed omdat aan den wand $\bar{u} = 0$ moet zijn; er zal dus een laag nabij den wand zijn, waarin de verandering, die de snelheid in het geheel van den wand af tot de as toe ondergaat, voor het grootste gedeelte gevonden wordt. Is de dikte dezer laag $\delta$, en $U$ de gemiddelde snelheid, dan wordt het snelheidsverval aan den wand

$$-\frac{d\bar{u}}{dr}(r = R)$$

van de orde $\frac{U}{\delta}$ en de weerstand van de orde $\mu\frac{U}{\delta}$.

De weerstand zal dus evenredig kunnen worden met eene macht van $U$, hooger dan de eerste, wanneer bij het klimmen van $U$ de bedoelde wandlaag dunner wordt.

Daarvoor is, zooals uit het boven gezegde blijkt, wel eenige grond aan te geven, wanneer men zich nl. voorstelt dat bij vergrooting van $U$ ook de wervelbeweging heviger wordt en dan het dooreenroeren der vloeistoflagen zich tot op kleineren afstand van den wand uitstrekt. Tot bevestiging kan, naar 't schijnt, ook nog de vergelijking (21) dienen. Men mag, naar 't mij voorkomt, wel aannemen dat $\delta$ van dezelfde orde is als de afmetingen $\lambda$ der wervels en deze nemen, in het algemeen gesproken, af bij vermeerdering der stroomsnelheid.

Aan deze beschouwing, die, zooals men ziet, nog veel aan strengheid te wenschen overlaat, wil ik nog toevoegen dat de tweede term in (21) een factor van de orde $\mu \frac{x^2}{\lambda^2}$ bevat. Het is dus te verwachten dat $\lambda$ des te grooter zal worden, naarmate $\mu$ toeneemt; daardoor wordt het eenigszins begrijpelijk dat de dikte $\delta$ der grenslaag eveneens te gelijk met $\mu$ klimt. Dit moet inderdaad het geval zijn, en wanneer de weerstand evenredig met $U^2$ wordt zelfs in die mate dat $\frac{\mu}{\delta}$ onafhankelijk van $\mu$ wordt. Men kan nl. door de vergelijking van gelijkvormige bewegingen aantoonen dat de weerstand in eene buis, wanneer hij evenredig met $U^2$ is, onafhankelijk van $\mu$ moet zijn, en evenredig met $\varrho$, evenals men kan bewijzen dat bij eene evenredigheid tusschen den weerstand en $U$ zelf, de weerstand den factor $\mu$ moet bevatten, maar onafhankelijk van $\varrho$ moet zijn. Een en ander ligt ook in de formules van REYNOLDS opgesloten.

Het verdient nog opgemerkt te worden dat men, wanneer, bij groote waarden van $U$, in eene zeer dunne laag nabij den wand, een groot snelheidsverval bestaat, zich zal kunnen uitdrukken als of die laag er niet was (zij zal trouwens allicht aan de waarneming ontsnappen) en zal kunnen zeggen dat de vloeistof met eene met $U$ vergelijkbare snelheid langs den wand glijdt.

§ 15. Het zij mij ten slotte vergund, voor het geval eener stationaire vloeistofstrooming in eene buis de vergelijking (21), in het bijzonder het eerste lid daarvan, nader te beschouwen. De formule (14) gaat over in

$$M = - \left[ \overline{u' v'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \overline{u' w'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} \right],$$

wat wij bij de berekering der integraal kunnen vervangen door de gemiddelde waarde

$$M = -\left[\overline{u'v'}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} + \overline{u'w'}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right]$$

Deze uitdrukking zal nu alleen van $r$ afhangen. In een punt, waar $y = r$, $z = 0$ is, heeft men

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial y} = \frac{d\bar{u}}{dr} \quad , \quad \frac{\partial\bar{u}}{\partial z} = 0,$$

en, zooals wij in § 13 stelden,

$$\varrho\, \overline{u'v'} = Q.$$

Derhalve is

$$\varrho\, M = -Q\frac{d\bar{u}}{dr}.$$

Nu volgt uit (23) en (24)

$$Q = \tfrac{1}{2}\, q\, r + \mu\frac{d\bar{u}}{dr}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

$$Q = -\mu\left\{\frac{1}{R}\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R} - \frac{1}{r}\frac{d\bar{u}}{dr}\right\}.$$

Derhalve is

$$\varrho\, M = \mu\, r\frac{d\bar{u}}{dr}\left\{\frac{1}{R}\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R} - \frac{1}{r}\frac{d\bar{u}}{dr}\right\},$$

en

$$\varrho\int M\, d\,\tau = 2\,\pi\,\mu\, L\int_0^R\frac{d\bar{u}}{dr}\left\{\frac{1}{R}\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R} - \frac{1}{r}\frac{d\bar{u}}{dr}\right\}r^2\, dr \quad . \quad . \quad (26)$$

Maakt men van de waarde (25) gebruik, dan vindt men

$$\varrho\int M\, d\,\tau = -\pi\, q\, L\int_0^R r^2\frac{d\bar{u}}{dr}\, dr - 2\,\pi\,\mu\, L\int_0^R\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)^2 r\, dr.$$

Daar nu de eerste term door particele integratie overgaat in

$$2\,\pi\,q\,L\int_0^R \bar{u}\,r\,dr,$$

ziet men gemakkelijk dat $\varrho\int M\,dr$, en dus (26), den arbeid per tijdseenheid voorstelt van het drukverschil $q\,L$, verminderd met het deel van dezen arbeid dat dient om de met $\frac{d\bar{u}}{dr}$ evenredige wrijving te overwinnen.

In (26) heeft men dus het deel van den arbeid dat dient om de wrijving bij de wervelbeweging te overwinnen, hetgeen dan ook met de vergelijking (21) in overeenstemming is. Volgens eene bekende stelling is nl. $-\mu\int N\,dr$ de negatieve arbeid der laatstgenoemde wrijving.

Zijn er geene wervels, dan moet natuurlijk (26) verdwijnen, en dit is inderdaad het geval daar dan $\bar{u}$ evenredig met $R^2 - r^2$ is.

Zoodra echter wervels zijn ontstaan moet (26) noodzakelijk eene positieve waarde hebben. Maken wij nu de onderstelling dat elk element der integraal hetzelfde teeken heeft (terwijl elk element verdwijnt, wanneer $u$ evenredig met $R^2 - r^2$ is), dan kan men als volgt redeneeren.

Uit

$$-\frac{1}{r}\frac{d\bar{u}}{dr} < -\frac{1}{R}\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R}$$

volgt na vermenigvuldiging met $r\,dr$ en integratie van $r$ tot $R$, waarbij in aanmerking genomen moet worden dat aan den wand $\bar{u} = 0$ is,

$$\bar{u} < -\frac{1}{2R}\left(R^2 - r^2\right)\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R}$$

en dus als

$$V = 2\,\pi\int_0^R \bar{u}\,r\,dr$$

het per tijdseenheid doorgestroomde volume is,

$$V < -\frac{1}{4}\,\pi\,R^3\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R},$$

of

$$-\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R} > \frac{4\pi V}{R^3}.$$

Daar nu, als $\bar{u}$ evenredig met $R^2 - r^2$ is,

$$-\left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)_{r=R} = \frac{4\pi V}{R^3}$$

wordt, blijkt het dat inderdaad bij eene gegeven waarde van $V$ door de wervels het drukverval aan den wand en dus de weerstand vergroot wordt.

§ 16. Men kan dit nog zonder eenige onderstelling op de volgende wijze inzien.

Wanneer er wervels bestaan is er, om per tijdseenheid een bepaald volume $V$ door de buis te drijven, een arbeid noodig zoowel wegens de wrijving bij de wervels als wegens die, welke bij de hoofdbeweging zelf bestaat. De stelling zal dus bewezen zijn, wanneer men kan aantoonen dat reeds de arbeid, die wegens de laatstgenoemde wrijving vereischt wordt, grooter is dan die, welke noodig zou zijn bij afwezigheid van de wervels. Dit is inderdaad het geval.

Zij $u_1$ de snelheid der beweging die in dit laatste geval hetzelfde volume door eene doorsnede voert, als de beweging met de snelheid $\bar{u}$.

De arbeid die voor de overwinning der wrijving bij de bewegingen $u_1$ en $\bar{u}$ vereischt wordt, is evenredig met de integralen

$$I = \int_0^R \left(\frac{du_1}{dr}\right)^2 r\,dr \quad \text{en} \quad I' = \int_0^R \left(\frac{d\bar{u}}{dr}\right)^2 r\,dr.$$

Wij hebben dus te bewijzen dat

$$I' > I$$

is.

Stel

$$\bar{u} = u_1 + u_2;$$

dan is:

$$I' = I + 2\int_0^R \frac{du_1}{dr}\frac{du_2}{dr}\,r\,dr + \int_0^R \left(\frac{du_2}{dr}\right)^2 r\,dr \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (27)$$

Nu is $u_1$ evenredig met $R^2 - r^2$; dus, als men onder $C$ eene constante verstaat,

$$\frac{du_1}{dr} = C\,r.$$

Derhalve:

$$\int_0^R \frac{du_1}{dr}\,\frac{du_2}{dr}\,r\,d\,r = C\int_0^R \frac{du_2}{dr}\,r^2\,d\,r = C\left|\,u_2\,r^2\,\right|_{r=0}^{r=R} - 2\,C\int_0^R u_2\,r\,dr.$$

Dit verdwijnt omdat aan den wand $\bar{u} = 0$, $u_1 = 0$, en dus $u_2 = 0$ is, terwijl uit de gelijkheid der in de twee beschouwde gevallen doorstroomende hoeveelheden volgt

$$\int_0^R u_2\,r\,d\,r = 0.$$

De formule (27) gaat dus over in

$$I' = I + \int_0^R \left(\frac{du_2}{dr}\right)^2 r\,d\,r$$

en daar de laatste term hier positief is, heeft men

$$I' > I, \text{ q. e. d.}$$

De hier bewezen stelling kan ook onmiddellijk uit een bekend theorema [1]) worden afgeleid, wanneer men dit toepast op de ruimte tusschen twee doorsneden der buis en, wat deze doorsneden betreft, eenigszins andere voorwaarden invoert dan gewoonlijk.

**Scheikunde.** De Heer Bakhuis Roozeboom doet namens Dr. E. Cohen eene mededeeling over: „*Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het normale verloop van scheikundige reakties in oplossingen.*"

Uit kinetische beschouwingen kan afgeleid worden dat het aantal molekulen eener stof, hetwelk zich onder overigens gelijke omstandigheden omzet, evenredig is aan de aanwezige hoeveelheid. Op grond hiervan is het mogelijk de snelheid eener reactie aan te duiden met behulp eener zoogenaamde snelheidskonstante $k$, die onafhankelijk zou moeten zijn van den graad der omzetting. Bij tal van processen bleek evenwel deze constante in vrij sterke mate van de concentratie afhankelijk.

[1]) Korteweg. Versl. en Meded. 2e Reeks. XVIII, p. 348.

Zoo vond OSTWALD bijv. bij de inversie van suikeroplossingen

| Proc. suiker | Inversiekonstante |
|---|---|
| 40 | 29.16 |
| 20 | 22 87 |
| 10 | 20.63 |
| 4 | 19.15 |

Tot dusver was niet beproefd deze afwijkingen te verklaren. Dr. COHEN heeft daartoe een poging aangewend door, naar analogie van de wijze waarop v. d. WAALS de afwijkingen van de wet van BOYLE verklaard heeft, in rekening te brengen het volume dat de suiker in de oplossing inneemt.

Hoe sterker de suikerconcentratie is, hoe meer het vrije volume verminderd wordt, waarin suikermolekulen ontmoeten kunnen de molekulen van het zuur, hetwelk de inversie bewerkt.

Dr. COHEN nam nu aan dat de inversiesnelheid evenredig zou zijn met de ware concentratie van het zuur, gecorrigeerd uit de voluumconcentratie door in rekening te brengen het volume door de suiker in de oplossing ingenomen.

Zijn $c_p$ en $c_q$ de volumeconcentraties van het aanwezige zuur in oplossingen, die respectievelijk $p$ en $q$ gram suiker per 100 cM.$^3$ bevatten, en zijn $b_p$ en $b_q$ de volumina dier opgeloste hoeveelheden, dan zullen de snelheidskonstanten zich aldus verhouden:

$$k_p : k_q = \frac{c_p}{100\text{-}b_p} : \frac{c_q}{100\text{-}b_q}$$

Bij de proeven in bovenstaande tabel vermeld was $c_p = c_q = 1/2$ Normaal.

Aannemende dat $\frac{b_p}{b_q} = \frac{p}{q}$ kan nu uit elk stel van twee waarnemingen het suikervolume worden berekend. Door combinatie telkens met de bovenste waarde bekomt men voor 't volume van 1 gram: 0.885, 0.888, 0.922 cM$^3$.

Uit de overeenstemming dezer cijfers volgt dus, dat het onderscheid in de gevonden waarden voor $k$ geheel verklaard kan worden door het verschil tusschen de ware en de schijnbare concentratie van het inverteerende zuur.

Dr. COHEN heeft deze conclusie getoetst door zelfstandige waarnemingen. Allereerst nam hij twee andere concentraties, 30 en 15 pCt. en inverteerde met een ander zuurgehalte, $1/_{16}$ N. Toch werd uit de beide $k$ waarden weder 0.885 voor het volume van 1 gram suiker afgeleid.

Vervolgens berekende hij met behulp dezer waarde uit bovenstaande formule, welke de verhouding $\frac{c_p}{c_q}$ moest wezen om de snelheidskonstanten voor twee oplossingen van 25 en van $12\frac{1}{2}$ pCt. gelijk te maken. Deze verhouding bleek te zijn: $c_{12\frac{1}{2}} = 1.14 \times c_{25}$.

De beide oplossingen inverteerende met 2 zuren, wier concentraties in deze verhouding stonden, bleek nu 33 uren lang de inversie bij beide oplossingen volkomen gelijken tred te houden.

In de derde plaats volgt uit bovenstaande formule dat bij inversie van twee verschillend geconcentreerde suikeroplossingen door zuur van gelijke normaliteit, de verhouding der snelheden onafhankelijk moet zijn van de zuurconcentratie. Deze conclusie werd aan oplossingen van 20 en 10 pCt. suiker getoetst bij eene zuurconcentratie, welke wisselde van $\frac{1}{8}$—$\frac{1}{128}$ Normaal.

De verhouding $\frac{k_{20}}{k_{10}}$ wisselde van 1.10—1.12. Berekend was 1.10. Aanvankelijk schijnt dus de aangebrachte correctie in staat te zijn de waargenomen afwijkingen van het theoretische reactieverloop te verklaren.

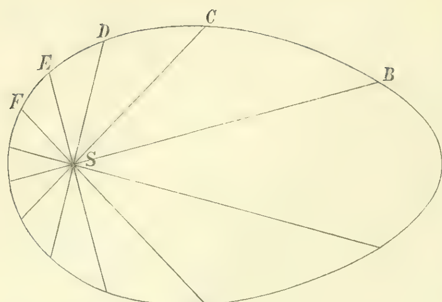
**Sterrenkunde.** — De Heer J. C. KAPTEYN biedt voor het Verslag der Vergadering eene mededeeling aan, getiteld: „*Verdeeling der kosmische snelheden*". Toevoegsel tot de mededeeling van 5 Mei 1895.

I. In bovengenoemde mededeeling werd aangetoond hoe de wet van de verdeeling der kosmische snelheden zich laat afleiden uit de wijze waarop de hoeken $p$, welke de totaal eigenbewegingen maken met de zuiver parallactische beweging, over de 180° zijn verdeeld.

Reeds kort nadat genoemde mededeeling was gepubliceerd, bleek het dat ook de *grootte* der eigenbeweging, voor hetzelfde doel kan worden benuttigd en dat daardoor voor de nauwkeurigheid der uitkomsten aanzienlijk moet worden gewonnen.

Om dit in te zien beschouwen we sterren op één bepaalden hoekafstand $\lambda$ van het Apex en wel eerst sterren van één bepaalden afstand $\varrho$ tot het zonnestelsel en nemen we het gemiddelde der totaal beweging $\mu$ van alle sterren die éénzelfde, of weinig verschillende waarde van $p$ hebben.

Laat b.v. (zie fig.) $SB$ voorstellen de gemiddelde eigenbeweging $\mu$ van de sterren voor welke $p = 15°$; $SC$, $SD$, $SE$, . . . evenzoo de gemiddelde eigenbeweging der sterren voor welke $p$ resp. is 45°,




75°, 105°... De punten $B, C, D, E$... zullen liggen op eene vloeiende kromme. De vorm dezer kromme hangt af van de wet der verdeeling van de snelheden $n$ (als $n$ evenals in de vroegere mededeeling voorstelt de projectie der lineaire snelheid op een vlak loodrecht op gezichtslijn).

Beschouwen we nu, in de tweede plaats, sterren op een anderen afstand $\varrho'$. *Wanneer voor dezen nieuwen afstand de wet der snelheidsverdeeling dezelfde is*, zoo zullen, (zie het in Mei 1895 medegedeelde), de hoeken $p$ geheel op dezelfde wijze over de 180° verdeeld zijn als bij den afstand $\varrho$. Verder zal evident ook in de verdeeling van de schijnbare *grootte* der eigenbewegingen niets veranderd zijn, dan alleen dit, dat alle $\frac{\varrho'}{\varrho}$ maal kleiner zijn geworden. Wij zullen dus voor dezen nieuwen afstand $\varrho'$ eene kromme vinden geheel gelijkvormig met die voor den afstand $\varrho$ en waarvan de afmetingen $\frac{\varrho'}{\varrho}$ maal kleiner zijn.

De *verhouding* der voerstralen $SB$, $SC$, $SD$ zal dus voor alle afstanden dezelfde zijn; evenzoo zal de verhouding dezelfde zijn van de aantallen sterren die hebben medegewerkt om, door het nemen van het gemiddelde, die voerstralen voort te brengen. Men ziet dus aanstonds in, dat, als men nu ten slotte de eigenbewegingen van *alle* sterren, staande op verschillenden afstand van ons zonnestelsel, tot gemiddelden vereenigt, men eene kromme zal krijgen, die met elk der zooeven beschouwde krommen gelijkvormig is.

De *vorm* dezer laatste kromme, die men uit de waarnemingen trekken kan, is dus geheel onafhankelijk van de afstanden der vaste sterren en alleen afhankelijk van de snelheidswet.

Men kan dus, gegeven de snelheidswet, de lengte van elken voerstaal uitdrukken in één daarvan b.v. in den voerstraal $SA$, d. i. in het gemiddelde aller eigenbewegingen die naar het Antiapex gericht zijn.

Het is echter terstond in te zien, dat men al die voerstralen evengoed kan uitdrukken in de gemiddelde projectie $\sigma$ der eigenbewegingen op dien grooten cirkel $SA$ naar het Antiapex. Voor de

berekening heeft dit aanzienlijke voordeelen. Men heeft dus als slotsom van het hier bijgebrachte en van de mededeeling van Mei 1895 het volgende:

*De verdeeling der hoeken p over de 180° en evenzoo de gemiddelde waarden der eigenbeweging μ, behoorende bij verschillende waarden van den hoek p, uitgedrukt in $\bar{\sigma}$ (d. i. in de gemiddelde projectie der eigenbeweging op den grooten cirkel door Ster en Apex) zijn onafhankelijk van de afstanden en alleen afhankelijk van de snelheidswet.*

Deze snelheidswet moet zich derhalve uit de waargenomen verdeeling der $p$' s en uit de waargenomen verhouding

$$\frac{\text{gemiddelde } \mu_p}{\text{gemiddelde } \sigma}$$

laten afleiden.

Daarbij ligt ten grondslag de *Hypothese*: de snelheidswet is dezelfde voor alle afstanden tot ons zonnestelsel.

De formules, waartoe men bij de uitwerking van dit denkbeeld gevoerd wordt, en welke geldig zijn voor sterren op den bepaalden hoekafstand $\lambda$ van het Apex, zijn de volgende. De notaties zijn dezelfde als die in de mededeeling van Mei 1895; ook zijn de hoofdformules, aldaar gegeven, hier nog eens herhaald met de eenige wijziging, dat hier niet gegeven is de waarschijnlijkheid $W_o^b$ dat $p$ ligt tusschen $o$ en $b$, maar de waarschijnlijkheid $W_a^b$ dat $p$ ligt tusschen $a$ en $b$ ($a$ en $b$ beide kleiner of gelijk 90°).

$$W_a^b = D + G \qquad W_{\pi-b}^{\pi-a} = G$$

$$\sin\lambda \frac{\mu_a^b}{\sigma_o^\pi} = \frac{R - S}{D + G} \qquad \sin\lambda \frac{\mu_{\pi-b}^{\pi-a}}{\sigma_o^\pi} = \frac{S}{G}$$

waarin

$\mu_a^b$ aanduidt de gemiddelde totaal eigenbeweging van de sterren voor welke de waarde van $p$ ligt tusschen $a$ en $b$; $\sigma_o^\pi$ het gemiddelde der $\sigma$ voor *alle* sterren;

$$D = \frac{2\sin\lambda}{\pi}\int_a^b \cos p\, dp \int_{\frac{\sin\lambda}{\sin p}}^{\infty} \frac{n\, dn}{\sqrt{n^2 - \sin^2\lambda \sin^2 p}} \int_n^\infty \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}}$$

$$G = -\frac{\sin\lambda}{\pi}\int_a^b \cos p\, dp \int_{\sin\lambda}^{\infty} \frac{n\, dn}{\sqrt{n^2 - \sin^2\lambda \sin^2 p}} \int_n^\infty \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}} +$$

$$+ \frac{1}{\pi}\int_a^b dp \int_{\sin\lambda}^{\infty} n\, dn \int_n^\infty \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}}$$

$$R = \frac{2}{\pi} \int\limits_a^b dp \int\limits_{\sin\lambda \sin p}^{\infty} n \sqrt{n^2 - \sin^2\lambda \sin^2 p}\; dn \int\limits_n^{\infty} \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}} +$$

$$+ \frac{2 \sin^2\lambda}{\pi} \int\limits_a^b \cos^2 p\, dp \int\limits_{\sin\lambda \sin p}^{\infty} \frac{n\, dn}{\sqrt{n^2 - \sin^2\lambda \sin^2 p}} \int\limits_n^{\infty} \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}}$$

$$S = \frac{1}{\pi} \int\limits_a^b dp \int\limits_{\sin\lambda}^{\infty} n \sqrt{n^2 - \sin^2\lambda \sin^2 p}\; dn \int\limits_n^{\infty} \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}} +$$

$$+ \frac{\sin^2\lambda}{\pi} \int\limits_a^b \cos^2 p\, dp \int\limits_{\sin\lambda}^{\infty} \frac{n\, dn}{\sqrt{n^2 - \sin^2\lambda \sin^2 p}} \int\limits_n^{\infty} \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}} -$$

$$- \frac{2 \sin\lambda}{\pi} \int\limits_a^b \cos p\, dp \int\limits_{\sin\lambda}^{\infty} n\, dn \int\limits_n^{\infty} \frac{f(s)\, ds}{s\sqrt{s^2 - n^2}}$$

II. In dezelfde mededeeling werd de aandacht gevestigd op eene groep sterren, in welke de verdeeling der hoeken $p$ een schijnbaar zeer abnormaal karakter vertoont.

Hebben werkelijk de peculiaire eigenbewegingen geen voorkeur voor bepaalde richtingen en zijn alle reductie-elementen volkomen zuiver bepaald, zoo moet het aantal hoeken tusschen bepaalde *negatieve* waarden van $p$ gelijk gevonden worden aan het aantal tusschen dezelfde *positieve* waarden.

De vroeger gegeven waarden van $p$ nu zijn berekend met de volgende coördinaten van het Apex:

Rechte klimming (1875) = 276°; declinatie (1875) = + 34° en met de praecessie gevonden door L. STRUVE. Er is reden om aan te nemen, dat, afgezien van equinox-verbeteringen, die op de berekeningen van genoemde groep bijna volstrekt zonder invloed zijn, deze waarden zeer nabij de beste zijn, die tot nog toe zijn afgeleid.

Toch is de gevonden asymmetrie in de waarde $p$ eene enorme.

Ook in andere deelen van den hemel vindt men dergelijke anomalieën.

Om de oorzaak daarvan op te sporen was allereerst een volledig overzicht te maken van de verdeeling der hoeken $p$ in de verschillende streken van het firmament. Daartoe werd dat deel van den hemel over hetwelk BRADLEY's waarnemingen zich uitstrekken in 17 onderdeelen verdeeld. Uitgesloten werden:

*a.* Alle sterren door BRADLEY slechts in één coördinaat waargenomen;

*b.* de zwakkere begeleiders van klaarblijkelijk physisch verbonden sterparen;

*c*. de Hyaden en de Pleiaden;

*e*. *alle* sterren wier totaal eigenbeweging afgerond op honderdste boogsecunden 0″ 00 is, en de helft dergenen waar dit bedrag 0″ 01 bereikt (die wier N⁰. in BRADLEY *even* is);

*f*. eenige weinige zuidelijke sterren, die te ver van de overige verwijderd zijn om geschikt met één der groepen te kunnen worden vereenigd.

In het geheel bleven beschikbaar 2355 sterren. Voor elk van de gekozen 17 streken werd nu de verdeeling der hoeken $p$ nagegaan. Als maat van de asymmetrie in hunne verdeeling werd genomen de grootheid

$$\Theta = \log \frac{n_0^{90} + n_{-90}^{-180}}{n_0^{-90} + n_{90}^{180}}$$

waarin $n_a^b$ = aantal sterren voor welke de hoek $p$ een waarde heeft tusschen $a$ en $b$.

TAFEL I.

| N⁰. | Galaktische lengte | Galaktische breedte | $\alpha_{75}$ | $\delta_{75}$ | sin $\lambda$ | sin $\chi$ | $\Theta$ | Aantal. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $331^{5}$ ° | 0° | 17h51m | $-22^{5}$ | 0.84 | −0.139 | −0.046 | 66 |
| 2 | $29^{5}$ | 0 | 19.38 | $+25^{5}$ | 0.32 | +0.848 | +0.083 | 257 |
| 3 | $94^{5}$ | 0 | 1.22 | $+62^{5}$ | 0.91 | +0.875 | +0.238 | 156 |
| 4 | $144^{5}$ | 0 | 5.28 | +31 | 0.92 | +0.208 | +0.176 | 189 |
| 5 | $194^{5}$ | 0 | 7.8 | −13 | 0.41 | −0.407 | −0.081 | 96 |
| 6 | $319^{5}$ | $+34^{5}$ | 15.22 | −12 | 0.90 | −0.656 | −0.237 | 126 |
| 7 | $29^{5}$ | $+34^{5}$ | 17.6 | $+38^{5}$ | 0.29 | −0.985 | −0.114 | 125 |
| 8 | $94^{5}$ | $+34^{5}$ | 10.50 | +82 | 0.86 | −0.883 | −0.076 | 63 |
| 9 | $144^{5}$ | $+34^{5}$ | 8.15 | $+43^{5}$ | 0.99 | −0.391 | −0.032 | 113 |
| 10 | $209^{5}$ | $+34^{5}$ | 9.38 | $-5^{5}$ | 0.81 | −0.766 | −0.432 | 151 |
| 11 | 12 | $-34^{5}$ | 21.4 | −6 | 0.83 | +0.656 | +0.220 | 107 |
| 12 | 57 | $-34^{5}$ | 22.44 | +21 | 0.86 | +0.883 | +0.354 | 78 |
| 13 | 102 | $-34^{5}$ | 1.27 | +27 | 1.00 | +0.799 | +0.435 | 121 |
| 14 | 147 | $-34^{5}$ | 3.10 | +8 | 0.81 | +0.643 | +0.235 | 96 |
| 15 | $184^{5}$ | $-34^{5}$ | 4.42 | −18 | 0.47 | +0.755 | −0.310 | 45 |
| 16 | 0—360 | +90 | 12.40 | +27 | 0.95 | −0.866 | −0.301 | 340 |
| 17 | 0—360 | −90 | 0.40 | −27 | 0.95 | +0.866 | +0.263 | 226 |

## T A F E L II.

| N°. | $\Theta$ | 0.356 $\sin \chi$ | 0.426 $\sin \chi \cos \delta$ | $\Delta_1$ | $\Delta_2$ | Gew. $P$ | $\Theta'$ | Aant. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | −0.046 | −0.049 | −0.055 | +0.003 | +0.009 | 0.7 | +0.11 | 35 |
| 3 | +0.238 | +0.311 | +0.172 | −0.073 | +0.066 | 1.5 | +0.41 | 81 |
| 4 | +0.176 | +0.074 | +0.076 | +0.102 | +0.100 | 1.9 | +0.06 | 64 |
| 6 | −0.237 | −0.231 | −0.273 | −0.003 | +0.036 | 1.3 | +0.08 | 67 |
| 8 | −0.076 | −0.314 | −0.052 | +0.238 | −0.024 | 0.6 | −0.25 | 30 |
| 9 | −0.032 | −0.139 | −0.121 | +0.107 | +0.089 | 1.1 | +0.14 | 53 |
| 10 | −0.132 | −0.273 | −0.325 | −0.159 | −0.107 | 1.5 | +0.15 | 70 |
| 11 | +0.220 | +0.234 | +0.278 | −0.014 | −0.058 | 1.1 | −0.31 | 50 |
| 12 | +0.354 | +0.314 | +0.351 | +0.040 | +0.003 | 0.8 | +0.30 | 34 |
| 13 | +0.435 | +0.281 | +0.303 | +0.151 | +0.132 | 1.2 | +0.21 | 54 |
| 14 | +0.235 | +0.229 | +0.271 | +0.006 | −0.036 | 1.0 | −0.03 | 51 |
| 16 | −0.301 | −0.308 | −0.329 | +0.007 | +0.028 | 3.4 | −0.16 | 236 |
| 17 | +0.263 | +0.308 | +0.329 | −0.045 | −0.066 | 2.3 | 0.00 | 174 |

$\Sigma P \Theta^2 = 1.406$; $\Sigma P \Delta_1^2 = 0.146$; $\Sigma P \Delta_2^2 = 0.092$.

Dat juist deze vorm en niet b. v.

$$\log \frac{n_0^{180}}{n_0^{-180}}$$

gekozen werd, heeft zijnen grond hierin, dat bij de samenstelling bleek dat bijna overal waar $n_0^{90} > n_0^{-90}$, tevens $n_{-90}^{-180} > n_{90}^{180}$ zoodat de gekozen vorm de asymmetrie sterker doet uitkomen.

Deze waarde van $\Theta$ nu blijkt bij het inteekenen in eene kaart op zeer systematische wijze met de positie aan den hemel te veranderen. Opvallend duidelijk wordt de systematische gang als men de $\Theta$ vergelijkt met de waarde van $\sin \chi$ (zijnde $\chi$ de hoek tusschen de groote cirkels van uit het middelpunt van elke streek getrokken naar Noorpool en Antiapex). Om de vergelijking gemakkelijk te maken zijn in tafel I gegeven voor elk der 17 beschouwde streken: in de 1e kolom het volgnummer; in de 2e —5e de coördinaten voor 1875 van het middelpunt; in de twee volgende, evenzeer voor

het middelpunt, de waarde van *sin* $\lambda$ ($\lambda$ = afstand tot Apex) en de zooeven genoemde waarde van *sin* $\chi$. De voorlaatste kolom bevat de $\Theta$; de laatste eindelijk het aantal sterren.

De overeenstemming in teeken in de kolommen van *sin* $\chi$ en $\Theta$ is opvallend; de eenige uitzondering heeft plaats voor streek N° 15, welke slechts 45 sterren bevat en bovendien zeer nabij het Antiapex ligt. Deze streken bij Apex en Antiapex zijn in velerlei opzicht niet met de overige vergelijkbaar. Sluit men om die reden de streken N 2, 5, 7 en 15 uit, zoo vindt men dat de overblijvende dertien waarden van $\Theta$ reeds met aanzienlijke benadering door 0.356 *sin* $\chi$ kunnen worden voorgesteld. Deze grootheid is in de *derde* kolom van tafel II gegeven; de *vijfde* bevat de residus $\Delta_1$, die men overhoudt als men de waarden in de derde kolom van die in de tweede aftrekt. De benadering is reeds zoo goed dat, noemende $P$ het, in de *zevende* kolom van tafel II gegeven, gewicht van de verschillende waarden van $\Theta$ (evenredig met aantal sterren) de waarde van $\Sigma P \Delta^2$ blijft beneden $\frac{1}{9} \Sigma P \Theta^2$.

Toch zijn de waarden van $\Theta$ nog nauwkeuriger evenredig met *sin* $\chi$ cos $\delta$, zooals blijkt uit de *vierde* kolom van tafel II, waarin de grootheid 0.426 *sin* $\chi$ cos $\delta$ is opgenomen, en uit de *zesde*, bevattende de residus $\Delta_2$, welke de grootheden der vierde kolom, afgetrokken van de correspondeerende waarden van $\Theta$, overlaten. De som der quadraten van de residus (vermenigvuldigd met de gewichten) daalt nu tot beneden $\frac{1}{15} \Sigma P \Theta^2$ en er is onder de $\Delta_2$ geen enkele meer die onbevredigend kan worden genoemd.

Er is, met deze getallen voor oogen, niet aan te twijfelen of er is hier een *algemeen* werkende oorzaak in het spel. *Aan systematische bewegingen in kleinere stelsels* (zooals b. v. dat der Pleiaden en dat der Hyaden) *kan bij de verklaring van het verschijnsel slechts een zeer secundaire rol toekomen.*

Drie oorzaken laten zich aangeven wier werking, althans voor sterren van éénzelfde totaal eigenbeweging, evenredig is met *sin* $\chi$ of *sin* $\chi$ cos $\delta$ in den zin, noodig voor de verklaring van het verschijnsel.

1°. Eene systematische beweging in de richting naar den Zuidpool van alle sterren met groote eigenbeweging ten opzichte van de overige.

2°. Eene negatieve correctie van de aangenomen declinatie van het Apex.

3°. Eene negatieve correctie aller eigenbewegingen in declinatie. Neemt men die correctie constant zoo is het effect evenredig met *sin* $\chi$. Neemt men aan eene correctie $\beta$ cos $\delta$ zoo zal het effect evenredig zijn met *sin* $\chi$ cos $\delta$.

De eerste oorzaak kan zeker niet à priori als waarschijnlijk gelden, vooral niet tegenover de twee anderen, wier realiteit tot op zekere hoogte onbetwistbaar is. Zij kan daarom buiten bespreking blijven. Het effect der twee andere oorzaken is daarin verschillend, dat de *tweede* een gelijken invloed heeft op de verdeeling der hoeken $p$ voor sterren met *groote* en voor sterren met *kleine* eigenbeweging, terwijl bij de *derde* dat effect zeer verschillend is.

Op verschillende wijze kan men zich door dit onderscheid klaarheid verschaffen omtrent het aandeel dat elk der twee oorzaken aan het verschijnsel toekomt.

Daartoe zijn ook de waarden van de grootheid $\Theta$ berekend voor de sterren met zeer groote eigenbeweging welke PORTER (Publ. Cincinn. Obs 12,1892) verzameld heeft. PORTERS waarden zijn herleid op de praecessie van L. SRUVE en vervolgens berekend met dezelfde positie van het Apex (276° + 34°) waarmede de eigenbewegingen van BRADLEY's sterren zijn becijferd. De zoo gevonden waarden ($\Theta'$), met de aantallen sterren waaruit ze getrokken zijn, zijn opgenomen in de twee laatste kolommen van tafel II. De vergelijking van de waarden van $\Theta$ en $\Theta'$ doet zien, dat de verdeeling voor de sterren met groote eigenbeweging nauwelijks merkbaar meer de wet volgt, die geldt voor de in 't algemeen zooveel kleinere eigenbewegingen der sterren van BRADLEY.

Men besluit daaruit dat de derde oorzaak de hoofdoorzaak moet zijn.

Nog sterker wordt men daarvan misschien overtuigd door de volgende beschouwing.

L. SRUVE vindt voor de declinatie van het Apex uit BRADLEY sterren . . . . . . . . . . . . . . . . . . . + 27°3
STUMPE uit sterren met groote eigenbeweging . . . . + 36°2[1]
PORTER „ „ „ „ „ . . . . . + 40°7[1]

Wil men nu de symmetrie in de verdeeling der hoeken $p$ voor de sterren van BRADLEY verbeteren door eene declinatie-verbetering van het Apex (2e oorzaak), zoo zou men gevoerd worden tot eene waarde van de declinatie die nog aanzienlijk kleiner was dan die

[1]) A. N. N°. 3000 en Astr. Journ. N°. 276. De hier geciteerde getallen zijn het eenvoudig gemiddelde van de *vier* door elk der genoemde auteurs gegeven waarden.

van L. STRUVE. Het effect van de correctie zou dus zijn dat de disharmonie tusschen bovenstaande bepalingen werd vermeerderd.

Eene correctie der declinatie-eigenbewegingen in den zin geeischt door de waargenomen asymmetrie daarentegen, zal tevens de declinatie van het Apex aanzienlijk noordelijker geven dan het door L. STRUVE werd gevonden. De harmonie der verschillende bepalingen zal dus worden verbeterd, ja waarschijnlijk zoo goed worden als men redelijkerwijze mag eischen.

Eindelijk heeft Prof. BAKHUYZEN (Bulletin Astronomique XII p. 97 v. v.) aangetoond, dat van BRADLEY's sterren zelf, diegene met kleine eigenbeweging eene andere, zuidelijker declinatie voor het Apex geven, als die met grootere eigenbeweging. De *derde* der bovengenoemde oorzaken geeft hiervan, evenals in het zooeven besproken geval, volkomen rekenschap, de *tweede* niet.

Er schijnt na dit alles weinig twijfel over te blijven of wij hebben de oorzaak van de waargenomen asymmetrie, *hoofdzakelijk* te zoeken in eene correctie der eigenbeweging in declinatie.

Dat zulk eene correctie noodig is, tamelijk constant voor sterren met éénzelfde declinatie, is reeds à priori zeer waarschijnlijk. Dat die correctie hetzij constant, hetzij nauwkeurig evenredig met cos $\delta$ zou zijn is zeker veel minder waarschijnlijk. Voor de laatste hypothese is dit aan te voeren dat, de correctie, om evidente redenen, aan de Pool waarschijnlijk zeer klein zal zijn. Het is overigens duidelijk dat de wet vrij verschillend kan worden aangenomen zonder dat het hier besproken verschijnsel zal ophouden daardoor verklaarbaar te zijn.

Neemt men $\Delta\ \delta$ constant zoo trekt men uit Prof. BAKHUYZEN's berekening voor de waarde daarvan $\Delta\,\delta = -0''\,0063$, welke voortreffelijk overeenstemt met de gemiddelde waarde dezer correctie, door NEWCOMB langs geheel anderen weg daarvoor gevonden (Astr Journ. N°. 390, 1896). Om definitieve uitkomsten te vinden zal men echter van het geheel van BRADLEY's sterren moeten uitgaan

Het beste zal dan zijn voor die correctie eene formule met één of twee constanten aan te nemen, zoodanig gekozen, dat daardoor de bekende verschillen der declinaties aan verschillende sterrenwachten bepaald, kunnen worden voorgesteld. De constanten dier formule zal men dan bij de berekening van de declinatie van het Apex als onbekenden invoeren. Het is te verwachten dat op deze wijze eene belangrijke bijdrage zal kunnen worden verkregen omtrent de systematische fouten in declinatie van oudere catalogussen en tevens eene meer betrouwbare positie voor het Apex.

Mogelijk zal men in deze richting nog een stap verder gaan en

ook de constanten eener correctie-formule in rechte klimming als onbekenden in dezelfde berekening opnemen, welke de praecessie-constante en de positie van het Apex geven moet. Alleen is het niet moeilijk in te zien dat de verbetering wegens equinox fouten zich niet zoo goed als wel wenschelijk ware van de correctie der praecessia constante zal laten scheiden, zoodat het wel in alle geval beter zal zijn zich deze althans op andere wijze te verschaffen.

De Heer van Diesen vraagt voor de Commissie voor de geologische kaart de vrijheid om zich rechtstreeks in verbinding te mogen stellen met den Minister van Watérstaat, Handel en Nijverheid. Daartegen bestaat geen bezwaar.

De Vergadering wordt gesloten.

**(10 Juni 1897).**

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van Zaterdag 26 Juni 1897.**

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 61. — Mededeeling van den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM: „Over smeltlijnen bij stelsels van twee en drie organische stoffen", p. 62. — Aanbieding eener verhandeling door den Heer HAMBURGER: „Eene methode tot scheiding en quantitatieve bepaling van het diffusibel en niet diffusibel alkali in sereuse vloeistoffen", p. 64. — Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens den Heer F. SCHREINEMAKERS, van „Een onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 vloeistofphasen optreden", p. 65. — Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens den Heer E. VAN EVERDINGEN JR. over: „Het verschijnsel van HALL en de magnetische weerstandstoename in bismuth", p. 68. (Met één plaat). — Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens den Heer A. VAN ELDIK: „Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase", p. 74. (Met één plaat). — Mededeeling van den Heer HAGA, namens Dr. C. H. WIND: „Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij Fresnel'sche buigingsverschijnselen en over de buiging van X-stralen", (2e mededeeling) p. 79. — Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT: „Bijdrage tot de kennis der aliphatische nitraminen", p. 84. — Mededeeling van den Heer C. A. J. A. OUDEMANS: „Observations mycologiques", p. 86. — Mededeeling van den Heer LORENTZ, namens Dr. C. H. WIND: „Over de dispersie der magnetische draaiing van het polarisatievlak", p. 92. — Opmerkingen van den Heer LORENTZ, naar aanleiding van bovenstaande mededeeling, p. 94. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. P. ZEEMAN: „Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten, (II)", p. 99.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Missive van den Heer D. GILL, waarin dank betuigd wordt

voor zijne benoeming tot buitenlandsch Lid en een dergelijk schrijven van den Heer J. J. A. MULLER voor zijne benoeming tot Correspondent.

De Heer MULLER ter vergadering aanwezig zijnde wordt door den Voorzitter verwelkomd.

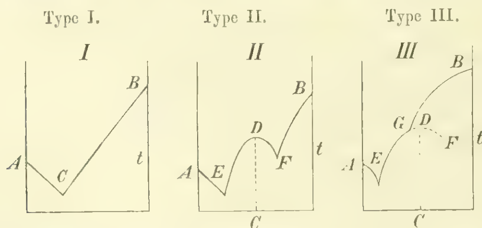
2º. Bericht van het overlijden van het buitenlandsch lid JULIUS VON SACHS, Hoogleeraar in de botanie te Würzburg, op 29 Mei 1897. De Voorzitter schetst de verdiensten van den overledene voor de botanische wetenschap.

3º. Missive van den Minister van Justitie d.d. 17 Juni 1897, waarin Z. E. verzoekt voorloopig geen openbaarheid te geven aan het door de Commissie uit te brengen rapport over de gehoorigheid in de gevangenissen. De Voorzitter deelt mede dat ingevolge dit verlangen het verslag in de voorafgaande buitengewone vergadering is uitgebracht en behandeld.

4º. Uitnoodiging tot bijwoning van de 2e Conférence bibliographique internationale te Brussel te houden van 2—4 Augustus 1897.

**Scheikunde.** — De heer BAKHUIS ROOZEBOOM spreekt over: „*Smeltlijnen bij stelsels van twee en drie organische stoffen.*"

Wanneer men afziet van de gevallen waarin in den vloeistoftoestand ontmenging, in den vasten toestand menging kan plaats vinden, kunnen de evenwichten tusschen vaste en vloeibare phasen in stelsels van twee stoffen tot de volgende drie typen teruggebracht worden.




In deze figuren stellen de abscissen het aantal molec. van een der twee stoffen voor, wanneer de som der molec. in de vloeistofphase = 100 genomen wordt. De vertikale as is de temperatuuras.

Bij het eerste type hebben wij de beide smeltlijnen $AC$ en $BC$, die aangeven welke samenstelling de vloeistof bij zekere temperatuur moet hebben om te kunnen bestaan naast de vaste stof $A$ of $B$. Beide lijnen loopen naar het stolpunt $C$ beneden welke temperatuur de vloeistof vast wordt tot een mengsel van $A + B$.

Het tweede en derde type treden op wanneer er chemische verbindingen in vasten toestand bestaan. In de figuren is verondersteld dat er slechts ééne verbinding bestaat namelijk *AB*. Punt *C* stelt die samenstelling voor.

Type II geldt voor het geval de verbinding een zuiver smeltpunt vertoont, *D*. Wij hebben dan nevens de smeltlijnen voor de beide vaste komponenten, de tweetakkige smeltlijn *EDF* voor die verbinding, met een maximum in het zuivere smeltpunt, en twee stolpunten *E* en *F* van dezelfde soort als punt *C* fig. I.

Type III geldt wanneer het smeltpunt *D* der verbinding niet bestaanbaar is. Er blijft dan van de smeltlijn slechts een grooter of kleiner deel van den eenen tak over. Het punt *G* waar deze de smeltlijn van *B* snijdt is een zoogenaamd overgangspunt.

Bestaan meerdere chemische verbindingen tusschen *A* en *B* dan herhaalt zich eenvoudig type II of III.

Tot dusver werden laatstgenoemde typen niet aangetroffen bij stelsels van twee organische stoffen. De heer KURILOFF, uit St. Petersburg, werkzaam aan het Amsterdamsche Laboratorium, zocht daarom naar geschikte voorbeelden bij de organische binaire verbindingen en slaagde er in enkele bijzonder duidelijke voorbeelden te vinden.

De stelsels Naphtol + Pikrinezuur, Benzol + Triphenylmethaan en Benzol + Trinitrobenzol bleken te behooren tot het type II. Hij verkreeg o. a. de volgende waarden:

| Punt | Smeltpunt | °/₀ Mol. Pikrinzuur | Smeltpunt | °/₀ Mol. Triph. methaan |
|---|---|---|---|---|
| *A* | 121° | 0 | 5° | 0 |
| *E* | 116° | 6 | 4.2° | 1.25 |
| *D* | 157° | 50 | 78.2° | 50 |
| *F* | 111° | 91 | 74° | 60.7 |
| *B* | 122° | 100 | 92.5° | 100 |

In het eerste voorbeeld treedt de smeltlijn der vaste verbinding, welke een gelijk aantal molekulen van beiden bevat, over groote uitgestrektheid met beide takken op. De groote gelijkwaardigheid der beide komponenten welke zich uitspreekt in gelijkheid van smeltpunt en vluchtigheid geeft groote mate van symmetrie aan de figuur. Het maximum valt volkomen met 't zuivere smeltpunt samen, de bocht bij *D* is zeer geleidelijk, ongetwijfeld 't gevolg der sterke dissociatie van de verbinding in den vloeistoftoestand.

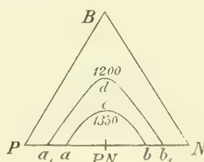
Bij het tweede stelsel treedt de tak met overmaat van Triph. methaan, dat hier 't minst vluchtige bestanddeel is, sterk op den achtergrond.

Een voorbeeld van Type III is aangetroffen bij het stelsel Benzol + Pikrinezuur, waarvoor de volgende gegevens gelden:

| Punt. | Smeltpunt. | % Mol. Pikrinezuur. |
|---|---|---|
| *A* | 5° | 0 |
| *E* | 4.4° | 1.34 |
| *G* | 84.3° | ± 50 |
| *B* | 122° | 100 |

Hierbij treedt de bijzonderheid op, dat het overgangspunt *G* nagenoeg samenvalt met het zuivere smeltpunt der verbinding.

De heer KURILOFF wendde zich daarna tot bestudeering van het stelsel van 3 stoffen: Benzol, Pikrinezuur en Naphthol. Het liet zich namelijk verwachten dat organische verbindingen de typische smeltlijnen voor stelsels van 3 stoffen in grootere volkomenheid zouden doen te voorschijn komen dan bij de tot dusver onderzochte stelsels. Deze verwachting is vooral vervuld ten aanzien van de smeltlijn voor de verbinding Naphtol + Pikrinzuur.




De beste voorstelling voor dergelijke evenwichten wordt verkregen in een gelijkzijdigen driehoek, welks hoekpunten de drie stoffen voorstellen; terwijl de coordinaten van een punt binnen den driehoek evenzijdig aan de zijden worden uitgemeten. De punten *a* en *b* op de zijde *PN* stellen de vloeistoffen voor uit *P* + *N* welke nevens de verbinding *NP* bestaan kunnen bij 135°. Bij toevoeging van Benzol wordt een geheele reeks van vloeistoffen bestaanbaar nevens deze verbinding welke voorgesteld worden door de kromme *acb*. Zoo wordt bij 120° de kromme *adb* verkregen. De kromme komt dus tot volkomen ontwikkeling bij deze temperaturen.

**Physiologie.** — De Heer HAMBURGER doet eene mededeeling „*Omtrent eene methode tot scheiding en quantitatieve bepaling van het diffusibel en niet diffusibel alkali in sereuse vloeistoffen*" en biedt een opstel daarover aan voor de werken der Akademie. Een paar vragen van den Heer PLACE worden door den Spreker beantwoord.

**Scheikunde**. — De Heer VAN BEMMELEN doet eene mededeeling namens den Heer F. SCHREINEMAKERS: „*van een onderzoek over de evenwichten in Stelsels van drie komponenten, waarbij 2 vloeistofphasen optreden.*

Nadat de Heer S. langs theoretischen weg de Isothermen had afgeleid, welke bij bovengenoemde Stelsels te verwachten zijn [1]), heeft hij thans proefondervindelijk verscheidene dezer Isothermen verwezenlijkt, o. a. in het Stelsel opgebouwd uit de drie komponenten: $H_2O$, barnsteenzuurnitril en Na Cl.

Fig. 1.

Fig. I is de afbeelding van een lichaam met behulp der verkregen uitkomsten samengesteld.

De samenstelling der oplossingen is op de gewone wijze door een punt binnen een gelijkzijdigen driehoek aangegeven, wiens hoekpunten de 3 komponenten $H_2O$, Na Cl en Nitril voorstellen. Loodrecht op dezen driehoek bevindt zich de temperatuur-as.

Beschouwt men eerst het evenwicht in het stelsel van $H_2O$ en Nitril alleen, dat zich alzoo in Fig. I op het vlak $H_2O$-Nitril-T

---

[1]) Zie Zeitschrift für physikalische Chemie 1897, XXII Bl. 93—113 en 515—535.

bevindt, dan treden bij 18°5 twee vloeistoflagen op, van welke de eene veel $H_2O$ bevat, (n.l. op 100 Mol. te zamen ± 97.5 Mol. $H_2O$), de andere veel Nitril (n.l. op 100 Mol. te zamen ± 72 Mol. Nitril). De samenstelling der beide oplossingen is in de Fig. door de punten $e_1$ en $e^1$ aangegeven.

In dit punt zijn dus, afgezien van de dampphase, 2 vloeistofphasen en éénе vaste phase in evenwicht met elkander. Van dit punt gaan 3 evenwichten uit, nl.:

1o. Eén naar lagere T met de phasen: vast Nitril + oplossing welke bij — 1.3° in het kryohydr. punt eindigt, waar ijs uitkristalliseert. Dit evenwicht is in de figuur door de lijn $p\,e_1$ of $x$ aangegeven.

2o. Eén naar hoogere T door $e^1 s$ of $z$ aangegeven, eveneens met de phasen: vast Nitril + oplossing, welke bij ± 54°5 in het smeltpunt $s$ van het vaste Nitril eindigt.

3o. Eén naar hoogere T met twee vloeistofphasen, die hoe langer hoe meer in samenstelling tot elkander naderen en eindelijk bij ± 55°5 gelijk worden. Daar in dit evenwicht *twee* vloeistofphasen optreden, wordt het in de figuur door *twee* lijnen nl. $y^1$ en $y_1$ aangegeven, welke in het punt $q$ in elkander overgaan.

Deze temperatuur is dus de kritische mengtemperatuur van het Stelsel van enkel $H_2O$ en Nitril.

Wordt een derde komponent toegevoegd, nl. vast Na Cl, dan blijkt de invloed op de vorige verschijnselen zeer groot te zijn.

Voor $H_2O$ en Nitril alleen bestaat slechts ééne temperatuur n.l. 18°5, waarbij vast Nitril naast twee vloeistoflagen mogelijk is; thans is eene geheele reeks van temperaturen n.l. van 18°5 tot 28° te verwerkelijken.

Bij 28° kunnen met elkander in evenwicht zijn: vast Nitril + vast Na Cl + twee vloeistoflagen. De samenstelling der beide vloeistofphasen is in de figuur door de letters $c_1$ en $c^1$ aangegeven.

Van deze temperatuur gaan 4 evenwichten uit n.l.:

1o. Eén door de lijn $bc_1$ of II aangegeven naar lagere temperaturen met de phasen: vast Nitril + vast Na Cl + oplossing; het eindigt bij — 22°5, in het kryohydratische punt.

2o. Eén naar hoogere temperaturen met dezelfde phasen, dus: vast Nitril + vast Na Cl + oplossing (in de fig. door $c^1 d$ aangegeven; het eindigt in het gemeenschappelijk smeltpunt ($d$) van Nitril en Na Cl.

3o. Eén naar lagere temperaturen, waarbij 2 vloeistofphasen met vast Nitril in evenwicht zijn, hetwelk eindigt bij 18°5.

Daar bij dit evenwicht twee vloeistofphasen optreden wordt het door twee lijnen voorgesteld nl. $c_1\ e_1$ en $c^1\ e^1$.

4o. Eén naar hoogere temperaturen, waarbij twee vloeistoffen in evenwicht zijn met vast Na Cl. Het wordt voorgesteld door de lijnen $c_1$ $f$ en $c^1$ $f$. Deze beide laatste vloeistofphasen naderen bij hoogere temperaturen meer en meer tot elkander in hare samenstelling; bij ± 145°5 worden zij in het punt $f$ gelijk, zoodat daar hare kritische temperatuur gelegen is.

Men ziet hieruit den invloed van het keukenzout; *zonder* Na Cl ligt de kritische mengtemperatuur bij 55°5; *met* Na Cl. bij ± 145°5.

In het lichaam, waarin de verkregen uitkomsten graphisch zijn voorgesteld, stelt vlak $A$ de oplossingen voor, die met vast Na Cl in evenwicht kunnen zijn; het vlak $B$, dat uit 2 van elkander gescheiden deelen bestaat, stelt de oplossingen voor die met vast Nitril in evenwicht zijn.

Het vlak $C$ stelt de verschillende vloeistofphasen voor, die 2 aan 2 met elkander in evenwicht kunnen zijn; de lijn $q$ $f$ verdeelt dit vlak in twee deelen; met elke vloeistofphase van het éene deel kan eene bepaalde vloeistofphase van het andere deel in evenwicht zijn.

Brengt men door dit lichaam doorsneden loodrecht op de T-as dan worden de isothermen verkregen. Verscheidene dezer isothermen zijn proefondervindelijk bepaald, voornamelijk hare geconjugeerde punten, omdat dit onderzoek — bij verschillende temperaturen — het eerste voorbeeld van dergelijke stelsels betreft.

Bij het evenwicht van $H_2O$ en Nitril alleen is gebleken, dat slechts op éene temperatuur — n.l. 18°5 — vast Nitril met twee vloeistofphasen in evenwicht kan zijn; na toevoeging van een derden komponent verandert deze temperatuur en wel zien wij haar rijzen.

Langs thermodynamischen weg heeft de Heer S. afgeleid dat zoowel rijzing als daling dezer temperatuur kan plaats vinden, en tevens dat zulks geheel afhankelijk is van de verdeeling van dien nieuwen komponent tusschen de beide vloeistofphasen.

Lost n.l. de nieuwe komponent meer op in de verdunde laag, dan ziet men de temperatuur rijzen, zooals dit ook met Na Cl is waargenomen. Lost hij echter sterker op in de gekoncentreerde laag, dan daalt de temperatuur. Dit is o.a. ook waargenomen bij de toevoeging van alkohol of van aether bij bovengenoemde lagen (water en nitril).

In dit laatste stelsel, dus in het Stelsel $H_2O$ — aether — Nitril, worden de verschijnselen echter zeer ingewikkeld. Beneden — 4°.5 is slechts eene vloeistofphase mogelijk, in evenwicht met vast Nitril. Bij — 4°.5 kunnen in evenwicht zijn de phasen: vast Nitril + ijs + 2 vloeistoflagen. Bij ± 0.5 treedt een nieuw quintupelpunt op met de phasen:

Vast Nitril naast drie vloeistofphasen.

Bij de temp.-*verhooging* ontstaan hieruit de volgende evenwichten:

1o. Vast Nitril + 2 vloeistofphasen.

2o. Een dergelijk stelsel, waarbij vast Nitril met twee vloeistofphasen in evenwicht is; echter hebben de beide vloeistofphasen van het laatste stelsel eene geheele andere samenstelling dan die van het eerste.

Het eene dezer evenwichten eindigt bij 18°5, het andere bij ± 31°.

3o. Een evenwicht bestaande uit drie vloeistofphasen. Bij temperatuursverhooging naderen twee dezer vloeistofphasen elkander steeds meer en meer in hare samenstelling en schijnen bij ± 57° gelijk te worden, zoodat boven deze temperatuur nog slechts twee vloeistofphasen optreden.

Op welke wijze dit laatste verklaard moet worden, of n.l. twee plooien in het potentiaalvlak elkander loslaten, of wel op een andere wijze is nog niet recht duidelijk. Alleen een voortgezet proefondervindelijk onderzoek kan zulks leeren. Toch is dit met groote bezwaren verbonden, 1°. aangezien de aether vereischt, dat reeds boven ± 35° in dicht gesmolten buizen gewerkt wordt, en 2°. dewijl enkele waarnemingen in de nabijheid van 57° waarschijnlijk nog op andere verwikkelingen wijzen.

**Natuurkunde.** — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt namens den Heer E. VAN EVERDINGEN JR. eene mededeeling aan: „*Over het verschijnsel van* HALL *en de magnetische weerstandstoename in bismuth*", als een vervolg op die van 30 Mei 1896 en 21 April 1897 [1]) en betrekking hebbende op onderzoekingen, verricht in het Natuurkundig Laboratorium te Leiden.

1. Aan het slot van mijn laatste mededeeling (Zittingsverslag van 21 April 1897, p. 494, § 8) wordt opgegeven dat „voor een willekeurigen stand van het vlak waarvan we den HALL-coëfficient zoeken de waarde gevonden wordt uit de omwentelingsellipsoïde op de uiterste waarden beschreven". In de bijgaande figuur 1 wordt nader aangegeven hoe dit is te verstaan. Het vlak van het plaatje wordt aangegeven door $Pl$, de kristallografische hoofdas door $OA$. De doorsnede van de magnetisatie-ellipsoïde met het vlak door $OA$

[1]) In de tweede van deze mededeelingen moest de serie waarnemingen, op p. 497 onder *d* vermeld, eigenlijk vervangen worden door een andere reeks, die er echter slechts quantitatief van verschilt in dien zin, dat in conclusie 3° het woord *bijna* door *ruim* vervangen wordt. De medegedeelde reeks was genomen met de electroden op een der *verticale* zijvlakken.

E. VAN EVERDINGEN Jr. „Over het verschijnsel van Hall en de magnetische weerstandstoename in bismuth".

Fig. 1.

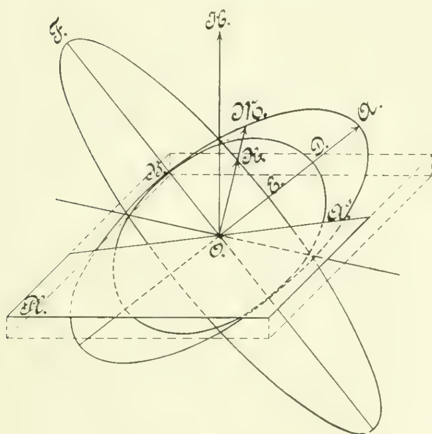
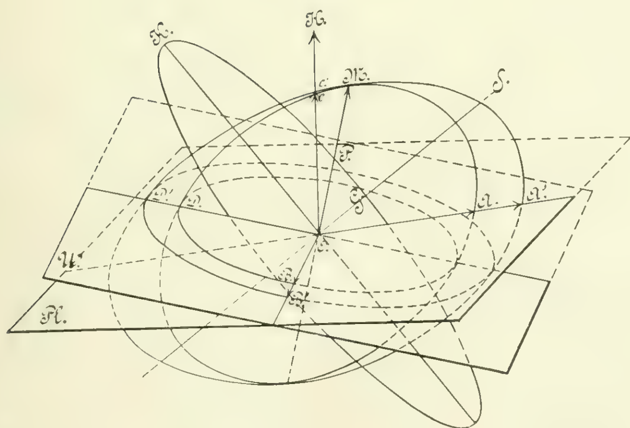


Fig. 2.



en $OH$, de normaal op $Pl$, tevens richting van de magnetische kracht, wordt voorgesteld door de ellips $AB$. Tevens is aangegeven de doorsnede $BD$ van een tweede omwentelings-ellipsoïde met dit vlak, terwijl $\frac{OD}{OB} = \sqrt{\frac{OA}{OB}}$. De richting van de magnetisatie wordt nu bepaald door het raakpunt van het raakvlak loodrecht op $OH$ met deze tweede ellipsoïde; de grootte van de magnetisatie door de lengte $OM$ van den vector door dit raakpunt tot aan de eerste ellipsoïde. De HALL-coëfficient nu wordt voorgesteld door $OR$, de lengte van denzelfden vector tot de omwentelingsellipsoïde waarvan $EF$ de doorsnede voorstelt.

Door een enkele lijn is in de figuur reeds voorgesteld de doorsnede met het vlak $AOH$ van het vlak loodrecht op $OM$, waarin de grootste weerstandstoename gevonden wordt. In de genoemde § wordt opgemerkt, dat de weerstandsellipsoïde in 't algemeen drieassig zal worden. Dit wordt verduidelijkt door figuur 2. $Pl$, $OH$ en $OM$ hebben weer dezelfde beteekenis; $W$ is het vlak loodrecht op $OM$. Om $OS$, de kristallografische hoofdas als as is de weerstandsellipsoïde gedacht, waarvan de doorsnede $ACD$ met het vlak $SOH$ en de doorsnede $BD$ met $W$ zijn geteekend. De lengte $OP$ van den vector $OM$ in de omwentelingsellipsoïde, wier doorsnede met $SOH$ door $GK$ wordt aangegeven, bepaalt de grootte van de weerstandsverandering, die voor alle richtingen van $W$ even groot is. De ellips $BD$ wordt dus gelijkvormig vergroot tot $B'D'$. De nieuwe weerstandsellipsoïde gaat nu door deze ellips en raakt in $M$ de oude. De hoofdrichtingen (symmetrieassen) van het plaatje zijn nog steeds $OA$ en $OB$; maar de verhouding van $OA$ tot $OA'$ is een andere dan die van $OB$ tot $OB'$. $OC$ is bijna niet toegenomen.

2. In mijne vorige mededeelingen over bovenstaande onderwerpen (Zittingsverslagen van 30 Mei 1896, p. 47 en 51, 21 April 1897, p. 492 en 494) werden enkele vragen gesteld, welke wij in het volgende, voor zoover het thans reeds mogelijk is, willen beantwoorden.

In de mededeeling van 30 Mei 1896 vinden we op p. 49 de vraag besproken, in hoeverre het geoorloofd is, bij ronde plaatjes het potentiaalverschil $e$ aan de secundaire electroden voor te stellen door

$$e = \{H + \tfrac{1}{2} \sin 2\alpha \, (K_{11} - K_{22})\} \frac{I}{d}.$$

Toenmaals werd twijfel geopperd aan de juistheid van deze formule o. a. op grond van het kleine gemiddelde HALL-effect, in alle

gebruikte ronde plaatjes gevonden. Deze grond is thans vervallen; latere ronde plaatjes gaven somtijds zeer hooge waarden voor den HALL-coëfficient, en het is vrij zeker, dat het kleine effect in de eerste plaatjes veroorzaakt werd door een bijzonderen stand van de kristallografische as. (Zie mededeeling van 21 April 1897, § 8).

Een tweede grond voor twijfel werd gegeven door de waarneming van verschillen in gemiddeld HALL-effect bij draaien van het plaatje om de magneetkrachtlijnen over hoeken van 45°, 90° enz. Op p. 50 wordt dan de wensch uitgesproken, uit één rond plaatje twee verschillend gelegen vierkante plaatjes te vervaardigen en te onderzoeken. Dit onderzoek is werkelijk uitgevoerd, maar bleek geen voldoende bewijskracht te bezitten, omdat de beide helften reeds in overeenkomstige standen groote verschillen kunnen vertoonen. Het was dus noodig, als volgt te werk te gaan:

Van een rond bismuthplaatje worden de symmetrie-assen en het bedrag van de dissymmetrie bepaald.

Het plaatje wordt dan in de dikte in tweeën gezaagd ($a$ en $b$); ieder der helften wordt, na hernieuwde bepaling der assen, in de 8 hoofdstanden onderzocht.

Vervolgens wordt uit het eene een vierkant gemaakt met symmetrie-assen als diagonalen, uit het andere een vierkant met zijden evenwijdig aan de symmetrie-assen. Deze vierkante plaatjes worden ieder in 4 standen onderzocht.

Als resultaat van een dergelijk onderzoek werden gevonden de volgende verhoudingen van het HALL-effect bij de plaatjes $a$ tot dat bij de plaatjes $b$:

| | | | |
|---|---|---|---|
| gemiddelde uit de 4 symmetrie- en de 4 dissymmetriestanden | bij ronde | plaatjes | 1,016 |
| gemiddelde uit de 4 diss. standen bij $b$ tot gemiddelde uit de 4 symm. standen bij $a$ | „ „ | „ | 1,035 |
| gemiddelde uit de 4 diss. standen bij $b$ tot gemiddelde uit de 4 symm. standen bij $a$ | „ vierkante | „ | 1,136 |

We vinden dus ook bij vierkante plaatjes het verschil tusschen symmetrie- en dissymetriestanden terug, en wel in sterkere mate dan bij de ronde.

3. Hadden deze waarnemingen reeds vrij waarschijnlijk gemaakt, dat niet de ronde vorm der plaatjes oorzaak was van de waargenomen verschillen, zekerheid daaromtrent werd verkregen door een berekening van het potentiaalverschil aan de secundaire electroden van een rond bismuthplaatje in het magneetveld, nauwkeurig tot op termen van de derde orde na. Deze berekening, waarbij $H$ en $(K_{11}-K_{22})$ als zeer klein werden beschouwd vergeleken met $(K_{11}+K_{22})$, en die

bestond in een achtereenvolgende benadering [1]) van termen zonder $H$ of $(K_{11}-K_{22})$, termen met de 1e macht van die grootheden, enz., is te lang om die hier te vermelden, zoodat ik alleen de uitkomsten zal mededeelen.

1°. Bij ronde plaatjes, onverschillig welken stand zij ten opzichte van de primaire electroden innemen, is het Hall-effect steeds gelijk aan $H\frac{I}{d}$, en meet men dus steeds het volle Hall-effect.

2°. Hetzij dat men de secundaire electroden zoo stelt dat het potentiaalverschil buiten het magneetveld 0 is, hetzij dat men dit potentiaalverschil meet en een correctie voor weerstandstoename aanbrengt, (zie mededeeling van 30 Mei 1896, p. 48), steeds wordt de waargenomen dissymmetrie voorgesteld door:

$$\frac{4}{\pi}\sin 2\alpha\,\frac{I}{d}\left\{(K_{11}+K_{22})\,\Delta\left(\frac{K_{11}-K_{22}}{K_{11}+K_{22}}\right)\right\}$$

waarin $\Delta$ ( ) voorstelt de toename in het magnetisch veld van de grootheid tusschen haakjes.

Wat uit deze berekening omtrent den totalen weerstand van het plaatje tusschen de primaire electroden volgt is reeds in de eerste mededeeling van 21 April 1897 vermeld. (§ 2).

4. Ook na het in § 2 besproken onderzoek blijft het verschil tusschen de waarden van het gemiddeld Hall-effect in dissymmetrie- en symmetriestanden onverklaard. Scheen het — daar hieraan tot nog toe geen theoretische beteekenis kon worden gehecht — dat aan een of ander nieuw verschijnsel moest worden gedacht, twijfel werd weder gewekt, doordat bij sommige later onderzochte ronde plaatjes het teeken van het verschil anders was, n.l. in de dissymmetrietoestanden het grootste Hall-effect gevonden werd. Voorloopig zou men nog kunnen aannemen, ondanks de schijnbare regelmatigheid in het verschijnsel [2]), dat dit verschil te wijten is aan den invloed van onregelmatige kristallisatie (zie mededeeling 2 van 21 April 1897, § 7), vooral omdat de electroden bij de dissymmetriestanden op geheel andere plaatsen staan dan bij de symmetriestanden.

5. Ook van de verschillen tusschen het gemiddeld Hall-effect waargenomen in de 4 mogelijke symmetriestanden of de 4 mogelijke dissymmetriestanden, waaraan tot nog toe evenmin theoretische beteekenis kon worden gehecht, zijn vele waarnemingen gedaan.

[1]) Dit denkbeeld had ik te danken aan den heer J. Weeder, phil. doct. te Leiden.

[2]) Dit was vooral sterk bij plaatje R 3, waarbij in een latere reeks voor alle symmetriestanden ± 9.10, voor alle dissymmetriestanden ± 7.80 werd gevonden.

Hierbij werd nog gelet op den mogelijken invloed van:

Veranderlijkheid van den magnetisatiestroom (aan de waarneming ontsnappende door onnauwkeurigheid van den ampèremeter).

Niet-homogeniteit van het veld.

Temperatuurverschillen.

Contactfouten aan de secundaire electroden.

De invloed van deze foutenbronnen werd weggenomen of verminderd door het in gebruik stellen van nauwkeuriger instrumenten, meten van temperatuur en contactweerstand enz., maar ondanks alles was in de waargenomen verschillen meestal geen spoor van regelmaat te ontdekken en werden zelfs in één stand op verschillende tijden tamelijk verschillende bedragen voor den gemiddelden HALL-stroom gevonden. *Deze* verschillen kunnen dan ook hoogstwaarschijnlijk aan onregelmatige kristallisatie worden toegeschreven.

6. In verband met de in § 3 vermelde uitkomsten der berekening moet de becijfering der weerstanden in onderling loodrechte richtingen in het magnetisch veld, opgenomen in § 1 en 2 van de tweede mededeeling van 30 Mei 1896, aan een herziening worden onderworpen. We zullen ons hier bepalen tot de berekening voor het ronde plaatje R 1. Daar omtrent de weerstanden in de richtingen der symmetrie-assen buiten het magneetveld bij dit plaatje niets bekend is, moeten we die weerstanden gelijk onderstellen. De formule voor de dissymmetrie wordt dan eenvoudig

$$\frac{4}{\pi}(K_{11}-K_{22})\frac{I}{d}\,.$$

Dit stelt dus voor $e_A - e_B$.

Het verschil der secundaire stroomen is, wanneer we noemen:

$w_A$ en $w_B$ de compensatieweerstanden voor de twee richtingen van magnetisatie

$w_r$ den weerstand van de rheotandraden van den comp. stroom

$w_s$ „ „ in de secundaire geleiding:

$$I\,.\left(\frac{w_r}{w_A}-\frac{w_r}{w_B}\right)$$

dus

$$e_A - e_B = I\,.\,w_r\,.\,w_s\left(\frac{1}{w_A}-\frac{1}{w_B}\right)$$

De grootheid $D$, die steeds als maat voor de dissymmetrie werd opgegeven, is (zie mededeeling 30 Mei 1896 p. 52)

$$1000 \left( \frac{1}{w_A} \quad \frac{1}{w_B} \right)$$

zoodat we vinden

$$K_{11} - K_{22} = \frac{\pi}{4} d \frac{w_r . w_s . D}{1000} . 10^9 \text{ c g. s.}$$

Met deze formule werd gevonden voor plaatje R 1 in het veld van 8600 c. g. s.

$$K_{11} - K_{22} = \pm 4200.$$

7. Het bezit van de algemeene formule voor de dissymmetrie en de voorstelling van den invloed van het magnetisch veld op den weerstand van bismuth, zooals die in § 1 is uitgewerkt, stellen ons in staat te onderzoeken, wat men van de verandering van de dissymmetrie en de weerstandstoename bij verandering van het magnetisch veld en bij verandering van temperatuur kan verwachten. Een zeer eenvoudige berekening toont bijv. aan, dat wanneer $p$ de weerstandsvermeerdering in $^0/_0$ van de richting $O B$ (fig. 2) is en we hoogere machten van $p$ verwaarloozen, de weerstandstoename in de richting $O A$ door $p \cos^2 \alpha$ wordt voorgesteld, waar $\alpha$ de waarde van $\angle M O H$ aanduidt. Zoolang dus $\alpha$ constant is, zal ook de verhouding tusschen de beide weerstandstoenamen dezelfde blijven, en dientengevolge zal de dissymmetrie evenredig zijn aan de gemiddelde weerstandstoename. Verandert echter $\alpha$, dan kan die evenredigheid niet blijven bestaan. De waarde van $\alpha$ nu wordt geheel bepaald door de verhouding der permeabiliteit in de richtingen $O A$ en $O B$ (fig. 1). Uit de waarnemingen met plaatje R 2 (mededeeling van 30 Mei 1896, p. 55) zou dus volgen, dat in dit plaatje die verhouding bij verandering van de magnetische kracht tamelijk sterk verandert

8. In de mededeeling van 30 Mei 1896 werd in § 4, p. 59 de aandacht gevestigd op een zekere overeenkomst in de verandering door temperatuurwijziging van geleidingsvermogen en Hall-effect bij bismuth. Daarbij werd o. a. uit de waarnemingen van Henderson afgeleid, dat waarschijnlijk in een veld van 6000 c.g.s voor bismuth een maximum geleidbaarheid zou gevonden worden bij een temperatuur onder 0°; in verband met de waarneming van zulk een maximum bij lage temperatuur voor het Hall-effect bij bismuth II door Lebret en bij bismuth I door mijzelven werd hierin een bevestiging gezien van genoemde overeenkomst. Nu is werkelijk sedert het verschijnen dier mededeeling het maximum van geleidbaarheid voor electrolytisch

bismuth door FLEMING en DEWAR [1]) onder 0° gevonden; maar mijne verdere waarnemingen bij lage temperaturen (0° tot 70°) met bismuth van MERCK en bismuth uit OBERSCHLEMA geven voor geen van deze soorten een maximum HALL-effect of ook zelfs maar een naderen tot een maximum. De overeenkomst tusschen geleidbaarheid en HALL-effect wordt dus door deze latere proeven niet bevestigd.

**Natuurkunde.** — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt een mededeeling aan van den Heer A. VAN ELDIK: „*Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase*", verricht in het Natuurkundig Laboratorium te Leiden.

6. *Waarnemingen bij mengsels van Chloormethyl en Ethyleen.* Bij een bepaalde temperatuur werd met behulp van de toestellen, beschreven in mijne vorige mededeeling [2]), het verloop der stijghoogte met den druk (den parameter ter bepaling van de plaats der phasen op de binodale lijn) bepaald. De druk werd waargenomen door middel van een luchtmanometer (*M.* fig. I. Zitt. versl. 29 Mei '97). Als stijghoogte werd gemeten de vertikale afstand $h$ tusschen het laagste punt van den meniscus in de capillair, en het horizontale raakvlak aan den meniscus in de ringvormig cylindrische ruimte om de capillair.

De werkelijke stijghoogte, d. i. die, welke de vloeistof zou vertoonen indien de capillair te midden van een oneindig uitgestrekten vloeistofspiegel geplaatst was, wordt verkregen, zooals VERSCHAFFELT [3]) heeft aangetoond, door bij die gemeten stijghoogte aan te brengen de correctie:

$$h' = h \frac{2d}{\frac{(r_3 - r_2)^2}{r_1} - 2d} + \frac{r_1}{3}$$

waar

$h$ = de gemeten stijghoogte
$d$ = de pijl van den ringvormigen meniscus
$r_1$ = de inwendige-
$r_2$ = de uitwendige straal van de capillair
$r_3$ = de inwendige straal der wijde buis waar binnen de capillair zich bevindt.

[1]) Proc. Roy. Soc. 60. p. 125.
[2]) Zitt. versl. 29 Mei '97.
[3]) Zitt. versl. Akad. 31 Oct. '96.

Door vermenigvuldiging met $10r$, werden nog de zoo verkregen werkelijke stijghoogten $H = h + h'$ gereduceerd tot die, welke in een buis van 0.1 mm. straal zouden gevonden worden, $H_1$.

Voor de bepaling van $r_1$ werd gebruik gemaakt van de door waarnemingen van VERSCHAFFELT [1]) zeer nauwkeurig bekende oppervlakte-energie van Chloormethyl. Daaruit volgt voor de werkelijke stijghoogte in eene capillair met straal 0.1 mm.

$$H_1 = 42.09 - 0.265\ t.$$

Als voorbeeld kan dienen de calibratie van buis IV. Voor de berekening der correctie $h'$ werd gebruik gemaakt van de benaderde waarde van $r_1$ verkregen door meting met microscoop aan de beide einden

$$r_1 = 0.104 \text{ en } 0.107 \text{ gemiddeld } 0.106 \text{ mm.}$$

Verder werd gemeten met diktepasser

$$r_2 = 0.525 \text{ en } 0.555, \text{ gemiddeld } 0.540 \text{ mm.}$$

en door meting met den kathetometer en door kwikweging

$$r_3 = 3.04 \text{ mm.}$$

Verder gaven de metingen der stijghoogte $h$ en van den pijl $d$ op de afstanden $a$ mm van den top van de capillair de waarden

| *t.* | *a.* | *h.* | *d.* | *H.* | *r.* |
|---|---|---|---|---|---|
| 12°.— | 65 | 34.84 | 1.31 | 36.53 | 0.1065 |
| „ | 75 | 35.00 | 30 | 69 | 1061 |
| „ | 85 | 16 | 33 | 85 | 1056 |
| „ | 95 | 38 | 34 | 37.07 | 1050 |
| „ | 105 | 60 | 31 | 29 | 1044 |
| „ | 115 | 78 | 32 | 47 | 1032 |

Herhalingen dezer metingen met een nieuw ingedestilleerde hoeveelheid vloeistof, gaven overeenstemmende uitkomsten.

Tot het verkrijgen der mengsels [2]), waarvan de capillaire stijghoogte werd gemeten, kan nu op twee wijzen worden te werk gegaan.

1°. Uitgaande van eene hoeveelheid Chloormethyl, worden telkens

---

[1]) Nog niet gepubliceerd.

[2]) Vergel. N°. 2 Zitt. versl. 29 Mei.

nieuwe hoeveelheden Ethyleen toegevoegd, zoodat achtereenvolgens mengsels met telkens hooger Ethyleen-gehalte worden verkregen, tot ten slotte de plooipunts-verschijnselen worden waargenomen.

Daar bij de door mij gekozen temperaturen (10° en 23°) de plooi zich nog over bijna de geheele breedte van het oppervlak der vrije energie van v. d. Waals, het $\psi$-vlak, uitstrekt, en dus eerst voor een groot Ethyleen-gehalte de plooipunts-toestand verkregen wordt, is het noodig, telkens van verschillende hoeveelheden Chloormethyl uit te gaan, om verschillende deelen der *Stijghoogte-Druklijn* te bestudeeren.

Zoo nam bijv. bij mijne beide waarnemingsreeksen het vloeistofvolume in de buurt van het plooipunt tot 30 à 40 maal het oorspronkelijke vloeistofvolume toe, wat bij de afmetingen van mijn toestel noodig maakte, met een zoo geringe vloeistofmassa te beginnen, dat eerst bij ± 30 atmosph. voldoende vloeistof aanwezig was om den meniscus op de gewenschte hoogte in de capillair te kunnen brengen. Ook buitendien werden evenwel, om van mogelijke toevallige verontreinigingen onafhankelijk te zijn, herhaaldelijk de mengsels vernieuwd, door van een nieuwe hoeveelheid zuiver chloormethyl uit te gaan.

2⁰. De andere wijze tot het verkrijgen van mengsels van verschillend gehalte is, uit te gaan van een mengsel van hooger Ethyleen-gehalte. Achtereenvolgens worden dan verschillende mengsels van telkens lager Ethyleen-gehalte verkregen door Ethyleen te laten verkoken. Ook hierbij moet van verschillende hoeveelheden Chloormethyl worden uitgegaan, om verschillende deelen der lijn te bestudeeren.

Van beide handelwijzen heb ik bij mijne waarnemingen gebruik gemaakt, en verkreeg goed overeenstemmende waarden.

Vooral was dat het geval bij mijn tweede waarnemingsreeks (23°). Daarbij voerde vooral de tweede wijze van bereiding der mengels, die bij afnemenden druk, betrekkelijk spoedig tot het goede resultaat, steeds trouwens met behulp van den roerder [1]). Reeds na tweemaal den meniscus met behulp van den phasenverschuiver [2]) omlaag gebracht, en de vloeistof met het gas geroerd te hebben, werden gewoonlijk constante waarden voor de stijghoogte verkregen.

Bij stijgenden druk daarentegen was dikwijls 10 maal vernieuwde menging noodig, voor de stijghoogte constant werd. Voor een goed deel is dit zeker daaraan toe te schrijven, dat de kleine hoeveelheid vloeistof, die in de capillair hangen blijft, slechts langzaam en door

1) Vergel. N⁰. 2 Zittingsversl. 29 Mei '97.
2) Vergel. N⁰. 3 Zittingsversl. 29 Mei '97.

herhaald op- en neer bewegen van den meniscus het bij den bestaanden druk behoorende thermodynamische evenwicht bereikt; bij het uitkoken daarentegen wordt reeds aanstonds deze vloeistofdraad door het ontwijkende Ethyleen vernietigd en uit de capillair gedreven.

7. *Het verloop der capillaire stijghoogte met den druk tot aan het plooipunt.* Een eerste serie waarnemingen werd gedaan bij de temperatuur der waterleiding, omstreeks 10°.4 C. en dus slechts even boven de kritische temperatuur van Ethyleen (9°.—).

Bij slechts zeer weinig van elkaar afwijkende temperaturen werd het verloop van de stijghoogte met den druk tot vrij dicht bij het plooipunt herhaaldelijk nagegaan. In de onmiddellijke nabijheid van het plooipunt evenwel was het nagenoeg onmogelijk constante waarden te verkrijgen wegens den grooten storenden invloed, die daar de zwaartekracht en zelfs bijna onmerkbare temperatuurswisselingen hebben. Zoo werd b.v. soms plotseling, en zonder merkbare reden eene aanmerkelijke verandering der stijghoogte waargenomen, zoo zelfs, dat zij enkele malen negatief werd. Toch bleef dan nog de meniscus duidelijk hol, zoodat zonder twijfel dit optreden van een negatieve stijghoogte aan een niet-homogeen-zijn der vloeistof binnen en buiten de capillair is toe te schrijven. De bij deze temperatuur behoorende plooipuntsdruk werd afgeleid uit de bepaling van den plooipuntsdruk bij de onmiddellijk daarbij gelegen temperatuur van 11°.6, waarvoor 56.07 ± 0.10 atmosph. gevonden werd. De correctie werd langs graphischen weg bepaald, waarbij werd gebruik gemaakt van den bij mijn tweede waarnemingsreeks bepaalden plooipuntsdruk bij 23°.— C. (59.15 ± 0.09).

In tabel I vindt men weergegeven de uitkomsten der bij omstreeks 10°.4 C. gedane metingen.

Een tweede reeks waarnemingen, welker resultaten in tabel II zijn aangegeven, werd verricht bij de door de vroeger beschreven inrichting [1]) constant gehouden temperatuur van 23° C.

Wegens den grooteren afstand van de kritische temperatuur van Ethyleen, en de veel beter constant gehouden temperatuur konden hier gemakkelijker constante en goed met elkaar overeenkomende waarden worden verkregen, zooals te zien is uit de graphische voorstelling.

De uitkomsten zijn voorgesteld door fig. VI. Daar geeft de lijn *a*

[1]) Zitt. versl. 29 Mei '97.

de bij elkaar behoorende drukken en stijghoogten van zuiver Chloormethyl bij verschillende temperaturen aan.

De beide reeksen waarnemingen over de mengsels van Chloormethyl en Ethyleen bij 10°.4 en 23°.0 worden resp. voorgesteld door de lijnen *B* en *C*.

TABEL I.

*Stijghoogte-Druk*-lijn bij 10°.4 C. voor een buis van 0.1 mm. straal.

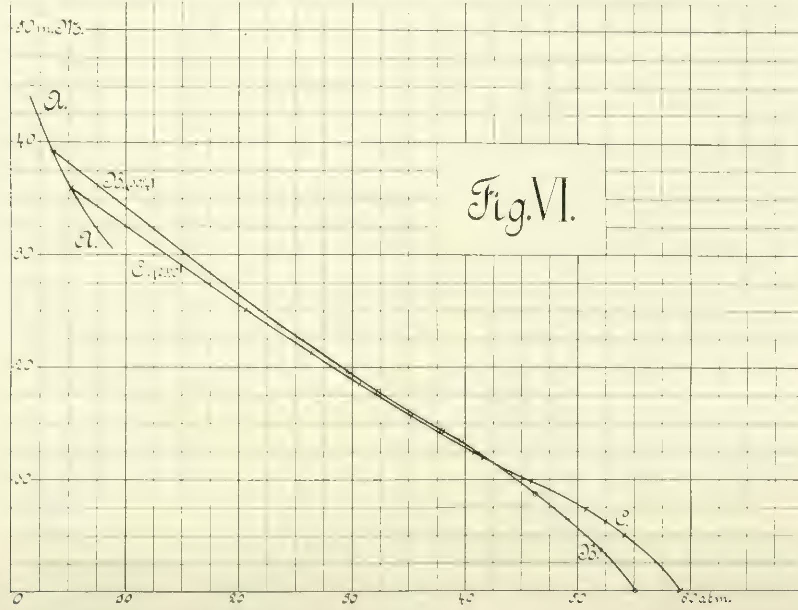
| *t*.° C. | *P*. atm. | $H_1$ mm. |
|---|---|---|
| 10°.4 | 3.60 | 39.33 |
| 2 | 15.30 | 30.13 |
| 4 | 19.54 | 26.96 |
| 6 | 23.61 | 23.50 |
| 3 | 29.50 | 19.64 |
| 2 | 32.17 | 17.74 |
| 3 | 37.92 | 14.24 |
| 2 | 39.65 | 13.49 |
| 4 | 44.05 | 10.55 |
| 3 | 46.28 | 8.67 |
| 4 | 49.10 | 6.55 |
| 2 | 52.04 | 3.63 |
| 4 | 55.20 | *Plooipunt* (gevonden uit dat bij 11°.6). |

TABEL II.

*Stijghoogte-Druk*-lijn bij 23° C. voor een buis van 0.1 mm. straal.

| *t*°. C. | *P*. atm. | $H_1$ mm. |
|---|---|---|
| 23.00 | 5.25 | 36.00 |
| 14 | 20.62 | 25.16 |
| 08 | 26.45 | 23.20 |
| 15 | 30.64 | 18.50 |
| 05 | 35.20 | 15.53 |
| 15 | 40.71 | 12.40 |
| 07 | 41.56 | 11.79 |
| 00 | 43.26 | 10.92 |
| 02 | 45.85 | 9.71 |
| 07 | 50.74 | 7.39 |
| 07 | 52.48 | 6.20 |
| 00 | 54.11 | 4.92 |
| 00 | 59.15 ± 0.09 | *Plooipunt.* |

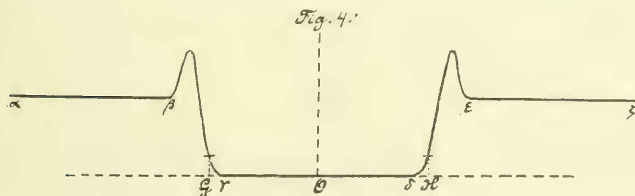
A. VAN ELDIK. „Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase".



**Natuurkunde.** — De Heer HAGA biedt, namens Dr. C. H. WIND eene bijdrage aan, getiteld: „*Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij* FRESNEL'*sche buigingsverschijnselen en over de buiging van X-stralen.* (Tweede mededeeling)".

12. De in de voorlaatste zitting medegedeelde theorie kunnen wij gebruiken om te onderzoeken, welk buigingsbeeld zal ontstaan, wanneer, bij een eenigszins breede spleet als lichtbron, een smal rechthoekig scherm, met de lengte evenwijdig aan de lichtspleet geplaatst, als buigend object wordt genomen.

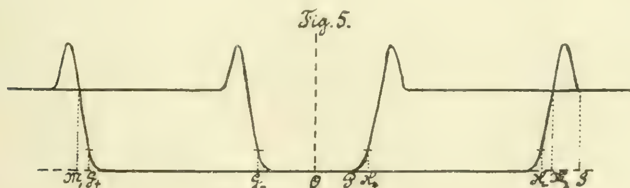
De primaire buigingskromme kan dan voor het deel, waarop het voornamelijk aankomt, schematisch worden voorgesteld door fig. 4, waarin $G$ en $H$ de grenzen van de geometrische schaduw van het buigende scherm aangeven. Eigenlijk hadden we in de deelen $\alpha\beta$ en




$\varepsilon\zeta$ een reeks naar het midden der figuur in duidelijkheid toenemende maxima en minima en in het deel $\gamma\delta$ een reeks maxima en minima van geringe intensiteit moeten voorstellen. Al deze maxima en minima zijn echter voor den *aard* van het ontstaande secundaire buigingsbeeld van ondergeschikt belang, vooral wanneer stralen van verschillende golflengte samenwerken; toch zullen zij dikwijls een rol kunnen spelen en moeten wij er dus later op terugkomen.

We onderscheiden thans twee gevallen.

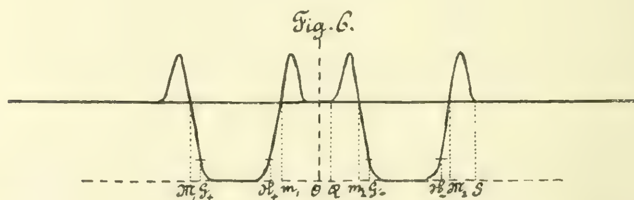
*Geval a.* Is het buigende scherm niet te smal, dan krijgt de figuur, die, evenals vroeger fig. 1, de intensiteit van het secundaire buigingsbeeld zal aangeven, het karakter van fig. 5.



Gaan we na, 'hoe van het midden $O$ naar rechts de intensiteit van het buigingsbeeld van punt tot punt zal veranderen, dan valt in de eerste plaats op te merken, dat in het midden zelve geen werking zal zijn; dit leidt men gemakkelijk uit de figuur af, indien men deze naar links voltooid denkt tot waar de beide verschoven buigingskrommen (vgl. 5.) blijvend nul tot ordinaat hebben.

Van $O$ tot $P$ is dan volgens fig. 5 volslagen afwezigheid van werking; van $P$ tot $M_2$ — d. i. over een gebied, dat zoowel naar binnen als naar buiten zich iets verder uitstrekt dan de „geometrische bijschaduw" $H_+ \; H_-$ — neemt de intensiteit toe om in $M_2$ een maximum te bereiken en van daar weer af te nemen tot bij $S$, van welk punt af de intensiteit een constant bedrag behoudt.

*Geval b.* Wordt het buigende scherm zoo smal genomen, dat er geen „geometrische kernschaduw" meer bestaat, zoo krijgt de figuur, die de intensiteit van het buigingsbeeld kan aangeven, het karakter van fig. 6.




Volgens deze figuur zal het buigingsbeeld van het midden $O$ tot het punt $Q$ een zelfde intensiteit vertoonen; dat deze thans niet nul is, blijkt uit aanvulling der figuur op soortgelijke wijze als boven werd bedoeld voor geval $a$. Van $Q$ tot $m_2$ neemt de intensiteit af om in $m_2$ een minimum te bereiken, daarna neemt zij toe tot $M_2$, waar een maximum is, om vervolgens weer tot het punt $S$ af te nemen, waarna de intensiteit constant blijft.

We hebben dus in hoofdzaak: in geval $a$ een kernschaduw met bijschaduwen, welke laatste van het gebied van normale verlichting gescheiden zijn door maxima; in geval $b$ een middenstuk van constante verlichting begrensd door twee minima, die elk den binnenrand vormen van een gebied van toenemende intensiteit, 'twelk naar buiten van het gebied van normale verlichting gescheiden is door een maximum. De hier genoemde maxima en minima kunnen we wel *hoofdmaxima* en *-minima* noemen.

Geval $a$ doet zich voor, wanneer $\sigma(a+b)$ niet al te weinig

kleiner is dan $sb$ ($s$ = breedte buigend scherm), geval $b$, wanneer $\sigma(a+b)$ niet al te weinig grooter is dan $sb$ (vgl. 1). Met de overgangsgevallen, die overigens even gemakkelijk te behandelen zijn, zullen we ons hier niet bezig houden.

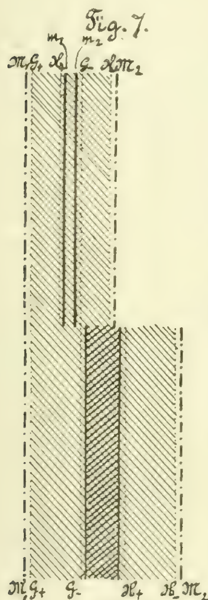



Fig. 7 is een schematische voorstelling van het buigingsbeeld, dat moet optreden, indien het buigende scherm bestaat uit een breed en een smal gedeelte, zoodat de gevallen $a$ en $b$ tegelijkertijd zijn vertegenwoordigd.

De tot dusverre buiten rekening gelaten fluctuaties in de deelen $\alpha\beta$ en $\varepsilon\zeta$ der primaire buigingskromme (fig. 4) geven aanleiding tot minder op den voorgrond tredende minima en maxima buiten de hoofdmaxima $M_1$ en $M_2$, die in het deel $\gamma\delta$ kunnen in geval $a$ zeer zwakke maxima aan de randen der kernschaduw, in geval $b$ nog meerdere minima tusschen de hoofdminima $m_1$ en $m_2$ veroorzaken. Ook kunnen de laatstgenoemde fluctuaties in 't geval van een zeer smal buigend scherm een merkbare verschuiving van de hoofdminima $m_1$ en $m_2$ ten gevolge hebben, waardoor men, ze verwaarloozende, tot een onjuiste waardeering niet van de orde, maar wel van het juiste bedrag der golflengte zou kunnen geraken. Er is trouwens niet het minste bezwaar tegen, deze invloeden in rekening te brengen.

13. De hier en in de eerste mededeeling als *secundaire buigingsbeelden* beschreven verschijnselen zijn klaarblijkelijk dezelfde als bedoeld worden in het slot van een opstel van SAGNAC [1]) (Journ. de Phys. 6, p. 169, April 1897); ook in een vroeger stuk (C. R. 123, p. 880, 1896) heeft deze schrijver reeds op soortgelijke verschijnselen gezinspeeld. In deze verhandelingen wordt opgemerkt, dat de door FOMM e. a. verkregen X-schaduwbeelden niet onder de diffractieverschijnselen tehuis behooren en wordt er in 't algemeen tegen gewaarschuwd, de onder de bedoelde omstandigheden zich vertoonende donkere en lichte strepen voor diffractiebanden te houden.

[1]) Het is juist de hier bedoelde opmerking van SAGNAC, die de onmiddellijke aanleiding is geweest tot de verdere uitwerking mijner theorie voor het geval van Nr. 12.

zonder dat er nochtans een eenigszins afdoende verklaring van die strepen wordt gegeven.

De X-schaduwbeelden van FOMM vallen blijkbaar onder de in mijn vorige mededeeling behandelde rubriek van verschijnselen; voorzoover ik weet, heeft voor de meting van X-golflengten tot dusverre nog niemand schaduwbeelden gebruikt, welke onder de in 12. behandelde zouden zijn te brengen. Met zijn waarschuwing omtrent diffractiebanden heeft SAGNAC in zoo verre volkomen gelijk, dat de gevonden strepen geen *gewone* diffractiebanden zijn; doch in het bovenstaande en in de vorige mededeeling meen ik voldoende te hebben aangetoond en in het volgende wordt zeer goed bevestigd, dat de bedoelde verschijnselen zich minstens qualitatief laten samenvatten door een verklaring, die ze wel degelijk onder de diffractieverschijnselen in ruimeren zin rangschikt.

14. Het is gemakkelijk met behulp van gewoon licht secundaire buigingsbeelden te ontwerpen, die al de in 12. beschreven details op uitstekende wijze doen uitkomen. Ook kan men de gebogen stralen opvangen op gevoelige platen en heeft men dan, na ontwikkeling daarvan, negatieven, die kunnen worden uitgemeten. Weliswaar leent de methode zich zelfs niet bij gewoon licht tot nauwkeurige metingen, doch zij stelt ons wel in staat, tot een schatting omtrent de golflengte te komen. Zoo leverde de enkele uitmeting van vier verschillende objecten, volgens deze methode verkregen, mij bij berekening, naar de in 12. ontwikkelde theorie, waarden voor de golflengte van het gephotografeerde licht, liggende tusschen 380 en 600 $\mu\mu$, welke waarden als bevredigend moeten worden beschouwd, wanneer men let op de opmerking aan het slot van 12. Tegelijkertijd heeft uitmeting van een nagenoeg primair buigingsbeeld, onder soortgelijke omstandigheden, doch bij gebruik van een zeer nauwe lichtspleet verkregen, geleid tot een schatting van de golflengte op 520 à 440 $\mu\mu$.

15. Wat nu de secundaire buigingsbeelden bij X-stralen betreft, zoo is het mij gelukt onder vooraf berekende omstandigheden ook de in 12. beschreven schaduwbeelden (vertoonende de twee hoofdmaxima en -minima) bij deze soort van stralen te verkrijgen. Hoewel de hierbij verworven negatieven nog niet tot een $\lambda$-bepaling voor de X-stralen hebben kunnen leiden, valt er wel uit op te maken, evenals voorloopig ook uit een nog niet voltooide reeks proeven, door Prof. HAGA verricht, dat de golflengte dezer stralen in elk geval een groot aantal malen kleiner is dan die van licht, zoodat het geenszins onmogelijk is, dat bij voortgezet onderzoek het door GOUY verkregen resultaat ($\lambda < 5\,\mu\mu$, Journ. de Phys. 5, p. 343, 1896) zal worden bevestigd gevonden.

Intusschen versterken dezelfde negatieven meer en meer de meening, dat de X-stralen in undulaties bestaan, daar de gevonden verschijnselen, qualitatief althans, beantwoorden aan voorspellingen, die, ontsproten aan de door mij gegeven theorie, de diffractie- en dus de undulatie-theorie vooropstellen.

16. Ten slotte moet ik nog terugkomen op de door mij in 10. (vroegere mededeeling) geopperde moeilijkheid, die ik ook tot dusverre nog niet volledig heb kunnen oplossen.

Ik heb verschillende proeven gedaan om te trachten na te gaan, wat de oorzaak is van het optreden der beide maxima bezijden het midden-minimum in het geval van een „nauwe" spleet als buigende opening. Deze proeven hebben in de eerste plaats geleerd, dat het optreden dezer maxima niet geheel afhankelijk is van de zg. buitenmaxima in het primaire buigingsbeeld (vgl. het laatste deel van 8.); want ik heb ze (bij lichtbestraling) ook verkregen bij zoodanige parameterverhoudingen, dat deze buitenmaxima nog volstrekt niet op den voorgrond traden.

Doch tegen de door mij opgestelde theorie is deze tegenwerping te maken, dat de onderstelling nopens superpositie van de werkingen der naast elkander voorkomende elementen der lichtspleet (zie begin 4.) zeker wèl geoorloofd is, indien de lichtspleet zelve de oorspronkelijke lichtbron is, doch dat zij niet geheel opgaat in het gewone geval, waarbij de lichtspleet haar licht ontvangt van een daarachter geplaatste lamp. Wil men deze omstandigheid in aanmerking nemen, dan wordt de theorie veel minder eenvoudig, daar men, om tot een volledige theorie te geraken, b.v. moet beginnen met na te gaan, welk buigingsverschijnsel ontstaat, indien een lichtspleet van niet te verwaarloozen breedte wordt beschenen door een lichtend punt en indien dan het bij het passeeren der lichtspleet reeds gebogen licht ten tweede male wordt gebogen door een tweede spleet (de buigende spleet). Dat buigingsverschijnsel zou men kunnen noemen een *buigingsverschijnsel van de tweede orde* en men zou, na dit te hebben bestudeerd, naar den geest van 4. en 5. kunnen onderzoeken, welke verandering zulk een buigingsbeeld zal ondergaan bij vervanging van het ondersteldе lichtende punt door een lichtgevend vlak. De naar dit beginsel ontworpen theorie zou stuiten op mathematische moeilijkheden; doch het is wel mogelijk door betrekkelijk elementaire beschouwingen uit te maken, wat het karakter van het „secundaire" buigingsbeeld van de tweede orde zal worden. Om niet te uitvoerig te worden zal ik deze elementaire beschouwingen thans achterwege laten, doch ik meen met behulp daarvan wel te kunnen aantoonen, dat dat karakter in 't algemeen moet

overeenstemmen met dat van de reeds bestudeerde secundaire buigingsbeelden der eerste orde, doch dat buitendien de tot dusverre onverklaarde maxima moeten optreden; ook heeft een enkele meting, tot toetsing van die beschouwingen verricht, resultaten opgeleverd, die geenerlei tegenspraak met de werkelijkheid hebben aan 't licht gebracht.

Aan den anderen kant heb ik, sedert de genoemde bedenking tegen de opgestelde theorie bij mij was gerezen, bij de verdere lichtproeven — o.a. bij de lichtproeven, waarvan in deze mededeeling reeds melding is gemaakt — de door een lamp beschenen lichtspleet opgevuld met een plaatje mat geschuurde mica, waardoor ik meende haar voor de verklaring der ontstaande buigingsbeelden als de primaire lichtbron zelve te mogen aanzien. Deze laatste meening is in den laatsten tijd door verschillende oorzaken aan 't wankelen gebracht en ik acht het thans waarschijnlijk, dat het mat slijpen der mica voor mijn doel niet geheel afdoende is geweest. Ook heb ik trouwens gevonden, dat de toegepaste kunstgreep niet ten gevolge heeft gehad, dat de volgens de vroeger uitgewerkte theorie niet te verklaren maxima wegbleven, zoodat de aangegeven moeilijkheid nog niet geheel is opgeheven, tenzij het verder mocht worden bevestigd, dat die maxima moeten worden toegeschreven aan de buiging van de tweede orde.

Met dat al wordt het misschien wel noodzakelijk, de verkregen en tot dusverre als secundaire buigingsbeelden van de eerste orde opgevatte beelden als geheel (bij X-stralen) of gedeeltelijk veroorzaakt door buiging van de tweede orde te beschouwen. Moge om die reden al de opgestelde theorie principiëel onvoldoende schijnen, zoo strekt het mij ten opzichte van de reeds verkregen resultaten eenigszins tot geruststelling, dat de elementaire beschouwingen boven bedoeld leiden tot buigingsbeelden van een soortgelijk karakter als de reeds uitgewerkte theorie en voorts tot een formule voor de golflengte, waaruit voor deze een bedrag moet worden gevonden, dat nooit onrustbarend veel kan afwijken van dat, hetwelk volgens de vroegere theorie zou zijn af te leiden.

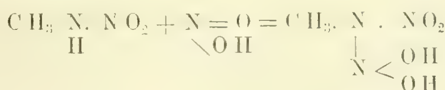
De proeven zijn verricht in het physische laboratorium te Groningen.

Scheikunde. — De Heer Franchimont levert eene „*bijdrage tot de kennis der aliphatische nitraminen*".

Aanleiding daartoe geeft eene mededeeling van den Heer Bamberger te Zürich in de Ber. d. D. ch. Ges. Bd. **30**. p. 1248; waarin 1e de werking van het salpeterigzuur op diazobenzolzuur (phenylnitramine) besproken wordt.

Herhaalde malen heb ik methylnitramine op kaliumnitriet en ook omgekeerd kaliumnitriet op methylnitramine, in waterige oplossing bij de gewone temperatuur, laten werken, in verhouding der moleculgewichten; ofschoon de verschijnselen in beide gevallen niet geheel dezelfde zijn, de resultaten zijn het ten slotte wel. Er wordt eene aanzienlijke hoeveelheid van een volkomen kleurloos gas ontwikkeld, dat hoofdzakelijk uit stikstof bestaat; de oplossing is, na afloop der reactie, geel gekleurd en heeft eene vrij groote hoeveelheid kaliumnitraat afgescheiden. Zij levert bij voorzichtige verwarming op een waterbad methylalcohol, dimethylnitramine en isodimethylnitramine. Waargenomen bijproducten bij de reactie zijn: een weinig koolzuurgas, een zeer vluchtig lichaam met sterken isonitrilreuk, eene zelfstandigheid die met kaliumcarbonaat donkerbruin wordt, en de gele kleur der oplossing.

De hoeveelheid stikstof is zoo groot dat ongeveer $^3/_4$ van het gebruikte methylnitramine voor hare vorming ontleed wordt, terwijl het overige $^1/_4$ gedeeltelijk in de beide dimethylnitraminen overgaat, gedeeltelijk in andere producten; ziet men voorloopig van de bijproducten af, wier studie eene aanzienlijke hoeveelheid van het nog altijd vrij kostbare materiaal zou vereischen, dan kan de hoofdreactie, bij de gewone opvatting van het methylnitramine, als eene additie worden beschouwd van het methylnitramine aan het salpeterig zuur, gevolgd door een uiteenvallen van 't product, tot salpeterzuur en diazomethylhydraat; 't laatste geeft dan stikstof en methylalcohol, en methyleert daarbij tevens een ander gedeelte methylnitramine.



Het salpeterzuur gaat in kaliumnitraat over.

Deze opvatting schijnt eenvoudiger dan die waartoe de formule $CH_3 . N - N\,OH$ (met $\diagdown O \diagup$ tusschen de beide N) zou leiden. Hier zou men eene oxydatie van het kaliumnitriet tot nitraat door het methylnitramine moeten aannemen, terwijl tot heden geene enkele oxydeerende werking van het methylnitramine is waargenomen.

De Heer Bamberger vermeldt 2e in zijne aangehaalde mededeeling eene kleurreactie, teweeggebracht door zink in eene kleur-

looze oplossing van diazobenzolzuur in azijnzuur waarbij $\alpha$ naphtylamine is gevoegd. Hij schrijft deze toe aan de werking van het naphtylamine op door reductie van het diazobenzolzuur gevormd diazoniumzout.

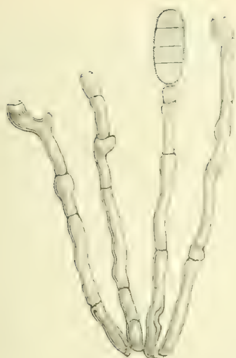
Door mij is waargenomen dat alle zure en alle neutrale aliphatische nitraminen, wanneer men ze in azijnzure oplossing, waarbij $\alpha$ naphtylamine, dimethylaniline, aniline, metaphenyleendiamine enz. is gevoegd, met zink behandelt, kleurstoffen geven, gele met aniline, roode met $\alpha$ naphtylamine en phenyleendiamine, groene met dimethylaniline; ook nitro-ureum doet dit. Aanvankelijk meende ik dat deze reacties, welke sprekend op die van salpeterigzuur gelijken, aan vorming van dit lichaam konden worden toegeschreven. Intusschen is mij bij nader onderzoek der kleurstoffen gebleken dat dit niet zeker is. Zij kunnen echter niet veroorzaakt worden door eene reductie der nitraminen tot nitrosaminen, want dimethylnitrosamine en diaethylnitrosamine geven onder deze omstandigheden zulke kleurreacties niet. Hoogst onwaarschijnlijk komt mij in dit geval de vorming van diazoniumzouten voor, omdat de reacties nog beter gaan met de neutrale nitraminen dan met de zure. Een volledig onderzoek der gevormde kleurstoffen, kan alleen licht verschaffen.

**Plantenkunde**. — De Secretaris biedt namens den Heer C. A. J. A. Oudemans voor het Verslag der Vergadering een opstel aan, getiteld: „*Observations mycologiques*".

Brachyspora Pisi n. sp. — Le 19 Juin 1897 je reçus de Mr. le Prof. Ritzema Bos, Directeur du Laboratoire phyto-pathologique à Amsterdam, quelques jeunes plants du *Pisum sativum*, pas plus hauts que $1^1/_2$ décim. (sans y compter la racine) qui, dans un jardin potager, sans aucune cause apparente, avaient été arrêtés dans leur développement. Pas plus que quelques feuilles des plus inférieures avaient jauni et furent au point de se détacher. Les objets avaient été expédiés de Warffum (prov. de Groningue).

Un examen à la loupe de ces feuilles nous fit découvrir çà et là des taches fort minces, noirâtres, pas plus larges qu'un centimètre, tranchant nettement sur le jaune d'alentour, et dont s'élevaient en grande quantité des filaments assez denses, courts et très subtils.

L'étude microscopique fit reconnaître que ces derniers appartenaient à un champignon de l'Ordre des Dématiées, dont le mycélium avait envahi le tissu parenchymatique, et dont les hyphes fertiles avaient perforé l'épiderme. Ces dernières tantôt se présentaient en bâtons solitaires, et tantôt en rayons réunis en groupes (Fig. 1), sans pour-


Brachysporium Pisi n. sp. 100. Longeur des hyphes à demi raccourcie.

tant qu'il y avait eu une union plus intime à la base.

Quoique toujours simples, pourtant ces hyphes, çà et là septées et de couleur enfumée, purent être divisées en hyphes parfaitement lisses, et en d'autres qui, près des cloisons, s'étaient dilatées soit à droite, soit à gauche, quelquefois même tout à l'entour, en sorte que, vues dans toute leur longueur, elles présentaient une surface p. ou m. rabotteuse. Jamais plus qu'une seule conidie se trouvait au sommet d'une hyphe fertile, quoique, selon l'age, on pouvait les distinguer en conidies continues, et en d'autres à une, deux ou trois cloisons, ou, ce qui revient au même, à deux, trois ou quatre compartiments. La forme elliptique se manifestait partout, et la couleur, identique à celle des hyphes, ne s'en écartait que par une moindre obscurité.

Les dimensions des conidies adultes, c. à. d. à trois cloisons, égalaient 28 — 30 $\times$ 11 — 12 $\mu$. Soumises à un grossissement suffisant, ces dernières, remplies d'un protoplasma finement granuleux, présentaient une surface densement et subtilement échinulée.

Après avoir consulté le Sylloge de Mr. SACCARDO et nos propres annotations, nous eûmes bientôt la certitude que le champignon en question appartenait au genre *Brachysporium*, et n'avait pas encore été décrit. La seule espèce de *Brachysporium*, rencontrée sur une Papilionacée, est le *B. Endiusa* Sacc. (Syll. IV, 429), habitant les tiges et les fruits de l'*Ervum hirsutum*; mais les conidies de celuici n'excèdent pas 16 $\mu$ de long sur 8 de large.

En face de toutes ces particularités, notre trouvaille nous donne lieu à composer la diagnose Latine suivante :

Brachysporium Pisi n. sp. Acervulis effusis, tenuibus, nigrescentibus, amphigenis, mycelio in parenchymate foliorum abscondito, repente, fuscescente, vage ramoso, flexuoso, p. m. gibboso; hyphis fertilibus trans ipsam epidermidem assurgentibus, fuliginosis, solitariis vel basi spurie caespitosis, septatis, laevibus vel prope septa p. m. torulosis, 100 — 250 $\times$ 5 — 6 $\mu$, apice conidio singulo onustis. Conidiis ellipticis, utrimque late rotundatis, adultis 3-septatis, ad septa minime constrictis, dilute fuligineis, 28 — 30 $\times$ 11 — 12 $\mu$.

In foliis *Pisi sativi* culti. Warffum (prov. de Groningue), 17 m. Junii, a$^{0}$. 1897.

2. Marsonia Secalis n. sp. Maculis minutis, subcircularibus, amphigenis, pallescentibus; conidiis sub epidermide dense aggregatis oblongo fusoideis, falcatis, apice subrostratis, hyalinis, bilocularibus, $16^1/_2 — 18 \times 3 — 4^2/_3 \mu$, loculo inferiore paullo minore quam superiore, basi contracto, brevissime pedicellato.

Sur les feuilles maladives, desséchées du Seigle (*Secale cereale*), cueillies à Ekamp près de Winschoten, et mises à ma disposition par Mr. le Prof. RITZEMA BOS. — Le *Macrosporium ignobile* y avait tout-de-même fait son apparition.

Hendersonia Grossulariae n. sp. Peritheciis epidermide velatis, lenticulari-depressis, membranaceis, fuligineis, poro minuto centrali pertusis; sporulis fusiformibus, melleis, 3-septatis, utrimque obtusatis, $14 — 17 \times 4 — 4^2/_3 \mu$. — Betuwe, 19 Mai 1897. Sur le Ribes Grossularia. Envoi de Mr. le Prof. RITZEMA BOS.

Parmi les champignons connus, récemment observés dans notre pays, je signale :

1. l'Ascochyta graminicola SACC. Sur des exemplaires très jeunes du Seigle. Winschoten, 19 Mai 1897 ;

2. le Botrytis cinerea Bon. Sur les rameaux et les feuilles des Griottes (*Prunus Cerasus*). Un fléau qui cause beaucoup de dégâts. Nunspeet, Juin 1897. — Envoi de Mr. le Prof. RITZEMA BOS;

3. le Scolecotrichum melophthorum Prillieux et Delacroix. Sur les parties vertes et les jeunes fruits du Melon (*Cucumis Melo*). Beek près de Nymègue; Juin 1879. Envoi de Mr. le Prof. RITZEMA BOS. Vrai fléau assez répandu.

4. le Macrosporium parasiticum Thüm. Sur les feuilles de l'Allium ascalonicum. Wageningen, 25 Mai 1897 ;

5. l'Helminthosporium gramineum Rabh. (= H. teres Sacc. = H. gramineum Eriksson). Sur les feuilles de l'Orge d'hiver (*Hordeum vulgare*), très répandu et très pernicieux. Warfhuyzen (prov. de Groningue). Envoi de Mr. le Prof. RITZEMA BOS;

6. le Cladochytrium graminis Büsgen. Sur les feuilles de l'Avoine cultivée (*Avena sativa*). Meeden et Sappemeer (prov. de Groningue; envoi de Mr. le Prof. RITZEMA BOS).

7. Fusicladium Fagopyri n. sp. Cette Dématiée occupe la face inférieure d'échantillons nouvellement germés, qui en meurent promptement, après été arrêtés dans leur développement. Cueillis à Goor ils m'ont été confiés par Mr. le Prof. RITZEMA BOS vers la fin de Juin. En voici la diagnose :

Mycelio in parenchymate foliorum abscondito; hyphis fertilibus hypogenis, erectis, solitariis, fere contiguis, rectis vel flexuosis, interdum p. m. nodosis, continuis vel 1-septatis, olivascentibus, 70—80 × 7 μ; conidiis acrogenis, solitariis, utplurimum ovatis, dilute olivaceis, continuis vel 1-septatis, 14 × 9 μ.

Fungus valde noxius.

8. Mucor tenuis Link. Sur du riz cuit corrompu. Apeldoorn, Juin, 1897. O.

Hyphis sporangiferis hyalinis, continuis, simplicissimis, erectis; sporangiis perfecte globosis, maturis nigris, laevibus, membrana obtegente pellucida, hyalina; columella obovata, leniter fuliginosa, basi truncata, laevissima; sporis perfecte globosis, variae dimensionis, hyalinis, laevibus, pellucidis, minimis 2½ μ, maximis 9—10 μ. Columella 70 × 50 μ. Hyphae fertiles 12 μ latae. Caespites 1—1½ cent. alti. Color sporangiorum maturorum a columellae colore derivandus.

9. Ombrophila Clavus (Alb. et Schw.) Cooke. Sur les tubercules corrompus d'un *Begonia*. Avenhorn, 25 Mai 1897. Envoi de Mr. le Prof. RITZEMA BOS.

Il me reste à communiquer que le *Helminthosporium gramineum* Eriksson, „Ueber eine Blattfleckenkrankheit der Gerste", a⁰ 1885, publié en extrait dans le Bot. Centralblatt XXIX, 1887, p. 83 et dans FRANK, „Die Krankheiten der Pflanzen" 2e Ed. p. 316 (a⁰. 1895), n'est autre chose que le H. teres, publié en 1881 dans P. A. SACCARDO, „Fungi italici autographice delineati", puis dans Michelia II, 548 (a⁰. 1882); et que le *H. teres* SACC. n'est autre chose que le *H. gramineum* Rabenhorst. publié dans son Herbarium mycologicum", Ed. II, sous le n⁰. 332 (a⁰. 1857). Les échantillons de cette collection, communiqués par feu le prof. R. CASPARY, qui les avoit recueillis aux environs de Bonn en 1856, et que nous avons pu consulter, ne laissent aucune doute à cet égard.

Il faut donc écrire dorénavant *Heterosporium gramineum* RABH. et non pas *Heterosporium gramineum* ERIKSS., puis ajouter à cette nomenclature comme synonymes le *H. gramineum* ERIKSS. et le *Helm. teres* SACCARDO.

---

Verpa indigocola n. sp. Le 2 Juin 1897 je reçus de Mr. F. W. VAN EEDEN, Directeur du Musée colonial à Harlem, conservés dans l'arac, quelques exemplaires d'un champignon, originaire de Klatten

(Java), qu'on lui avait offert comme échantillons d'un organisme, se développant constamment sur les débris de l'*Indigofera tinctoria*, soumis aux manipulations, nécessaires pour en extraire la matière colorante.

Le nom, appliqué aux objets par les naturels, s'écrivit „Djamoer tom", Djamoer signifiant „champignon" et „tom" plante mère de l'indigo.

Ce „Djamoer tom" appartient à la Section des Discomycètes, et à la famille des Helvellacées, puis à la sous-famille des Morchellées, qui s'étend sur les genres *Morchella* — dont l'espèce *esculenta* est très recherchée pour des buts culinaires — *Gyromitra*, *Helvella*, tous les trois représentés dans la flore mycologique des Pays-Bas, et *Verpa*, type septentrional, dont nous ne possédons aucune espèce. Le genre *Verpa* se distingue aussitôt des autres trois genres congénères par le chapeau (l'„ascome") de forme conique-pure, lisse, ne présentant ni les côtes saillantes et les dépressions angulaires des *Morchella* et *Gyromitra*, ni la forme comprimée en mitre, à deux moitiés réfléchies en bas, non dissemblables à des oreilles penchantes des *Helvella*.

En effet, le mot *Verpa* qui signifie „phallus" ou membre viril, à été justement choisi par SWARTZ pour indiquer la forme des espèces de ce genre, dans lequel on distingue nettement un pédicelle et un ascome implanté là-dessus sans autre limite qu'un sillon circulaire superficiel.

Tandisque les *Morchella*, les *Gyromitra* et les *Helvella* doivent être rapportés aux formes p. ou m. colossales, dont le pied atteint facilement un diamètre de 2 à 3, et l'ascome une hauteur de 5 et une largeur de 4 à 6 centimètres, les *Verpa* pourraient être désignés comme des formes naines, vu que la largeur du pédicelle oscille entre 3 et 7 mill., et celle de l'ascome entre 2 à 3 cent., bien-entendu qu'une dimension de 3 cent. compte parmi les exceptions. Les échantillons soumis à notre examen, quoique pâlis à ne plus y reconnaître aucune couleur, pourtant semblaient avoir été trempés d'un bleu p. ou m. foncé, vu que l'alcool qui avait succédé à l'arac à titre de liqueur conservante, après quelques heures seulement, avait pris une tinte intermédiaire entre le bleu et le vert. Ce qui nous frappa singulièrement — vu que les descriptions de toutes les espèces de *Verpa* connues n'en font aucune mention — c'est que dans les pédicelles du *V. indigocola* on peut distinguer deux parties, savoir une partie épigée, connue aux mycologues, et une partie hypogée, beaucoup plus longue, et faisant semblant d'un pivot flexueux, s'écartant quelque peu de la direction perpendiculaire. Parmi mes exemplaires j'en trouvai d'une longueur de 8 à 12 cent.,

quoique la largeur près de la partie épigée ne comptait pas plus que 4 millim. La surface de cette partie sousterraine, qu'on ne trouve nulle part ni mentionnée ni reproduite, est tout-à-fait lisse, dépourvue même du plus petit filament.

La partie épigée, pâle et lisse comme la partie hypogée, atteint une hauteur de $1\frac{1}{2}$ à 2 centim et une épaisseur de 3 à 5 millim. Dans les exemplaires typiques on la trouve quelque peu boursoufflée à la base et en outre séparée de la partie hypogée par un sillon superficiel.

L'ascome, haut de 8 à 11 et large de 4 à 8 millim., en forme de cône obtus, pas coloré dans les échantillons jeunes, mais tendant vers l'ombre-pâle dans les plus agés, est parfaitement lisse et intègre au bord. La surface ne présente pas plus qu'une ébauche des asques, en sorte qu'il nous fut impossible de rendre compte de ces organes et des spores. Vraisemblablement les indigènes qui font grand cas du champignon comme friandise, ne se servent que d'échantillons non encore parvenus au stade de maturité complet.

Ajoutons aux lignes précédentes que le pédicelle est creux dans toute sa longueur, et que l'ascome, quoique plein, se compose d'un tissu charnu, plus compacte vers la surface, et d'un tissu plus moux, comme gélatineux, au centre. Les cellules appartiennent toutes au type allongé. Elles ont la membrane très mince et une capacité de 25 $\mu$ de travers. Leur longueur surpasse de 5 à 6 fois la largeur. Seulement, vers la circonférence la largeur diminue successivement. Je n'ai rencontré ni des noyaux, ni des éléments qui de coutume ne se trouvent pas représentés dans les champignons.

Puisqu'il me manque d'exemplaires parfaitement mûrs, il me semble prudent de remettre la diagnose Latine du *Verpa indigocola* jusqu'au moment, où je serai à même de compléter mes observations.

Nous aimons à rappeler ici, qu'il existe en Italie un champignon de la Section des Basidiomycètes et de la famille des Hyménomycètes, sous-famille des Agaricinées, décrit par PERSOON sous le nom d'*Agaricus neapolitanus* (Mycologia Europaea III, partie A (a°. 1828), p. 73) qui, tout comme le *Verpa indigocola*, est bon à manger, et ne se montre nulle part si ce n'est sur le marc de café. PERSOON après en avoir donné la diagnose, s'exprime sur ce fait en ces termes:

„Singulari modo Neapoli ortus est haecce species, nempe in sedimento pulveris fabarum tostarum Coffeae, et nunc ibi tali etiam modo in usum culinarem colitur".

Feu le prof. TENORE, consulté par PERSOON sur la vérité de ce récit, lui répondit en ces termes:

„Le champignon que vous trouvez ci-joint, se développe sur le marc du café pourri et gardé dans un endroit humide pendant huit à dix mois. Ce n'est que depuis peu d'années que le hasard le fit découvrir. Des jeunes réligieuses d'un Couvent de Naples l'ont trouvé sur un tas de marc de café ramassé dans un coin ombragé de leur jardin. Dès lors elles en ont répandu la nouvelle, et à présent on se le procure artificiellement; car ici, on a pris l'habitude de ramasser ce marc pendant quelque temps, en employant aussi celui des boutiques, pour en faire une provision plus considérable. On fait pourrir le marc dans un pot de terre cuite, non vernissé, déposé à l'ombre, et arrosé pour entretenir une humidité constante. Les champignons paraissent au bout de six mois environ. Ils sont bons à manger et d'assez bon goût."

**Natuurkunde.** — De Secretaris biedt voor het Verslag der Vergadering aan, namens den Heer LORENTZ, een opstel van Dr. C. H. WIND: *„Over de dispersie der magnetische draaiing van het polarisatievlak"*.

POINCARÉ beweert (L'éclairage électrique, XI, p. 488, 1897), dat uit de theorie van LORENTZ kan worden afgeleid de volgende formule voor de dispersie van het FARADAY-effect in diëlectrica

$$\frac{\nu_1 \ \nu_0}{\nu_0^2 - 1} = \frac{C}{n} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 1),$$

wanneer $\nu_0$ den brekingsindex van het medium, niet gemagnetiseerd, $C$ een constante en $n$ het aantal trillingen in den tijd $2\pi$ voorstelt. POINCARÉ noemt $\nu_1$ evenredig met de grootte der magnetische rotatie; werkelijk blijkt uit de vergelijking, waardoor hij $\nu_1$ definiëert, dat dit geoorloofd is, mits men leest: de grootte der magnetische rotatie over een weg gelijk aan de golflengte (niet b.v. over een weg gelijk aan de lengte-eenheid).

De betrekking 1) acht POINCARÉ zeer weinig bevredigend op grond van het feit dat een dispersie-formule van AIRY, welke met de waarnemingen in behoorlijke overeenstemming is, leidt tot een betrekking

$$\frac{\nu_1 \ \nu_0}{\nu_0^2 - 1} = C\, n \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ , \quad 2).$$

Indien werkelijk uit de theorie van LORENTZ de dispersie-formule 1) valt af te leiden, is tegen die meening van POINCARÉ niet veel in te brengen, daar de uitdrukkingen, voor $\nu_1$ uit 1) en 2) vol-

gende, door een factor $n^2$ zouden verschillen, wat inderdaad zeer bedenkelijk ware.

Intusschen is mij uit het aangehaalde stuk niet voldoende gebleken, dat de theorie van LORENTZ werkelijk tot de formule 1) leidt en volgt integendeel uit de door mij in „Eene studie over de theorie der magneto-optische verschijnselen", p. 64, afgeleide formules, dat bij elke bepaalde stof de bovengenoemde grootheid $\nu_1$ voor verschillende lichtsoorten evenredig moet zijn met $\frac{n_0^2}{A V}$, zoodat we met de notaties van POINCARÉ kunnen schrijven

$$\frac{\nu_1}{\nu_0^2} = C\, n, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

daar $n_0 = \nu_0$ en $A = \frac{V}{n}$ is te stellen en $V$ de (constante) voortplantingssnelheid van het licht in den ether voorstelt.

Naar den vorm wijkt de dispersie-formule 3) eenigszins af van 2), doch een eenvoudige berekening leert, dat de tot dusverre verrichte proeven niet zullen kunnen leiden tot een besliste verkiezing van een dezer formules boven de andere. Daarvoor zou nl. noodig zijn dat de verhouding

$$p = \frac{\dfrac{\nu_0}{\nu_0^2 - 1}}{\dfrac{1}{\nu_0^2}} = \frac{\nu_0^3}{\nu_0^2 - 1}$$

eenigszins sterk afhankelijk van de golflengte ware.

Beschouwen we nu de waarde van $p$ eens voor twee stoffen, flintglas en zwavelkoolstof, die beide een groote dispersie vertoonen, dan vinden we voor de FRAUNHOFER'sche lijnen $A$ en $H$ de in onderstaand tabelletje opgegeven waarden.

| | Fr. lijn. | $\nu_0$ (KOHLRAUSCH, (Leitfaden) | $p$ |
|---|---|---|---|
| Flintglas $a$. | $A$ | 1.600 | 2.625 |
| | $H$ | 1.640 | 2.611 |
| „ $b$. | $A$ | 1.735 | 2.598 |
| | $H$ | 1.811 | 2.606 |
| $CS_2$ . | $A$ | 1.612 | 2.620 |
| | $H$ | 1.703 | 2.599 |

Uit het geringe verschil telkens tusschen de twee door een accolade verbonden getallen blijkt, dat de werkelijke dispersie zeker niet veel minder goed onder de formule 3) dan onder 2) zal zijn te brengen [1]). Overigens maakte ik reeds vroeger de opmerking (l. c. p. 65) dat de uit de theorie van LORENTZ afgeleide formule voor het FARADAY-effect, wat de dispersie betreft, overeenstemt met de proeven van VERDET.

**Natuurkunde.** — Opmerkingen van den Heer H. A. LORENTZ naar aanleiding van bovenstaande mededeeling.

In mijne verhandeling „La théorie électromagnétique de MAXWELL et son application aux corps mouvants" [2]) heb ik de vergelijkingen die de lichtbeweging in een isotroop ponderabel dielectricum bepalen in den volgenden vorm gebracht [3]) :

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{q}\mathbf{M}_x + \frac{\varkappa}{Ne^2 V}\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial t^2} &= V\left[\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_y}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_z}{\partial x\,\partial z} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial t^2}\right] + 4\pi V f_0 \\ \frac{1}{q}\mathbf{M}_y + \frac{\varkappa}{Ne^2 V}\frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial t^2} &= V\left[\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_z}{\partial y\,\partial z} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_y}{\partial t^2}\right] + 4\pi V g_0\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

enz.

Daarin zijn

$\mathbf{M}_x$, $\mathbf{M}_y$, $\mathbf{M}_z$ de componenten van het electrische moment per volume-eenheid,

$\mathfrak{M}_x$, $\mathfrak{M}_y$, $\mathfrak{M}_z$ drie functiën, die met deze componenten samenhangen door de betrekkingen

[1]) Voor stoffen met geringeren brekingsindex (b.v. 1.4 à 1.5) is $p$ iets meer afhankelijk van $\nu_0$ dan voor de boven beschouwde. Stellen we voor gassen met hun geringen brekingsindex $n_0 = \nu_0 = 1 + \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}$ (MASCART), dan wordt $\frac{n_0^2}{\lambda V}$ en dus het FARADAY-effect evenredig met een uitdrukking van den vorm $\frac{c_1}{\lambda} + \frac{c_2}{\lambda^3}$ wat zeer goed met de proeven van SIERTSEMA (Versl. K. A. v. W. Amst. 3, p. 237, 1895) overeenstemt.

[2]) Arch. néerl., T. 25, p. 363.

[3]) t. a. p., form. (122).

$$\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathfrak{M}_x = -4\pi\,\mathbf{M}_x, \text{ enz.};$$

$f_0, g_0, h_0$ de componenten der dielectrische verplaatsing die onafhankelijk van de aanwezigheid der ponderabele molekulen in den aether kan bestaan;

$V$ de voortplantingssnelheid van het licht in den aether;

$N$ het aantal molekulen per volume-eenheid;

$e$ de electrische lading van het in elk molekuul ondersteldе bewegelijke ioon.

$\varkappa$ eene grootheid die afhankelijk is van de massa van dit ioon en bovendien van zijne electrische lading;

$q$ een coefficient die, behalve door $N, e$ en $V$, nog bepaald wordt door de grootte der kracht, waarmede een ioon, als het eene kleine verplaatsing ondergaan heeft, naar den evenwichtsstand wordt teruggedreven.

De vergelijkingen (1) zijn verkregen door eerst de gewone bewegingsvergelijkingen voor een ioon op te stellen, en vervolgens, nadat deze door $eV$ gedeeld zijn, van elken term de middelwaarde [1]) te nemen.

Vervolgens heb ik de vergelijkingen (1) vereenvoudigd door op elken term de bewerking

$$\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

toe te passen. Aldus vond ik

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{1}{q} + \frac{\varkappa}{Ne^2V}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{M}_x = \\
&\qquad = -4\pi V\left[\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_z}{\partial x\,\partial z} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial t^2}\right] \\
&\left(\frac{1}{q} + \frac{\varkappa}{Ne^2V}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{M}_y = \\
&\qquad = -4\pi V\left[\frac{\partial^2 \mathbf{M}_x}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{M}_z}{\partial y\,\partial z} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \mathbf{M}_y}{\partial t^2}\right],
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

enz.,

[1]) t. a. p., § 95.

waaraan nog de uit (1) volgende betrekking

$$\frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{M}_z}{\partial z} = 0$$

kan worden toegevoegd.

Wanneer het dielectricum dat wij beschouwen in een magnetisch veld geplaatst is, zullen de zich bewegende ionen eene kracht ondervinden, die kan worden voorgesteld door het product van hunne lading met het vectorproduct van hunne snelheid en de magnetische kracht in het veld.

Dientengevolge komen in de bewegingsvergelijkingen zekere nieuwe termen. Wij zullen onderstellen dat het magnetisch veld homogeen is en de krachtlijnen de richting der $Z$-as hebben. De Heer Poincaré meent, in zijne boven aangehaalde verhandeling, dat men dan aan het eerste lid van de eerste der vergelijkingen (2) een term

$$+ \varepsilon \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial t}$$

en aan het eerste lid van de tweede vergelijking een term

$$- \varepsilon \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial t}$$

moet toevoegen ($\varepsilon$ evenredig met de veldsterkte), en hij komt aldus tot het besluit dat mijne theorie, hoewel zij tot eene magnetische draaiing van het polarisatievlak leidt, de wijze waarop dit verschijnsel van de golflengte afhangt, volstrekt niet kan weergeven.

Het is echter gemakkelijk in te zien dat Poincaré zich vergist heeft. Termen, zooals hij die aanneemt, moeten niet in de vergelijkingen (2), maar in de oorspronkelijke bewegingsvergelijkingen der ionen worden opgenomen. Doet men dit, dan komt men tot uitkomsten die volstrekt niet met de waarnemingen in strijd zijn.

Wanneer $\xi$, $\eta$, $\zeta$ de snelheidscomponenten van een ioon zijn, moet men in de twee eerste bewegingsvergelijkingen voor zulk een deeltje de termen

$$+ e H \eta \text{ en } - e H \xi$$

toevoegen, waarin $H$ de veldsterkte voorstelt. Daardoor komen (altijd in de eerste leden) in de twee eerste der vergelijkingen (1) de termen

$$+ \frac{H}{e V N} \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial t} \text{ en } - \frac{H}{e V N} \frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial t}$$

en in de twee eerste der formules (2) de termen

$$\frac{H}{e\,V N}\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{\partial\,\mathbf{M}_y}{\partial t}$$

en

$$-\frac{H}{e\,V N}\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{\partial\,\mathbf{M}_x}{\partial t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Men ziet aanstonds in, dat hierdoor het bezwaar van Poincaré wordt opgeheven. Bij enkelvoudige trillingen komt nl. de bewerking

$$\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

neer op vermenigvuldiging met eene grootheid die den factor $n^2$ bevat, als $n$ het aantal trillingen in den tijd $2\,\pi$ voorstelt. Met diezelfde grootheid wordt ook de waarde vermenigvuldigd, die men voor de draaiing van het polarisatievlak over een afstand gelijk de golflengte vindt, en het bezwaar was juist dat in die waarde, zooals zij door Poincaré berekend werd, de factor $\frac{1}{n}$ en niet, zooals in de formule van Airy, de factor $n$ optrad.

Door de termen (3) aan de vergelijkingen (2) toe te voegen vind ik voor de draaiing van het polarisatievlak per lengte-eenheid, bij voortplanting langs de krachtlijnen,

$$\omega = \frac{H}{8\,\pi\,e\,V^2 N}\,\frac{(\nu^2-1)^2}{\nu}\,.\,n^2, \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

waarin $\nu$ den brekingsindex van het dielectricum buiten het magnetisch veld voorstelt.

De waarnemingen leeren nu inderdaad dat bij benadering de draaiing per lengte-eenheid omgekeerd evenredig is met de tweede macht der golflengte in de lucht, dus rechtstreeks evenredig met $n^2$. De afwijkingen van deze wet — de draaiing blijkt nl. nog wat sneller toe te nemen dan $n^2$ — kunnen zeer goed door een factor zooals $\frac{(\nu^2-1)^2}{\nu}$ in bovenstaande formule worden weergegeven. Immers, deze factor zal steeds grooter worden, wanneer $n$ en daarmede $\nu$ toeneemt.

Vóór ik de uitkomsten eener numerieke berekening voor een enkel geval mededeel, wil ik nog opmerken dat de formule (4), ondanks het verschil in vorm, in geenen deele in strijd is met de vergelij-

king, door WIND in het bovenstaande opstel medegedeeld. Immers, die vergelijking bevat den factor $C$, die zeer goed van het aantal trillingen kan afhangen, evenals dat met den gewonen brekingsindex het geval is. De boven ontwikkelde theorie onderscheidt zich van die van WIND in zoo verre, dat zij, uitgaande van de beschouwing van trillende ionen, waarvan de massa in rekening gebracht wordt, tot eene verklaring van deze afhankelijkheid leidt. Intusschen mag aan deze verklaring niet te veel gewicht worden gehecht. Ik had in de aangehaalde verhandeling in 't bijzonder de meêsleeping der lichtgolven door in beweging verkeerende ponderabele stof op het oog, en heb mij, om de vergelijkingen niet al te ingewikkeld te maken, tot de eenvoudige onderstelling bepaald dat elk molekuul slechts één bewegelijk ioon bevat. Vat men de zaak algemeener op, dan kan men voor de kleurschifting andere formules verkrijgen dan uit de vergelijkingen (2) volgen, maar het is zeer goed mogelijk dat dan ook in de formule (4) de factor

$$\frac{(\nu^2 - 1)^2}{\nu}$$

door een anderen zal moeten worden vervangen.

Het is intusschen de moeite waard, de formule, zooals zij nu is, met de waarnemingen te vergelijken.

Volgens VERDET staan bij zwavelkoolstof, bij 24°,9, de waarden van $\omega$ voor de FRAUNHOFER'sche lijnen $C$, $D$, $E$, $F$ en $G$ tot elkander als de getallen

0,592 0,768 1 1,234 1,704 . . . (5)

De waarden van $n^2$ verhouden zich als

0,645 0,800 1 1,175 1,495; . . . (6)

die van $\frac{(\nu^2 - 1)^2}{\nu}$ als

0,928 0,958 1 1.040 1,123 . . . (7)

Vermenigvuldigt men de getallen (6) met de getallen (7), dan verkrijgt men

0,599 0,766 1 1,222 1,679,

wat voldoende met (5) overeenstemt, om te doen zien dat de theorie in hoofdzaak rekenschap van het verschijnsel kan geven.

**Natuurkunde.** — De Heer VAN DER WAALS biedt, namens Dr. P. ZEEMAN, een opstel aan getiteld: „*Over doubletten en tripletten in het spectrum teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten*". (II).

13. Het als triplet a beschreven verschijnsel (§ 6) maakt eene meer nauwkeurige bepaling van de grootte der magnetische verbreeding mogelijk; vroeger [1]) heb ik alleen eene ruwe meting verricht om de orde van grootte vast te stellen. Neemt men, in het geval dat het licht loodrecht op de krachtlijnen wordt onderzocht, met een nicol de horizontale trillingen weg, dan blijven alleen de verticale trillingen over. Met een tralie ziet men dan alleen twee geheel gescheiden lichtstrepen, waarin de trillingen verticaal zijn. De afstand van de centra dier lichtlijnen komt overeen met de dubbele verandering der periode. Die afstand is natuurlijk nauwkeuriger te meten dan de verbreeding eener lijn. De nauwkeurigheid der uitmeting met een draden micrometer zal zeer bevorderd worden wanneer het gebruikte tralie lichtsterke en scherpbegrensde beelden geeft. Met een tralie van het Groningsche laboratorium is dit in hooge mate het geval. Het vriendelijk aanbod van Prof. HAGA om enkele metingen met zijne, geheel in werkenden toestand zich bevindende, inrichting te doen heb ik gaarne aanvaard. Ook de zeer stabiele en gemakkelijke wijze van opstelling van het tralie in het Groningsche laboratorium biedt voor eene meting groote voordeelen aan.

14. De bijzonderheden van de gebruikte opstellingswijze van ROWLAND's tralie zijn door Prof. HAGA beschreven in Wied. Ann. Bd. 57, p. 389. 1896.

Het tralie (best quality) heeft een kromtestraal van 3 M. en is vervaardigd op ROWLAND's nieuwe verdeelmachine. Het heeft 10.000 lijnen per inch. Als lichtbron diende een stuk asbestpapier met gesmolten keukenzout doortrokken en gloeiende in een gaszuurstofvlam (zuurstof onder hoogen druk). Een lens ontwierp het beeld van de natriumvlam op de spleet. Tusschen de lens en de spleet bevond zich een groot Nicol; de afstand van de vlam tot de spleet bedroeg ongeveer 50 cM. Er werd voor gezorgd dat er geen absorptielijnen in het spectrum der niet-gemagnetiseerde vlam voorkwamen.

15. Voor de metingen werd nu de Nicol met zijn trillingsvlak

---

[1]) ZEEMAN. Verslagen Kon. Akad. November 1896. § 14.

verticaal gesteld. Bij het aanzetten van den stroom ontstaan dan de beide in § 13 genoemde lijnen (zie ook § 10). De afstand der centra van deze lijnen werd met een dradenmicrometer, afkomstig van een kathetometer, uitgemeten. In den micrometer was een ANDREAS-kruis van fijne spinragdraden aangebracht. Voor metingen met spectraallijnen is zulk een kruis zeer aan te bevelen (zie o. a. SCHEINER, Spectralanalyse der Gestirne, p. 74). Het was noodig de draden te verlichten. Er werd nu achtereenvolgens ingesteld op ieder der 2 × 2 lijnen waarin de beide *D*-lijnen gesplitst worden. In de volgende tabel zijn opgenomen de afstanden dier centra bij $D_1$ en $D_2$ in kopdeelen (éene omwenteling = 100 kopdeelen) uitgedrukt. Ieder getal is het verschil van 2 aflezingen.

Daar de stroom omstreeks 21.5 Amp. bedroeg werd de RUHMKORFF electromagneet vrij spoedig zeer warm evenals de poolstukken die door de gaszuurstofvlam getroffen werden. Er konden dus achter elkaar slechts 3 of 4 bepalingen worden gedaan.

AFSTANDEN DER CENTRA IN KOPDEELEN.

| | bij $D_1$ | bij $D_2$ |
|---|---|---|
| | 26 | 36 |
| | 18 | 30 |
| | 26 | 32 |
| | 45 | 37 |
| | 25 | 46 |
| | 28 | 36 |
| | 38 | 46 |
| | 42 | 26 |
| | 26 | 33 |
| | 33 | 25 |
| | 35 | 32 |
| | 53 | 28 |
| | 36 | 31 |
| | 51 | 21 |
| | 26 | 34 |
| | 26 | 35 |
| | 25 | 37 |
| | 31 | 25 |
| | 21 | 25 |
| Gemiddeld | 32.3 ± 1.5 | 32.4 ± 1.0 |

Uit 38 metingen volgt voor den afstand van $D_1$ tot $D_2$ 288 kopdeelen. De waarschijnlijke fout in de bepaling der magnetische

verandering bedraagt in de enkele bepaling 6.5 resp. 4.5 kopdeel bij $D_1$ resp. $D_2$. De einduitkomsten hebben tot waarschijnlijke fouten 1.5 resp. 1.0 kopdeelen. De magnetische verandering is voor de beide $D$-lijnen binnen de grenzen der waarnemingsfouten dezelfde.

De intensiteit van het magnetische veld, met een bismuthspiraal gemeten, bedroeg gemiddeld 22.000 c.g.s. eenheden. In dit veld bedraagt dus de positieve en negatieve magnetische verandering der periode $\frac{1}{17800}$. Voor e/m volgt daaruit $1,6.10^7$.

Vroeger vond ik door een ruwe meting voor de magnetische verandering $\frac{1}{40000}$ in een veld van ongeveer 10.000 c.g.s. De nu gevonden getallen geven voor zulk een veld $\frac{1}{39160}$ voor de verandering der periode. De overeenkomst tusschen de uitkomst der ruwe meting met die der nu verrichte is beter dan men zou durven verwachten. De nu gevonden orde van grootte voor e/m is geheel dezelfde als de vroeger opgegevene.

16. De groote lichtsterkte van het Groningsche tralie laat ook toe bij Na de door mij bij Cd waargenomen en als triplet $a$ aangeduide verschijnselen zeer fraai waar te nemen. Plaatst men geen Nicol voor de spleet dan ziet men, wanneer de stroom is aangezet, splitsing eenigszins zooals met een Nicol wordt waargenomen, maar met dit onderscheid dat de donkere lijn smaller en veel flauwer is. De verklaring hiervan zal wel zijn (waarop Prof. Haga mij opmerkzaam maakte) dat, nu de 3 deelen der triplet gedeeltelijk over elkaar vallen, de maxima het meest in het oog vallen en het binnenste deel door contrast donker schijnt. Werd, wanneer het zooeven beschrevene werd waargenomen, een Nicol tusschengeplaatst met zijn trillingsvlak horizontaal, dan zag men alleen een heldere lijn waarop niets, dat naar een absorptielijn geleek, kon worden waargenomen. Voor deze waarneming is natuurlijk een lichtsterk tralie noodzakelijk. Ik had geen gelegenheid om ook de doublet die in de richting der krachtlijnen wordt gezien uit te meten. Ik hoop dit echter spoedig te kunnen aanvullen. De uitmeting van photografische negatieven van 't spectrum van gemagnetiseerde vlammen is in 't Amsterdamsche laboratorium voorbereid en zal ook hiervoor dienen.

17. Eindelijk wil ik nog vermelden dat het mij met 't tralie van § 8, door gebruik te maken van een zeer sterken stroom en geschikte poolstukken, gelukt is ook de volledige triplet (§ 5) bij cadmium waar te nemen. Hiervoor gebruikte ik wederom de blauwe lijn waarbij vroeger ook de andere karakteristieke verschijnselen

werden waargenomen. Bij het aanzetten van den stroom kreeg ik een magnetisch veld van ruim 30.000 c. g. s. eenheden. Zoodra dit magnetisch veld werd opgewekt splitste zich nu de blauwe cadmiumlijn in drie geheel afzonderlijke lijnen, wanneer zonder Nicol in een richting loodrecht op de krachtlijnen werd waargenomen. Hiermee is een — van den polarisatietoestand onafhankelijk — onwederlegbaar bewijs van den magnetischen aard van het verschijnsel gevonden. Werd een Nicol, waarvan het trillingsvlak verticaal stond, in den invallenden lichtbundel geplaatst dan zag men alleen de beide uiterste lijnen der triplet. Wanneer de Nicol over 90° gedraaid werd was alleen de middelste lijn zichtbaar. De middelste lijn der triplet zendt dus lineair en in een verticaal vlak gepolariseerd licht uit, de beide andere lijnen daarentegen licht dat in een horizontaal vlak is gepolariseerd. Dit is geheel in overeenstemming met het in § 3 en 5 opgemerkte, en de vraag van § 12 is er mede beantwoord. De juistheid der verklaring van de magnetiseering der spectraallijnen door LORENTZ's theorie wordt er opnieuw door bevestigd.

De vergadering wordt gesloten.

---

**(7 Juli 1897).**

# VERSLAG van de commissie tot onderzoek naar de mogelijkheid eener doeltreffende opheffing of vermindering der gehoorigheid in cellulair ingerichte gevangenissen.

## Inleiding.

1. In de vergadering, gehouden 25 Januari 1896 door de afdeeling Natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, werd mededeeling gedaan van den inhoud van een brief van den Minister van Justitie van 22 Januari 1896 n°. 133. In verband met bezwaar ondervonden door de gemakkelijkheid, waarmede in meerdere of mindere mate het stelsel van afzondering door de gevangenen kan worden verbroken, door het onderling voeren van gesprekken, achtte de Minister de vraag van groot belang of dit bezwaar te wijten is aan de voortplanting van het geluid in het algemeen, waartegen met behoud van de theoretische en practische eischen der opsluiting en zonder aanmerkelijke verhooging van constructiekosten geen maatregelen zijn te nemen, dan wel of het onder de gestelde voorwaarden op de een of andere wijze kan worden voorkomen of verminderd. De Minister wenschte dus dat eene Commissie van deskundigen uit de Akademie een zelfstandig onderzoek wilde instellen naar de oorzaak van de gehoorigheid, en een gemotiveerd wetenschappelijk advies zou willen uitbrengen omtrent de vraag: of en zoo ja in hoever en op welke wijze het omschreven bezwaar met inachtneming van de eischen der straftoepassing bepaaldelijk ook van die der hygiëne, kan worden verminderd of opgeheven, met behoud of met wijziging van een vroeger of later hier te lande of elders gevolgde wijze van ventilatie in 't bijzonder of cellenbouw in het algemeen, onder opgave der vermoedelijke kosten.

2. Aangezien, tot het beantwoorden der vraag, niet alleen met physische wetten maar ook met hygiënische en bouwkundige eischen rekening moest worden gehouden, werd de commissie samengesteld uit de Heeren van der Waals, Lorentz, Kamerlingh Onnes, Forster en van Diesen.

De Heer Forster moest echter, ingevolge zijne benoeming tot

hoogleeraar te Straatsburg, ons land en de werkzaamheden der Commissie, waaraan hij ijverig deel nam, tot ons leedwezen vaarwel zeggen. Hebben wij bij onze beraadslagingen veel nut gehad van zijne adviezen, inzonderheid ten aanzien van onderwerpen, die in verband stonden met de hygiène, na zijn vertrek hadden wij het voorrecht ons medelid der afdeeling Dr. MAC GILLAVRY bereid te vinden over genoemd belangrijk deel van ons onderzoek ons met zijne meening bekend te maken. Wij moesten alleen betreuren, dat hij geen gehoor heeft kunnen verleenen aan ons verzoek om zitting te blijven nemen in de Commissie.

3. Ten dienste van eenen geregelden loop onzer werkzaamheden meenden wij ons van de bedoeling van den Minister en van de medewerking, waarop wij zouden mogen rekenen, vooraf te moeten vergewissen. Daartoe hebben de voorzitter en de secretaris een gehoor bij Zijne Excellentie verzocht en verkregen, en daarbij alle verlangde inlichtingen en toezeggingen erlangd. In het bijzonder verleende de Minister ons ook herhaaldelijk zijne welwillende tusschenkomst tot het verkrijgen van mededeelingen uit het Buitenland. Wij stelden ons bovendien in aanraking met den referendaris aan het Departement, den Heer Mr. J. SIMON VAN DER AA, alsmede met den ingenieur-architect der gevangenissen en rechtsgebouwen, den Heer W. C. METZELAAR.

Bij het bezoeken der gevangenissen verwittigden wij het College van Regenten, ter plaatse, van onze komst.

Wij kunnen niet anders dan met erkentelijkheid gewagen van de medewerking, die wij ondervonden van de genoemde Heeren, zoowel in het verstrekken van inlichtingen als in het behulpzaam zijn bij het doen van waarnemingen en het nemen van proeven in al de gevangenissen, die wij bezochten, en mogen daarbij niet onvermeld laten, dat in het bijzonder ook de hoofdopzichter van de justitiegebouwen, de Heer J. VAN ASPEREN, ons met werkvolk en met allerhande gevorderde inrichtingen krachtig bij het onderzoek bijstond.

Wij bezochten meestal gezamenlijk en soms meer dan eens de gevangenis te Nieuwer-Amstel, die te Amsterdam (Leidsche plein), Rotterdam, Scheveningen, Utrecht, Arnhem en Breda, het huis van bewaring te Leiden, het werkhuis te Amsterdam, het ziekenhuis te Rotterdam en de verwarmings- en ventilatieinrichting van de Tweede Kamer der Staten-Generaal, en vonden overal steeds de meest welwillende tegemoetkoming.

Wij hadden verder het voorrecht den Heer Dr. A. LEBRET te Leiden bereid te vinden zich te belasten met het opsporen van lite-

ratuur, o.a. in de boekerij der Polytechnische school, over geluidsleer, verwarming en ventilatie, met het maken van uittreksels van hetgeen ons daarvan dienstig kon wezen en met het verrichten van eenige proeven over de voortplanting van het geluid.

En eindelijk hebben wij dankbaar te vermelden, dat de Heer J. J. Curvers, instrumentmaker aan het Natuurkundig Laboratorium te Leiden, ons bij het vervaardigen van toestellen tot het verrichten van verschillende proeven met vernuft en welwillendheid heeft terzijde gestaan.

## AFDEELING I.

### Uitkomsten van het onderzoek naar de oorzaak van de gehoorigheid en den omvang van het bezwaar in den bestaanden toestand.

---

## HOOFDSTUK I.

### Gegevens omtrent de inrichting der gevangenissen.

4. Het is ons gebleken, dat het te onderzoeken bezwaar zich niet in alle gevangenissen in dezelfde mate doet gevoelen, en het lag voor de hand in de eerste plaats te letten op het verband, dat er bestond tusschen den omvang ervan en de inrichting der gevangenissen. Wij laten dus aan de mededeeling van onze ervaringen voorafgaan eene beschrijving van:

1°. De inrichting van de luchtverversching der cellen.
2°. De inrichting van de verwarming der cellen.

#### 1°. Wijze van luchtverversching.

5. De volledige inlichtingen van den Heer Metzelaar, toegelicht door een lichtdrukteekening, maakten het ons gemakkelijk al dadelijk, voor zoover de openingen voor luchtverversching der cellen betrof, drie inrichtingen of typen te onderscheiden, die alleen in ondergeschikte deelen eenigszins gewijzigd in de verschillende gevangenissen zijn aangebracht.

*Type A*, toegepast in de cellulaire gevangenis te *Rotterdam* en met kleine afwijkingen in het huis van bewaring te *Roermond*, de strafgevangenis te *Goes*, het huis van bewaring te *Dordrecht*.

Het houten raam, breed ruim 1.10 M. en hoog 0.50 M., bezet

met 14 ruiten van doorschijnend glas, kan naar binnen openslaan, draaiende om den onderregel. Het uitzicht naar buiten wordt beperkt door eene koekoek van gegalvaniseerd plaatijzer.

Een tweede gemeenschap met de buitenlucht bestaat in een luchtgat, ter hoogte van den vloer, wijd 0.12 M., uitkomende onder den rooster, die de ruimte in den vloer, langs den buitenmuur, waardoor de verwarmingsbuizen loopen, overdekt. Door een schuif in de cel kan deze gemeenschap geregeld worden.

Met de lucht in den corridor heeft de cel gemeenschap door twee _|‾-vormige gaten, wijd 0.12 M., één boven en één beneden in den muur, voorzien van roosters aan de celzijde en van schuiven aan de zijde van den corridor.

6. *Type B* is toegepast op de cellulaire gevangenis te *Scheveningen*, op de strafgevangenissen te *Groningen*, *Arnhem*, *Breda*, *Zutphen* en op den korten vleugel van de strafgevangenis te *Alkmaar*.

Het vensterraam van gegoten ijzer, bezet met niet doorzichtig glas (geribd), breed 1.10 M. en hoog in het midden 0.70 M., is vast. Alleen de beide middenruiten vormen een beweegbaar raampje, hoog 0.60 M. en breed 0.20 M., dat om den onderregel naar binnen kan openslaan en omvat is door een koekoek van plaatijzer, die aan alle zijden met kleine gaten is geperforeerd. Het uitzicht door die gaatjes wordt tegengegaan door vaste ijzeren jalouzieën buiten vóór de opening, waardoor de lucht moet stroomen.

Een tweede gemeenschap met de buitenlucht wordt verstrekt door twee _|‾-vormige openingen, die uit de spouw in de buitenlucht en onder den raamdorpel in de cel uitkomen, en aan die zijde door een geperforeerde gegoten ijzeren plaat zijn afgesloten. Halverwege de hoogte kan de gemeenschap door zinken schuiven in de cel worden geregeld en bovendien kan men de koude afsluiten door een plankje met saai bekleed, dat voor de geperforeerde plaat kan geplaatst worden.

Boven de deur geven twee _|‾ gaten in den muur, wijd 0.22 M. bij 0.12 M., gemeenschap met den corridor.

7. *Type C* is toegepast bij de strafgevangenis te *Nieuwer-Amstel*, bij den cellulairen vleugel der strafgevangenis te *Leeuwarden*, bij de huizen van bewaring te *Leeuwarden*, *Heerenveen*, *Zutphen*, *Breda*, *Alkmaar* en bij den grooten nieuwen vleugel der strafgevangenis te *Alkmaar* en te *'s Hertogenbosch*.

Het raam is vast, van gegoten ijzer en bezet met ondoorzichtig geribd glas. De gemeenschap met de buitenlucht heeft plaats door den 1.20 M. breeden, hollen gegoten ijzeren onderdorpel van het raam. Dwarsschotten verdeelen den dorpel in vier afdeelingen of kokers, die aan de buiten- en aan de celzijde door roosters zijn

afgesloten. Door een klep op iedere afdeeling kan de gevangene de gemeenschap regelen. Een tweede gemeenschap wordt geleverd voor iedere cel afzonderlijk door een koker, die in den muur tusschen de cel en den corridor gespaard is, boven het dak uitkomt en met twee openingen, een nabij de zoldering en een nabij den vloer, in de cel uitmondt.

Door een klep, die aan de corridorzijde wordt behandeld, kan, hetzij de benedenopening (in den winter), hetzij de bovenopening (in den zomer) met de cel in gemeenschap worden gebracht.

### 2⁰. Wijze van verwarming.

8. De warmwaterbuizen loopen meestal ten getale van twee dwars door de cel langs den buitenmuur. De middellijn binnenwerks is bij de inrichting naar

| | | |
|---|---|---|
| het type | A (*Rotterdam* enz.) | 0.09 M. |
| bij die naar „ | B (*Scheveningen* enz.) | 0.05 „ |
| „ „ „ „ | C (*Nieuwer-Amstel* enz.) | 0.064 „ |

Niet bij alle geeft de buis over de geheele breedte van de cel, zijnde 2.40, 2.65 en 2.65 M. bij de drie typen, warmte af aan het vertrek, aangezien bij de inrichting naar de typen A en B de einden ter lengte respectievelijk van 0.30 en 0.35 M. bij de belendende cel zijn ommetseld of omhuld. Alleen bij de inrichting naar het type C (*Nieuwer-Amstel*) zijn de buizen over de geheele lengte van muur tot muur vrij, zijnde daar niet ingekast, maar op 0.26 en 0.40 M. hoogte boven den vloer tegen den muur geplaatst en omgeven door een schild van geperforeerd zink, zoo gebogen, dat door de gaatjes niet tegen de buizen getikt kan worden.

De inkassing der buizen is bij de inrichting naar het type A (*Rotterdam* enz.) in den vloer, in een ruimte, die met een rooster overdekt is, en bij de inrichting naar het type B (*Scheveningen* enz.) in een ruimte of kluis in den buitenmuur, aan de celzijde door een rooster afgesloten.

De beschikbaar blijvende verwarmingsoppervlakte der buizen kan berekend worden op:

$2 \times (2.40-0.60) \times 0.2827 = 1.02$ M². voor type A (*Rotterdam* enz.)
$2 \times (2.65-0.70) \times 0.1571 = 0.61$ „ „ „ B (*Scheveningen* enz.)
$2 \times 2.65 \times 0.2010 = 1.07$ „ „ „ C (*Nieuwer-Amstel* enz.)

# HOOFDSTUK II.

## De verschillende oorzaken van de gehoorigheid.

9. Onze waarnemingen omtrent den overlast door gehoorigheid en omtrent het voeren van gesprekken en van gemeenschap, hebben betrekking gehad:

A. op het voeren van gesprekken langs de luchtwegen, die ter ventilatie dienen;

B. op het voeren van gesprekken langs de warmwaterbuizen;

C. op het voeren van gemeenschap door tikken;

D. op de voortplanting van het geluid door de muren.

### A. Het voeren van gesprekken door de ventilatieopeningen.

10. De gevangenis, die wij het eerst bezochten, was die van *Nieuwer-Amstel*, waar wij den 14en Maart 1896 eene gehoorigheid vonden, die ons toen meer trof dan bij bezoeken aan andere gevangenissen, alleen die van Rotterdam uitgezonderd; trouwens ook meer dan bij een later herhaald bezoek aan dezelfde gevangenis.

Buiten het gebouw, doch binnen den ringmuur, rondgaande zonder te spreken, werden wij spoedig gewaar, dat reeds het kraken van het dorre gras de aandacht van een der gevangenen had getrokken, die er aanleiding in vond met medegevangenen in belendende cellen er naast en er boven een gesprek aan te knoopen, dat blijkbaar goed verstaan werd door de bewoners. Zij lieten zich echter verder weinig uit, toen wij stilstonden, en sloegen, misschien ook wegens de koude, de kleppen neder.

Het voeren van gesprekken door de holle dorpels was zooals ons werd medegedeeld door den voorzitter van het Collegie van Regenten, den Heer Westerwoudt, een zoo bevredigend gemeenschapsmiddel, dat er bijzonder veel gebruik van gemaakt werd, zoo dikwijls de gelegenheid, om het ongestraft te doen, zich voordeed.

Het bleek aan de Commissie, toen hare leden de proef namen met het voeren van een gesprek met luider stem, ieder bij den raamdorpel van belendende cellen op dezelfde verdieping, dat men elkander duidelijk verstaan kon, zelfs wanneer men zich in het midden van de cel bevond.

Bij de vierde cel verstond men elkander eveneens, maar minder duidelijk wanneer de wind op de dorpels blies.

Het bleek ook, dat bij stilte een niet luid doch gearticuleerd spreken vaak voldoende was om zich te doen verstaan.

Het voeren van een gesprek tusschen bewoners van cellen, door de vertikale boven het dak uitkomende luchtkokers, werd door de Commissie alleszins uitvoerbaar bevonden.

Midden in de cel staande kon men verstaan wat in een cel er boven of beneden in de uitmonding van den koker, waar men bij geklommen was, werd gesproken. De boven het dak tot afwering van het geluid geplaatste schermen konden dat niet verhinderen.

11. In de cirkelvormig gebouwde strafgevangenis te *Breda* troffen ons met den grootschen indruk, die bij het binnentreden de ruimte van ongeveer 50 M. middellijn onder den grooten koepel te weegbrengt, ook de rust en stilte. Deze maken eensdeels wel het verstaan gemakkelijk, wanneer men zeer luid spreekt, doch tevens ook het betrappen van de overtreders door de bewaarders, die zich in de centrale hal bevinden. Bij ons bezoek op 10 April 1896 trachtten leden der Commissie, die zich in de belendende cellen 4 en 5 bevonden en zeer luid spraken een gesprek te voeren. Het openen en sluiten van de schuiven in de Γ-vormige opening naar buiten gaf weinig of geen verandering in de verstaanbaarheid. Het spreken op gewone wijze voor die openingen was over en weer weinig te verstaan. Dit was wel het geval wanneer men schreeuwde in de opengeslagen venstertjes. Dan konden de woorden ook in het midden der andere cel verstaan worden.

Eene op denzelfden dag gemaakte vergelijking van het stelsel der luchtopeningen in deze strafgevangenis toegepast (naar het Type B), met dat van Nieuwer-Amstel enz. (naar Type C) dat gevolgd is bij het huis van bewaring te Breda, grenzende aan de strafgevangenis, gaf ons de onmiskenbare zekerheid, dat laatstgenoemde inrichting zich veel meer tot het voeren van gesprekken door de luchtopeningen leent dan de andere.

De cellulaire gevangenis te *Scheveningen*, die wij den 2en Mei 1896 bezochten, komt niet in vorm maar wel in de inrichting voor luchtverversching overeen met de strafgevangenis te Breda. In de cellen 81 en 82, naast elkander, werd intusschen de gehoorigheid, door het spreken met luider stem in de koekoek, na opening van het venster en met open schuiven in de Γ-vormige luchtgaten onder het raam, niet zoo sterk gevonden als in de strafgevangenis te Breda. Wij schreven dit toe aan het meerder gedruisch, dat hier werd vernomen, hetzij als gevolg van den vorm van het gebouw, hetzij in verband met den arbeid, die wellicht hier meer hoorbaar was dan te Breda Men moest nog al hard schreeuwen wilde men verstaan worden. Tegenover deze eigen waarneming kan gesteld worden de mededeeling van den Heer METZELAAR, dat hij eens 's avonds buiten de gevangenis, op een duin staande, duidelijk een gesprek verstaan heeft tusschen twee

gevangenen, dat denkelijk door de opengeslagen raampjes gevoerd werd. Bij boven elkander gelegen cellen kon door de ⌐-vormige luchtopeningen onder de ramen geen woord verstaan worden.

In den corridor kon van hard schreeuwen niet alles begrepen worden, wel hoorde men er, dat er gesproken werd.

12. Te *Rotterdam* maakten wij den 5en Juni 1896 kennis met eene cellulaire gevangenis, waarin de gelegenheid tot het voeren van gesprekken tusschen de gevangenen zoo al niet meer bestond dan te Nieuwer-Amstel dan toch zeker daarmede kon worden gelijk gesteld.

De ter volle breedte openslaande ramen leverden aanvankelijk eene gelegenheid niet alleen tot het voeren van een gesprek maar zelfs tot het aan elkander vertoonen of toewerpen van voorwerpen; wat de koekoeken sedert ten deele verhinderen.

Ondanks het vele gestommel, dat het verstaan bemoeilijkte, kon men, met het hoofd in het opengeslagen raam, in twee belendende cellen 21 en 22 zonder veel bezwaar met elkander spreken. Wanneer spreker en hoorder beiden midden in hunne cel stonden, ging het verstaan zeer moeielijk.

In de boven elkander gelegen cellen 21 en 51 werd door de geopende vensters veel verstaan; ook wanneer de spreker midden in de cel stond of bij de deur.

Zelfs was dit het geval nog met de boven elkander en door eene verdieping gescheiden cellen 21 en 81.

De koekoek van de benedencel schijnt als een klankbord te werken en die van het bovenvenster de gehoorigheid niet weg te nemen.

Ook levert de opening in den muur bij de verwarmingsbuizen van een bovencel eene gelegenheid tot praten met iemand bij het open raam van de cel er onder. Beide openingen zijn slechts 0.60 M. van elkander. Wij vernamen, bij ons tweede bezoek op den 6en Maart 1897, dat die gelegenheid gebezigd werd voor gesprekken, en namen zelf waar, dat zij er zich uitstekend toe leende.

Toen wij dat tweede bezoek brachten was er als proef eene wijziging gemaakt tot vermindering der gehoorigheid, waarover de Minister bij schrijven van 22 Febr. 1897 had te kennen gegeven gaarne onze beoordeeling te willen vernemen.

De wijziging had voornamelijk ten doel de gelegenheid tot ontsnappen te verminderen, door de ruimte tusschen het openslaande raam en het ijzeren traliewerk, waarin men soms trachtte zich neder te leggen, uit de cel ontoegankelijk te maken door omgeving met een koekoek, die ook aan de bovenzijde gedekt was. De koekoek aan de buitenzijde was daarentegen weggenomen tot bevordering der

verlichting in de cel. Als gevolg hiervan mocht het raam niet met doorzichtig glas zijn bezet.

De wijziging had, zooals ons bleek, ook eene mindere gehoorigheid tengevolge, vergeleken met den vroegeren toestand. Het spreken, zoowel van raam tot raam tusschen belendende cellen als tusschen een raam en het muurgat er boven, was bij de gewijzigde inrichting veel minder te verstaan dan bij de vroegere.

13. Bij het bezoek van den 7en November 1896 aan de strafgevangenis te *Arnhem*, de tweede hier te lande, die in koepelvorm is gebouwd, ontvingen wij denzelfden indruk als te Breda van grootheid en rust.

Het spreken door de koekoeken was tusschen belendende cellen met eenige stemverheffing verstaanbaar te maken, evenals te Breda en Scheveningen, en ook beter dan door de [illegible] -vormige openingen onder de vensters.

In de gevangenis bij het Leidsche plein te *Amsterdam*, die wij den 9en Januari 1897 bezochten, en waar de ververschinggeschiedt door het raam, dat op een kier kan gezet worden, vernamen wij geen klachten omtrent gehoorigheid door de kieren en namen wij geen proeven.

14. Bij het bezoek op 17 Februari 1897 aan de strafgevangenis te *Utrecht* bleek het oude gedeelte, gesticht in 1853, thans met de buitenlucht in gemeenschap te zijn door openslaande ramen zooals te Rotterdam, en het nieuwe gedeelte, waarmede in 1867 de vergrooting plaats had, open dorpels onder de ramen te hebben, zooals te Nieuwer-Amstel, doch gesloten met een schuif, jalousievormig ingericht.

De gesprekken konden langs die luchtwegen niet gemakkelijk gevoerd worden, omdat de ramen zoo hoog waren geplaatst, dat men er bij moest klimmen om met den mond bij de opening te komen en dus lichtelijk betrapt werd.

Het gedruisch, door weefgetouwen en andere werkzaamheden veroorzaakt, bemoeilijkte zeer het voeren van een gesprek tusschen belendende cellen. Bovendien kon het gesprokene in den corridor zeer goed verstaan worden, zoowel wanneer beproefd werd door de luchtopeningen, als om langs de warmwaterbuizen een gesprek te voeren.

## B. Het voeren van gesprekken langs de verwarmingsbuizen.

15. De berichten uit andere landen schrijven alle de gelegenheid tot het voeren van gesprekken langs de warmwaterbuizen toe aan de ruimte, die onvermijdelijk ontstaat tusschen de buis en den muur,

door welke zij geleid is, tengevolge van de uitzetting en inkrimping van het metaal bij verandering van temperatuur.

Evenals in het buitenland heeft men ook hier te lande getracht de ruimte rondom de verwarmingsbuis, waar deze door den celmuur gaat, zooveel mogelijk ondoordringbaar te maken voor geluid, door de buis nog over zekere lengte buiten den muur te omkassen of te omringen met zand, metselwerk of slakkenwol, en door houten of ijzeren kragen, aan de buis bevestigd, in den muur zelf te metselen of tegen het metselwerk te laten aansluiten.

Afdoende is geen middel bevonden, al mag de invloed van sommige maatregelen niet ontkend worden.

16. Tijdens het eerste bezoek aan de gevangenis te *Nieuwer-Amstel* konden leden der Commissie in belenderde cellen door de gaatjes in de omhulling boven de verwarmingsbuizen met luider stem een gesprek voeren.

Wanneer men zich van de cel, waarin gesproken werd, verwijderde, ging het verstaan moeielijker. Bij de 4^de^ cel hield het nagenoeg op.

Bij het tweede bezoek waren in twee belendende cellen de vensters, kozijndorpels en verwarmingsbuizen, de gasleiding en de deur met wollen dekens en dergelijke stoffen bekleed, zoodat het geluid slechts door de muren kon heendringen. Met sterke verheffing van stem in een der cellen kon in de andere slechts weinig worden verstaan. Na ontblooting van de verwarmingsbuizen nabij den scheidingsmuur ging het verstaan iets beter, ook als men in de cel stond, en bijzonder goed wanneer het oor gelegd werd tegen de buis of den muur.

Het was dien dag (2 April 1896) koud en zeer winderig en bij wind is, zooals wij vernamen, de gehoorigheid zeer belemmerd, die anders tot menig „gezellig praatje" gelegenheid aanbood.

17. In de strafgevangenis te *Breda* heeft men de gemeenschap langs de warmwaterbuizen, naar men meent, verminderd door deze bij den scheidingsmuur met slakkenwol te omhullen. Konden leden der Commissie elkander in de belendende cellen 2 en 3, die bekleed waren, zelfs met gewoon stemgeluid vrij goed verstaan, vooral zoo men het oor tegen den muur legde, dit ging evengoed langs de buizen, toen deze van de op ons verzoek aangebrachte omkleeding ontdaan waren.

Het denkbeeld kwam bij ons op dat de bekleeding der lucht- en geluidwegen der cellen, door het buitensluiten van andere geluiden aan de gemeenschap tusschen belendende cellen bevorderlijk kan zijn, en ook, dat spreken langs de warmwaterbuizen aan de aandacht van de bewaarders kan worden onttrokken, door het dicht-

stoppen van de _⌉ gaten, die de cel met de lucht van de centrale hal in gemeenschap brengen.

Tusschen de cellen 2 en 58 schuins boven elkander, met 3 cellen in projectie er tusschenin, en beide bekleed, kon over en weder niets worden verstaan, hoe men ook schreeuwde, en geleek het geluid, dat in de centrale hal werd gehoord, op gegalm.

18. In de gevangenis te *Scheveningen* nam het verstaan van het gesprokene, naar het ons op den 2den Mei 1896 voorkwam, door het wegnemen van de bekleeding der warmwaterbuizen, nog iets minder toe dan te Breda; de gehoorigheid was hier dus minder, hetzij wegens den geringeren diameter der buizen (verg. N°. 8), hetzij omdat het nog al woei en minder stil was dan te Breda. De einden der buizen bij den scheidingsmuur tusschen twee cellen zijn in de kluis met beton omgeven, die slecht aansluit. Met het oor aan de buis nabij den muur kon het gesprokene in de belendende cel ook goed verstaan worden. Midden in de cel minder goed of niet.

19. In de gevangenis te *Rotterdam* kwam ons het spreken langs de warmwaterbuizen minder verstaanbaar voor dan in de andere gevangenissen. Er was trouwens veel gestommel, dat het verstaan bemoeielijkte; ook was de doorgang van de buis door den muur met zand omgeven, dat bij indroging of bij inkrimping van de buis, door plaatsing in eene rondom de buis in den muur gespaarde ringvormige spouw, kon nazakken en dus altijd een goede aansluiting verschafte. Wellicht droeg het luchtgat in de ruimte, waarin de warmwaterbuizen loopen, bij tot verspreiding van de geluidgolven.

Het losrukken van de roosters boven de warmwaterbuizen, hetgeen, zooals wij vernamen, wel eens plaats had, zal misschien meer het spreken door de luchtopening met den bewoner van de cel er onder, dan het spreken langs de buis met den gevangene in de belendende cel ten doel hebben gehad.

## C. Tikken.

20. Mocht men er in kunnen slagen de *verwarming* en de *ventilatie* zóó in te richten, dat het voeren van gesprekken, die niet buiten de cel kunnen gehoord worden, volkomen werd tegengegaan, dan zou nog altijd een ander middel van gemeenschap overblijven, dat aan de waakzaamheid der bewaarders kan ontsnappen, namelijk het *tikken*.

Het voeren van eenig gesprek door *tikken* kan ook met verwijderde cellen plaats grijpen langs de warmwaterbuizen, indien deze binnen het bereik van den gevangene vallen. Het bleek ons toch

dat het tikken tot in vrij ver afgelegen cellen kon gehoord worden, en het voeren van gemeenschap langs dezen weg komt ook overeen met dergelijk gebruik, dat in het BOERHAVE-laboratorium te Leiden van de waterleidingbuizen wordt gemaakt, om in bepaalde gevallen den amanuensis te roepen. Door de buizen in ruimten te plaatsen, die door roosters zijn afgesloten, zooals in de meeste gevangenissen in Nederland geschied is, heeft men de aanraking met eenig voorwerp, dat door de roosters gestoken kon worden, niet kunnen verhinderen. Door de inrichting te *Nieuwer-Amstel* echter schijnt men daarin geslaagd te zijn, zonder de strooming van lucht langs de buizen te schaden.

Voor de mededeelingen aan belendende cellen kan het tikken tegen den scheidingsmuur voldoende aan het verlangen naar een middel van gemeenschap beantwoorden. Men behoeft niet luid te tikken om gehoord te worden, en doet men het zooveel mogelijk verwijderd van den corridor dan wordt het daar alleen opgemerkt, zoo een bewaarder zich juist voor de celdeur bevindt en indien er over het geheel wat stilte heerscht.

Hetgeen in een der zomermaanden van 1896 te *Scheveningen* geschied is, strekt ten bewijze van de gemakkelijkheid, waarmede een bedrevene in de teekens eene mededeeling, door tikken gedaan, kan opvangen en ontcijferen, al is zij niet voor hem bestemd.

Wij zijn bij ons onderzoek tot de overtuiging gekomen, dat het tikken ook een middel van gemeenschap kan zijn tusschen gevangenen, wier cellen niet belendend, maar door een of twee cellen van elkaar gescheiden zijn. In de gevangenis te *Scheveningen* was het tikken tegen de muren goed hoorbaar in de cellen 79 en 83 dus met drie cellen er tusschen.

Men deelde ons daar mede dat vooral Zondags, wanneer alles doodstil is, de pogingen tot het verkrijgen van gemeenschap door tikken meermalen zijn aangewend maar ook gestraft.

Om het tikken tegen den muur minder hoorbaar te doen zijn zouden de muren tusschen de cellen eene spouw moeten bezitten en dikker moeten gemaakt worden dan tot nog toe gebruikelijk is. Doch uit het zooeven vermelde onderzoek te *Scheveningen* blijkt wel dat ook dan nog het middel van gemeenschap zou kunnen worden gebezigd.

Wanneer de gevangenen zich echter over de teekens niet hebben verstaan, is de gemeenschap door tikken zoo omslachtig, dat, zoo het met behulp van de muren op eenigszins ruime schaal wordt toegepast, het bij goede surveillance tot ontdekking moet leiden.

### D. Voortplanting van het geluid door de muren.

21. Te *Nieuwer-Amstel* was, bij de belendende bekleede (verg. n°. 16) cellen 6 en 8 aan den beganen grond, het spreken aan de kozijndorpels onverstaanbaar over en weder. Het uitroepen van de getallen van 1 tot 10 met *toenemende stemverheffing* was eerst verstaanbaar bij de getallen 5 tot 8.

Buitenstaande, onder den kozijndorpel, kon men het stemgeluid herkennen maar het medegedeelde niet verstaan.

*Breda.* In de dichtgemaakte cellen 2 en 3 kon men in de eene cel, met het oor tegen den muur, verstaan wat in de andere cel gesproken werd. Ook verstond men elkander veeltijds in het midden der cellen; doch men sprak luid, schreeuwde zelfs.

Tusschen de cellen 2 en 58, beide dichtgestopt, op twee verschillende verdiepingen en met 3 cellen in projectie er tusschenin, werd van het gesprokene niets gehoord.

*Scheveningen.* Tusschen de belendende cellen 79 en 80, beide dicht gestopt, waren toegeschreeuwde woorden vrij wel te verstaan. In het midden van de cel bij het tafeltje slechts enkele. De sprekers bevonden zich dicht bij den tusschenmuur.

*Rotterdam.* De cellen 19 en 20 waren beide dichtgemaakt. De woorden, al luider en luider tegen den muur geschreeuwd, werden herhaald in de andere cel en voor een deel werd de herhaling bij het tafeltje gehoord en verstaan. In den corridor werd niets verstaan.

Doorgaans konden, mits *zeer luid* gesproken werd, tusschen twee goed dichtgemaakte belendende cellen, de woorden verstaan worden; zelfs bij eenige verwijdering van den muur.

In gewone omstandigheden kan de gevangene het gesprokene echter niet verstaan. In de bekleede en geheel dicht gestopte cel luistert men onder bijzonder gunstige voorwaarden, omdat geluiden, die van buiten komen en het verstaan anders zeer bemoeilijken, gedempt worden.

## HOOFDSTUK III.

### Aard der bezwaren, die uit de gehoorigheid voortvloeien.

22. Vatten wij de uitkomsten van ons onderzoek samen dan hebben wij drie bezwaren te onderscheiden:

I. het opdringen door den gevangene van eene hinderlijke ge-

meenschap aan anderen, die daardoor overlast ondervinden zonder zich te kunnen beschermen;

II. het onderhouden van gemeenschap met de buitenwereld;

III. het voeren van gemeenschap met medegevangenen, die daartoe eveneens de gelegenheid zoeken.

Behandelen wij deze bezwaren achtereenvolgens.

I. Het geven van overlast en aanstoot aan medegevangenen en hunne bezoekers.

23. Voor zoover schreeuwen door de muren moet worden overgebracht kan dit, hoe hard het ook geschiedt, hierbij niet in aanmerking komen. Is het schreeuwen al hoorbaar, hinderlijk is het zeker niet, daar het een opmerkzaam luisteren vordert om de woorden te kunnen verstaan. Aan het werk van het Genootschap tot zedelijke verbetering der gevangenen zal het geen afbreuk doen. Gesteld dat het schreeuwen aan de surveillance kan ontsnappen, zoo zal het toch niet mogelijk zijn door het geluid, dat op deze wijze doorgelaten wordt, de naburige gevangenen te hinderen of in den slaap te storen.

Evenmin zal het mogelijk zijn door schreeuwen langs de warmwaterbuizen, wanneer deze ten minste in den muur met zand in spouw zorgvuldig zijn afgesloten, den bewoner eener belendende cel hinderlijk te zijn. Men moet namelijk, als deze voorzorg is genomen, zelfs als er geschreeuwd wordt, opmerkzaam luisteren om langs dien weg iets te hooren. Van stoornis in een gesprek tusschen den gevangene en een bezoeker kan in 't geheel geen sprake zijn.

Wat het venster betreft, door dit te sluiten kan een gevangene zich van den overlast, die zijn buurman hem door schreeuwen wil aandoen, bevrijden, mits de laatste verhinderd worde in de koekoek te klimmen.

Ook de ¯|_-openingen in den buitenmuur zou men wat het nu besproken bezwaar betreft bij nieuwe gevangenissen wel kunnen behouden. Zij kunnen weinig hinder opleveren en bij het sluiten van het venster verder voor de ventilatie dienen. Zelfs in den nacht zal hinder langs dezen weg niet groot kunnen zijn, daar het veroorzaken er van zeer hard schreeuwen zou vorderen en zulk schreeuwen, wanneer er tevens ¯|_-openingen naar den corridor zijn aangebracht, terstond door de bewakers zal worden opgemerkt. Bij den rotondevorm is in dit opzicht het minst te vreezen.

Waar in het algemeen zorg gedragen is voor eene ventilatie, die op zich zelf niet tot ruime communicatie aanleiding geeft, en die veroorlooft de vensters te sluiten; waar de warmwaterbuizen met

zand in den muur zijn gelegd, zal overlast voor gevangenen of bezoekers onmogelijk of zeer gering zijn.

Gevangenissen gelijk te *Breda*, te *Arnhem* en te *Scheveningen* kunnen dus, wat het geven van overlast en aanstoot betreft, weinig reden tot klachten opleveren; ook hebben wij daarvan niets vernomen.

Of die klachten meer of minder voorkomen staat natuurlijk wel in verband met den aard der bevolking van de gevangenis, daar de neiging om zich tegen de tucht te verzetten en anderen overlast aan te doen van dien aard afhankelijk is. Maar nu wij, wat het geven van overlast betreft, in het geheel geen klachten vernamen, is het wel aan te nemen, dat het thans behandelde bezwaar in gevangenissen volgens deze systemen ook bij eene meer ongunstige bevolking gemakkelijk te overwinnen zou zijn.

Wel zijn overlast en aanstoot mogelijk en zeer moeilijk te voorkomen bij aanwezigheid der ventilatiekokers en raamdorpelkleppen als te *Nieuwer Amstel*, waar men bij het sluiten van de kleppen en de kokers de ventilatie zou doen ophouden, hetgeen feitelijk op hetzelfde neerkomt als of die vensters en openingen niet gesloten kunnen worden.

II. De gemeenschap met de buitenwereld.

24. Behandelen wij deze in de eerste plaats voor zoover zij door de vensters mogelijk is. Bij gesloten vensters zal het wel niet mogelijk zijn gemeenschap met de buitenwereld te onderhouden, al is het natuurlijk denkbaar dat een groote verzameling menschen buiten zoo schreeuwt, dat de bewoner van de cel dit door het gesloten venster hoort.

Bijzondere voorzieningen hiertegen te treffen schijnt ons overbodig; wanneer niet ook omgekeerd de gevangenen buiten gehoord kunnen worden is gemeenschap onmogelijk te achten. Zoodra zich iets dergelijks voordoet sluite men dus de vensters. Om dit te kunnen doen is het alleen noodig dat de ventilatie ook bij gesloten vensters ongestoord in voldoende mate kunne plaats hebben.

Er bestaan echter in alle stelsels nog andere wegen voor het geluid tusschen den gevangene en de buitenlucht dan de geopende vensters. Deze zijn de ⅂ -vormige openingen te *Scheveningen*, *Breda* enz. en de luchtkokers en holle raamdorpels te *Nieuwer-Amstel*, die in dit opzicht wel 't meest bezwaar opleveren, omdat zij zeer ruim zijn. Alleen wanneer men ook deze andere wegen evenals het venster kon afsluiten, zonder aan de strikt noodige ventilatie afbreuk te doen, zou van gemeenschap der gevangenen met de buitenwereld

doorgaande geen bezwaar ondervonden worden, en zouden zeker al spoedig de pogingen tot het voeren van communicatie van buiten af ophouden.

III. Het voeren van gemeenschap met medegevangenen wanneer beide partijen het wenschen.

25. De gelegenheid tot deze gemeenschap hebben wij overal in meerdere of mindere mate gevonden; overal in genoegzame mate om ernstige bezorgdheid te wekken omtrent de geschiktheid van de bezochte gevangenis voor de toepassing van het cellulair stelsel; in *Nieuwer-Amstel* in zoodanige mate dat het stelsel van afzonderlijke opsluiting daardoor feitelijk vervalt. Het komt ons verder voor, dat wanneer in een gevangenis als *Breda* of *Scheveningen* het euvel mocht insluipen dit, zoo het al mogelijk ware, toch zeer moeilijk te onderdrukken zou zijn.

De gemeenschap wordt voornamelijk weder langs de verbindingen tusschen de cel en de buitenlucht verkregen, en is, waar deze in het belang der ventilatie het ruimste zijn, ook het gemakkelijkst.

Stellen wij ons voor dat deze luchtwegen konden worden afgesloten zonder aan de ventilatie te schaden, dan zou nog overblijven de gemeenschap langs de warmwaterbuizen, die door de muren en die door het tikken.

Ook het bezwaar van het spreken langs de warmwaterbuizen, bevorderd doordat deze buizen door den scheidingsmuur van twee belendende cellen zijn gelegd, is zeker niet gering te achten. Vooral levert deze communicatie bezwaar op, waar gelijk te *Nieuwer-Amstel* de corridor van de cellen is afgesloten, zoodat men in den corridor de gevangenen niet gemakkelijk beluisteren kan.

Wat het doorlatingsvermogen van de muren voor de stem betreft, hebben wij hier niet te behandelen, of het *doenlijk* is de gehoorigheid te brengen beneden deze grens. *Noodig* is dit volgens ons onderzoek ook tot genoegzame opheffing van het thans behandeld bezwaar zeker niet. Wanneer toch de gevangenen door zulk schreeuwen gemeenschap met elkaar voeren, als waarmede dit langs dezen weg alleen mogelijk is, zal dit terstond door de bewakers worden ontdekt en kunnen worden tegengegaan. Een graad van gehoorigheid, zooals die uit het doorlatingsvermogen der muren voortvloeit, meenen wij onschadelijk te mogen achten.

Aan het tikken kunnen wij wegens de omslachtigheid van dit middel slechts beteekenis toekennen, wanneer het tot afspraken omtrent het gebruik van meer gemakkelijke middelen van communicatie kan leiden.

---

# HOOFDSTUK IV.

## ERVARINGEN IN HET BUITENLAND.

26. Wij hebben ons op de hoogte gesteld van hetgeen er omtrent het bezwaar der gehoorigheid in het buitenland is opgemerkt geworden en van de hulpmiddelen, die daar zijn aangewend om het in meerdere of mindere mate op te heffen.

Het is ons gebleken, dat in hoofdzaak door dezelfde oorzaken in het buitenland het bezwaar in dezelfde mate als hier te lande wordt ondervonden, en dat het tot nog toe in Pruisen, Engeland, België, Frankrijk en Oostenrijk evenmin als hier te lande gelukt is doeltreffende maatregelen ter bestrijding van de meeste misbruiken aan te wenden.

Alleen in één opzicht meenen wij, dat hier te lande nog partij getrokken kan worden van wat in het buitenland is toegepast. Wij leerden nl. in de inrichting van de warmwaterbuizen te Praag en van die te Allenstein en te Charlottenburg een hulpmiddel kennen, dat hier nog niet is ingevoerd.

Ten einde omtrent deze inrichtingen nader ons oordeel te kunnen uitspreken, hebben wij inlichtingen verzocht en wat Praag betreft inderdaad ook door zeer welwillende toezendingen verkregen; omtrent die te Allenstein en te Charlottenburg is het ons niet mogelijk geweest nadere gegevens te verkrijgen. Van hetgeen wij vernamen, is bij onze voorstellen tot verbetering der middelen van verwarming in toekomstig te bouwen gevangenissen gebruik gemaakt.

Wij laten hier een overzicht volgen van hetgeen in de afzonderlijke landen is opgemerkt en beproefd, volgens de inlichtingen ontvangen bij de brieven van den Minister van Justitie van 18 Juli 1896 en 28 November 1896. Waar een oordeel wordt uitgesproken is niet uit het oog te verliezen dat dit geheel voor rekening van de berichtgevers blijft, en dat hun maatstaf veelal onderling verschilt; het is duidelijk, dat sommige inrichtingen, welke door hen afdoende worden geacht, bij onderzoek bezwaar van gehoorigheid zouden blijken op te leveren.

*Frankrijk.* De wijze van ventileeren laat geen gemeenschap door spreken toe. De gebruikte lucht ontsnapt bij het gewelf in het bovengedeelte van de cel buiten het bereik van den gevangene.

Boven de opening gaat de afvoer voor iedere cel afzonderlijk tot den top van het gebouw buiten het dak.

Waar de verwarmingsbuizen door de tusschenmuren gaan, laten zij soms eenige ruimte in het metselwerk, waardoor de stem zich kan doen hooren van de eene cel naar de andere. Men komt daaraan tegemoet door de ruimte te vullen met vuurvaste stof.

De gemeenschap langs de afvoerpijpen voor de uitwerpselen is opgeheven door invoering van het stelsel van tonnen met watersluiting. Boven de ton is een ventilatiekoker.

In het *programma* van 27 Juli 1877 voor de inrichting der gevangenissen wordt niet in bijzonderheden getreden. Het blijkt dat in het algemeen het openen van de ramen tot de ventilatie moet bijdragen; voorts heeft aanvoer van warmte en lucht plaats aan de eene en de afvoer aan de tegenovergestelde zijde en deze laatste geschiedt door twee sluitbare openingen, een onder en een boven in de cellen uitkomende in een horizontaal verzamelkanaal op zolder in gemeenschap met een verticalen schoorsteen, door welken de rookbuis van den calorifère loopt.

*België.* De gevangenen bedienen zich tot het voeren van gesprekken van de verwarmingsbuizen of van de afvoerpijpen der gootsteenen, soms ook van de vensters.

Tot het te keer gaan zijn *a.* de kassen, waarin de verwarmingsbuizen besloten waren, opgeheven en deze buizen dus blootgelegd, waardoor alle beschadiging in het oog kon loopen, *b.* de afvoerpijpen der gootsteenen als syphon omgebogen, of wel geheel verwijderd en door verzamelkommen vervangen.

Voorts wordt verwezen naar het bijgevoegde werk van Ducpetiaux: Architecture des prisons cellulaires. 1863. Men vindt daarin:

bl. 11, dat men van de aanvankelijke rigoureuse toepassing van *volkomen* afzondering, waartoe ook behoort volkomen sluiting der vensters, is teruggekomen uit vrees voor al te veel neerslachtigheid, leidende tot wanhoop, krankzinnigheid of zelfmoord;

bl. 19 en 20, dat verwarming met warm water maatregelen vorderde tegen het houden van gesprekken door de openingen in de muren gemaakt tot doorlating van de buizen. Daartoe werd ter wederzijde van den muur, rondom iedere buis, een ijzeren kraag gemaakt, goed aansluitende tegen het metselwerk en de holte met zand gevuld, behoorlijk aangestampt. Andere wijzen van verwarming voldeden minder goed.

bl. 74. In Engeland acht men geen wijze van ventilatie vol-

doende, indien daarbij geen gebruik van het venster der cel kan worden gemaakt.

Hoe langzamer de ventilatie is, des te grooter moeten de afmetingen der cel zijn.

*Oostenrijk.* Het spreken van cel tot cel is een zeldzaamheid. In het nieuwe gebouw te Praag (322 cellen) zou men het door de open vensters kunnen doen of wel door tikken tegen den gemeenen muur. Alle andere gemeenschap is uitgesloten, daar de cellen van dezelfde verdieping evenmin als de cellen boven elkander in eenige verbinding staan door ventilatie-, verwarmings- of andere buizen.

Om de cellen te ventileeren zijn de vensters met klepvleugels voorzien en dient verder een ⅂-vormige opening die in den corridor uitkomt, op 2.75 M. boven den celvloer. De waarnemingen, die men gedaan heeft, hebben aangetoond dat het volkomen onmogelijk is, dat de bewoners der cellen zich door middel van die openingen met elkander in gemeenschap stellen.

De verwarming der cellen te Praag geschiedt door warm water, dat door een reservoir, als een kachel, stroomt. Zoodanig reservoir staat in iedere cel. De inrichting sluit iedere verstandhouding tusschen de gevangenen uit.

In alle cellulaire gevangenissen is het tikken tegen muur, vloer, verwarmingsbuis, ja zelfs tegen gasbuizen een gebruikelijk middel van gemeenschap bevonden. Men hecht er echter weinig gewicht aan, omdat gevangenen slechts zelden gelegenheid hebben gehad, zich vooruit met elkander te verstaan.

Een ander middel is met half gedempte stem tegen den muur te spreken binnen de handen als trechter voor den mond gebracht, terwijl men luistert met een oor tegen den muur en het andere oor met de hand dichthoudt. Men heeft opgemerkt, dat het geluid gemakkelijker gaat door een muur van gebakken steen dan door een van gehouwen steen en ook gemakkelijker langs den ijzeren haak, waarmede de brits aan den muur wordt bevestigd.

De gevangenen maken, tot het houden van gesprekken overluid, ook veel gebruik van ventilatie- en verwarmingsbuizen naar cellen boven of beneden de hunne, nl. in die gevangenissen, waar die buizen niet rechtstreeks in den corridor uitkomen.

Alleen bij groote stilte, dus voor en na den arbeidstijd, is de gemeenschap mogelijk, maar dan tevens ook het gemakkelijkst te ontdekken.

Het spreken door de open ramen is des te gemakkelijker, omdat dit binnen moeielijk kan gehoord worden. De spreker moet dan echter

niet aan het venster gezien kunnen worden, wat slechts bij uitzondering het geval is.

De gevangenen vinden ook teekens van gemeenschap, na zich daarover met elkander verstaan te hebben, in den arbeid dien zij verrichten, door met de gereedschappen of werktuigen geruisch te maken dat beteekenis heeft.

Nauwgezette waarneming en herhaalde verwisseling van cel moeten daartegen worden aangewend.

Gevangenen, van wie gemeenschap gevreesd moet worden, behooren niet in boven of terzijde belendende cellen geplaatst te worden.

Geene andere dan disciplinaire maatregelen en geene wetenschappelijke geschriften werden tot nog toe door de gehoorigheid uitgelokt.

*Engeland.* Gesprekken door de ventilators worden bijna algemeen gevoerd op verschillende wijzen, afhankelijk van de inrichting.

De toevoerkokers van versche lucht worden veel voor gesprekken gebezigd door gevangenen in boven of terzijde belendende cellen.

Zij klimmen daartoe zoo noodig op de tafel en bedekken het hoofd en de buismonding rondom met den handdoek, ten einde het stemgeluid binnen den koker te concentreeren. De groote verzamelkoker in de benedenverdieping brengt dan het geluid van den eenen vertikalen koker naar den anderen.

Deze gesprekken zijn het moeielijkst te verhinderen, omdat de bewaarder in den corridor ze niet bespeurt.

Verder worden door de openslaande ventilators in de celvensters gesprekken gevoerd.

De gevangenen klimmen er bij en steken er het hoofd zoover mogelijk in om gemakkelijker gesprekken met de naburige cellen te houden.

In den tuin kan men dit hooren en dan worden de gevangenen gestraft, maar men hoort het niet in de corridors, van waar men alleen het klimmen naar het raam kan waarnemen.

Ook is er gemeenschap door tikken tegen muren en vloeren, hoe dik zij ook zijn, maar niet zoo gemakkelijk als door rechtstreeksche gesprekken; en weinigen verstaan eenig stelsel.

Proeven zijn genomen tot demping van het geluid van een cel naar de andere, maar niet volkomen geslaagd.

Bij strafcellen en stille cellen zijn overal in het muurwerk spouwen, gevuld met werk aangebracht. Dit is met goed gevolg geschied.

Literatuur over het vraagstuk is niet bekend.

*Duitschland.* De gevangenen beproeven veelal schriftelijk, mondeling of door teekens gemeenschap te krijgen. Om dit te voorkomen wordt

bij iedere cel een afzonderlijke ventilatiekoker aangelegd en tot in het verzamelkanaal op den zolder geleid, of wel geheel afgezien van den ventilatiekoker en de cel geventileerd door de vensters en openingen in den corridorwand. Deze laatste inrichting verdient de voorkeur.

Verwarmingsbuizen, die horizontaal door de cellen loopen, bieden de beste gelegenheid tot gemeenschap, omdat de aansluiting tegen het metselwerk der tusschenmuren niet dicht gehouden kan worden, zoodat men door de kier kan spreken en zelfs briefjes kan schuiven.

Alle pogingen tot dichting of bescherming met roosters waren te vergeefs en hadden soms nog erger gebreken ten gevolge.

Zoodanige verwarmingsinrichting wordt niet meer aangelegd.

Men brengt thans de verwarmingsbuizen vertikaal langs den corridormuur door de cellen. Daardoor is gemeenschap slechts bij luid spreken mogelijk. Dit en ook het kloppen, dat 3 à 4 cellen hoog gehoord kan worden, wordt ook in den corridor waargenomen.

Te *Dusseldorp* is en te *Siegburg* wordt dit stelsel toegepast.

Overigens is de gemeenschap alleen door de inrichting van het gebouw niet te verhinderen. Daartoe behoort een goed onder tucht staand, waakzaam en geoefend personeel voor het toezicht.

Van veel belang is het den gevangenen dikwijls gelegenheid te geven te voldoen aan den ieder mensch ingeschapen aandrang van zich te uiten. Vele bezoeken van de hoogere beambten moeten daartoe leiden, en tevens strekken om de goeden van het voeren van gemeenschap af te houden en op de minder goeden een waakzaam oog te houden, en deze in geval van ontdekking streng te straffen.

Literatuur:

Grundsätze für den Bau und die Einrichtung von Zellengefängnissen. Freiburg 1885.

Von Holtzendorf und von Jagemann. Handbuch des Gefängniszwesens. Hamburg 1888. Bd. 1. S. 467.

Krohne. Lehrbuch der Gefängniszkunde. Stuttgart 1889. S. 289.

Böttger. Technische Beschreibung der Heizanlage in Schwedischen Zellengefängnissen. (Blätter für Gefängniszkunde. Band 29, S. 174).

*Pruisen.* Het spreken geschiedt halfluid tegen de warmwaterbuizen, die door het muurwerk tusschen boven of naast elkaar belendende cellen loopen.

Bij het tikken wordt elke letter door het rangnummer in 't alfabet aangegeven.

Spreken door de ventilatiekanalen wordt gemakkelijk ontdekt.

Voor de beschrijving dezer kanalen wordt verwezen naar: „Erläuterungen zu I dem Modell und den Plänen des neuen Strafgefängnisses bei Berlin (Plötzensee) II den Projectzeichnungen u s.w. Berlin 1876, gedruckt in der Königl. Geheimen Ober-Hofbuchdruckerei R. von Decker".

Als middel ter bestrijding wordt opgegeven streng toezicht. Dit heeft echter het kwaad niet geheel opgeheven.

Verschillende wijze van bedekking van warmwaterbuizen heeft niet geholpen. In Charlottenburg en Allenstein wordt de warmwaterleiding zoo gebouwd dat de hoofdbuizen door den corridor loopen en zijbuizen het water uit den corridor door den wand naar de cel en van daar naar den corridor terugleiden.

De voorwerpen in de cel zijn vastgemaakt, zoo dat men ze niet kan gebruiken om bij het raam te klimmen.

De volledige afzondering der gevangenen is niet bereikt.

Wat literatuur betreft wordt gewezen op „Blätter fur Gefängniszkunde Bd. XX, Heft 2 u. 3. Seite 152, 156 en Bd. XXIX, Heft 3 u 4. Seite 163—186".

# AFDEELING II.

## Gemotiveerd advies omtrent vermindering of opheffing van het bezwaar der gehoorigheid.

# HOOFDSTUK I.

## Beantwoording van de vraag: of, en zoo ja in hoever, het bezwaar der gehoorigheid kan worden verminderd of opgeheven.

27. De opheffing der bezwaren, die door de communicatie der gevangenen langs wegen, die het geluid voortplanten, ontstaan, is behalve aan een natuur-wetenschappelijke voorwaarde — nl. de inachtneming van de voorschriften der hygiëne — door Z.Exc. gebonden aan de voorwaarde, dat zij moet geschieden met inachtneming der eischen van de straftoepassing, met behoud van de theoretische en practische eischen der opsluiting en zonder aanmerkelijke verhooging van constructiekosten.

Een van de eerste eischen van de straftoepassing is, met het oog op den dienst, zeker wel het bijeenbrengen der verschillende cellen naast en boven elkaar tot een nauw aaneensluitend en gemakkelijk te overzien geheel.

Wij hebben er dus — ofschoon in de opdracht sprake was van cellenbouw in 't algemeen — van afgezien te overwegen of bewaarplaatsen van gevangenen zouden kunnen worden gebouwd, in aard aanmerkelijk afwijkende van onze cellulaire gevangenissen, en bij welke, terwijl voldaan werd aan al hetgeen voor de bewaring en verpleging van een gevangene noodig en wenschelijk is, het den gevangenen onmogelijk gemaakt zou zijn om, op welke wijze dan ook, van de voortplanting van het geluid partij te trekken tot het voeren van communicatie. Van praktisch nut kon het vooreerst alleen zijn te onderzoeken of en op welke wijze, bij behoud van de hoofddistributie in de tegenwoordige gevangenissen, en van het karakter van den bouw dier inrichtingen, het in de voortplanting van het geluid gevonden bezwaar zou kunnen worden verminderd.

Viel dus de vraag of het muurwerk ingrijpende verandering zou moeten ondergaan buiten onzen gezichtskring, het bleek gelukkig

spoedig, dat bij de bestaande constructie de communicatie door de muren verreweg het minste bezwaar opleverde. Ja dit bezwaar is zoo gering te achten, dat daarover wel nimmer ernstige klachten zouden zijn gerezen. Een onderzoek omtrent de bezwaren van gehoorigheid door nieuwe stelsels van muurwerk, omtrent de kostbaarheid waarvan wij trouwens ook moeilijk vooraf konden oordeelen, was dus overbodig.

Een gevolg van deze, uit den aard der vraag voortvloeiende, beperking was tevens, dat het ons mogelijk werd, gelijk ook blijkens het aandringen van Z.Exc. wenschelijk was, de indiening van ons rapport te bespoedigen; hetgeen niet het geval zou zijn geweest wanneer bij gebrek aan ervaring misschien eerst proeven met nieuw te bouwen cellen hadden moeten worden genomen.

Verder was aldus de maat gegeven voor de laagste grens tot welke de gehoorigheid kan worden teruggebracht, en met welke wij ons dus ook bij het wegnemen der overige bezwaren tevreden moeten stellen, en was die maat terstond aan waarnemingen in bestaande gevangenissen te ontleenen.

Hebben wij ons met de muren niet in te laten, de gehoorigheid door de warmwaterbuizen en ventilatie-inrichtingen is in verhouding tot die der muren zoo groot gebleken, dat in dit deel van den celenbouw wijzigingen wel degelijk zullen noodig zijn om de bezwaren der gehoorigheid op te heffen.

Hoe de gevangenissen gelegen zijn, of zij in ster- of rotondevorm zijn gebouwd, hoe groot het aantal verdiepingen is, waarover de cellen verdeeld worden, dit alles is voor de beperking van de gehoorigheid van weinig belang; de rotondevorm heeft ontegenzeggelijk in dit opzicht voordeelen, doch het is ons gelukt inrichtingen tot algeheele opheffing der gehoorigheid door ventilatie en verwarming voor te stellen, die zoowel bij gevangenissen in rotonde- als bij zulke in stervorm kunnen worden toegepast. Aan de overwegingen van administratieven en bouwkundigen aard blijft dus bij de keuze van terrein en ordonnantie de meest mogelijke vrijheid gelaten.

28. Bij het vervullen van onze taak, het doen van voorstellen betreffende de inrichting van ventilatie en verwarming waardoor de communicatie door gehoorigheid tot de zooeven vastgestelde maat kan dalen, betreffende het zoo noodig ten behoeve daarvan aanbrengen van stoom, van mechanische of van electrische beweegkracht, gelijk betreffende verdere details, — hadden wij verder te zorgen, dat de kosten der voorgestelde verbetering, vergeleken met de overige kosten der straftoepassing, niet buiten verhouding bleken tot de voordeelen, die daaruit konden voortvloeien. Wij meenen ook hierin geslaagd te zijn.

Door opgave van een bepaald cijfer aan te toonen, dat de toepassing van onze voorstellen met geringe kosten gepaard gaat, is niet mogelijk zonder een bepaald project volgens de door ons gestelde wetenschappelijke beginselen uit te werken, hetgeen met inachtneming van alles wat voor den dienst wenschelijk is, veel beter door de bouwkundige ambtenaren kan geschieden dan door ons. Wij meenen te kunnen volstaan met de mededeeling, dat in geen der voorstellen een element is opgenomen, dat kostbaar kan worden genoemd.

Het geldt hier bovendien maatregelen, die, door het wegnemen der gehoorigheid, aan de beambten en bewakers hun zware taak kunnen verlichten, die den gevangene, bij voldoende verzorging in hygiënisch opzicht, onverbiddelijk de door de strafrechtspleging beoogde afzondering kunnen doen ondergaan, en die aan het Genootschap tot zedelijke verbetering der gevangenen den weg kunnen effenen voor een zegenrijk optreden. Wij vertrouwen, dat de vraag wat het juiste bedrag der kosten is, met welke de uitvoering van dergelijke voorstellen gepaard zal gaan, daarbij niet op den voorgrond treedt, zoolang niet overwegende finantieele redenen zich tegen de uitvoering verzetten. En hiervan kan bij onze voorstellen geen sprake zijn.

De door ons gestelde beginselen veroorlooven verder maatregelen te ontwerpen, die de bezwaren in mindere of meerdere mate wegnemen, en van welke de kosten gelijken tred houden met de te bereiken verbetering.

## HOOFDSTUK II.

### Voorstellen tot opheffing der bezwaren, welke de warmwaterleiding ten opzichte van de gehoorigheid oplevert.

29. In de gevangenissen hier te lande wordt het stelsel van scheiding van ventilatie en verwarming toegepast, en wij moeten, nu wij in de eerste plaats op de gehoorigheid te letten hebben, aanraden dit stelsel ook verder te volgen. Immers, om eene cel des winters behoorlijk te verwarmen, zal men het best doen de gelegenheid te geven, dat daarin tot 900 cal. per uur kunnen worden afgegeven. Wij leiden dit af uit onze berekening omtrent de warmte-afgifte der buizen in de cellen te Nieuwer-Amstel waar de verwarming over 't algemeen voortreffelijk is. Bij toevoer van tot 60° verwarmde lucht

zou het inbrengen van deze warmte-hoeveelheid in de cel nog 80 M³. per uur vorderen.

Wilde men deze groote hoeveelheid, zooals vroeger wel eens gebeurde, met kleine snelheid door wijde kanalen uit een gemeenschappelijk reservoir doen toestroomen, dan zou men eene gehoorigheid in het leven roepen, veel grooter dan thans bestaat, en wilde men het genoemde luchtvolume door zulke nauwe openingen persen als wij zullen zien, dat ter vermijding van gehoorigheid noodig is, dan zou een arbeid vereischt worden, die de kosten al te hoog zou doen stijgen.

30. Men heeft dus slechts te kiezen tusschen verwarming met stoom en die met warm water. Hieromtrent is, wat de gehoorigheid betreft, het volgende op te merken. Het valt in het oog, dat het bezwaar bij overigens gelijken aanleg des te grooter moet zijn, naarmate de doorsnede der buizen, die de verwarmende stof in en uit de cel leiden, aanzienlijker is. Bij gebruik van stoom kunnen door enge buizen veel grootere warmtehoeveelheden worden overgebracht dan bij gebruik van warm water. Verwarming met stoom moet dus in dit opzicht groote voordeelen aanbieden. Ook zouden stoomgeleidingen, daar zij op veel hoogere temperatuur dan warmwatergeleidingen, — trouwens alleen met klimmende bezwaren van lekkage en reparatie — kunnen worden gebracht, door omhulsels, al geleiden deze de warmte ook slecht, beschermd en aldus het overbrengen van het stemgeluid van den eenen gevangene naar den anderen, verijdeld kunnen worden.

Proeven, in deze richting met verticale compartiment- of met vloerverwarming te nemen, zouden alleen kunnen leeren of werkelijk eene stoomverwarming de bezwaren op praktische wijze weg kan nemen. Daarbij zouden wij het echter al aanstonds afkeuren, om — gelijk anders tot het verkrijgen van gemakkelijke warmteafgifte aan de lucht in de cel voor de hand zou liggen — in een hoek der cel een compartiment, onder en boven met roosters voorzien, af te zonderen op dezelfde wijze als thans de warmwaterbuizen zijn afgezonderd. Wel is het dan om genoegzame warmteafgifte te verkrijgen, voldoende, een nauwe stoombuis, niet veel wijder dan een gewone gasbuis, uit den corridor heen en terug in dit compartiment te leiden, maar het bedoelde compartiment zou tot vervuiling aanleiding geven, terwijl het verbreken van de roosters van de bescherming bij de warmwaterbuizen, dat herhaaldelijk door ons is waargenomen, ook hier te vreezen zou zijn.

Het compartiment zou dus door eén metalen wand geheel van de cel moeten worden afgescheiden, wat ongetwijfeld kan geschieden — men denke slechts aan de verwarming van sommige spoor-

wegcoupés — en, wat de gehoorigheid betreft, eene groote verbetering zou geven. Het bezwaar van tikken zou wel geheel zijn weggenomen en de communicatie door middel van gesprekken zou zeer bemoeilijkt worden. Maar of zij geheel uitgesloten zou zijn, zou eerst door proeven moeten worden uitgemaakt, die buiten het kader vallen, dat wij voor onze werkzaamheden hebben getrokken.

Zeker is het dat de stoombuis, die door den wand van het compartiment naar buiten treedt, bij afsluiting door eene metaalplaat eene vrij wat grootere afmeting moet hebben, dan wanneer zij direct hare warmte aan de cel kon afgeven, en dat zij dus in het vermogen tot overbrengen van het geluid, voor het geval dat tegen den metalen wand van het compartiment geschreeuwd werd, ook weder eenigszins zou naderen tot de warmwaterbuizen.

Hierbij in aanmerking nemende, dat bij de warmwaterverwarming de bezwaren der gehoorigheid, gelijk zal blijken, kunnen worden opgeheven, meenen wij de verwarming met stoom, die, reeds wegens het vereischte dag en nacht doorloopende toezicht en wegens andere bezwaren zooveel minder in aanmerking mag komen dan de warmwaterverwarming, niet te mogen aanbevelen.

31. Bij het laatstgenoemde stelsel is het nu vooreerst de vraag of het bezwaar der gehoorigheid kan worden weggenomen zonder eenige verandering te brengen in den loop der buizen. Wij hebben beproefd of het eenigen invloed had, wanneer de buizen met een los daaromheen geslagen metaalblad werden omringd, maar zelfs van eene omkleeding met vijf lagen loodplaat was zoo weinig gevolg te bespeuren, dat wij dit denkbeeld moesten verwerpen.

Ten tweede hebben wij overwogen of men ook bij eene warmwaterverwarming de buizen zou kunnen plaatsen in een compartiment, dat door eene metalen plaat geheel van de cel is gescheiden. De berekening leert dat dit wel uitvoerbaar is, als men aan de plaat een groot oppervlak — veel meer dan 1 M$^2$. geeft — en, wat moeilijker gaat, aan de buizen een middellijn geeft, die wij op ongeveer het drievoud der tegenwoordige stellen. Reden genoeg, om ook van dit denkbeeld af te zien.

32. Meer heil verwachten wij van eene verandering in den loop der buizen, zooals die te Praag en Charlottenburg is ingevoerd.

Men leidt daar de warmwaterbuizen uit den corridor door den wand naar de cel en van daar terug naar den corridor. Zij loopen dus langs den zijwand van de cel heen en terug in plaats van langs den buitenmuur, of zijn afgekort tot een cylindrische kachel. Te Praag wordt het uit den hoofdverwarmingstoestel opstijgende warme water door een hoofdvoedingsbuis op de bovenste verdieping over de geheele

lengte van den corridor gevoerd. Langs elke vier boven elkaar gelegen cellen loopen, door de vier verdiepingen heen, uit deze hoofdvoedingsbuis hulpvoedingsbuizen; deze geven naar elke cel een tak af, de warmwaterbuis, door welke het water naar de cylindrische warmwaterkachel in de cel wordt geleid. De uit de cellen tredende afvoerbuizen worden opgenomen door hulpverzamelbuizen, die verticaal langs de vier boven elkaar gelegen cellen loopen, en zich beneden vereenigen in eene hoofdverzamelbuis, die weder het water naar den verwarmingstoestel terugvoert. Het stelsel herinnert eenigszins aan den bloedsomloop, de slagaderen zijn met warm, de aderen met afgekoeld water gevuld, de capillairen zijn de warmwaterbuizen in de cellen, die wij verder de „celkachels" zullen noemen.

De mogelijkheid om tusschen belendende cellen door de reten in den tusschenwand langs de warmwaterbuizen gesprekken te voeren is hiermede opgeheven. Zoo wordt zeker wel het belangrijkste bezwaar der warmwaterbuizen weggenomen. Men vermijdt daardoor ook de noodzakelijkheid om bij den bouw allerzorgvuldigst toe te zien op de inkassing van de buizen in den muur. Doch het bezwaar van het overbrengen der gesprekken door de buizen zelf blijft bestaan. Nu niet door buizen, die door den tusschenwand der belendende cellen loopen, maar langs een omweg. Er bestaat metalliek verband tusschen de cellen, en het geluid kan in de betrekkelijk stille cel hoorbaar zijn zonder dat de bewaarders in den corridor er opmerkzaam op worden, al kunnen zij ook, door hun oor bij de buis te brengen, onmiddellijk elk gesprek opvangen. Verder wordt het bezwaar van het tikken niet weggenomen; het tikken zal echter eerder de aandacht van den bewaarder trekken, dan de gesprekken.

33. Terwijl het stelsel van Praag of dat van Charlottenburg zeker voor eene proef in aanmerking komt, wenschen wij eindelijk nog de aandacht te vestigen op een middel, waardoor men met weinig meerdere kosten het bezwaar geheel kan opheffen en dat bestaat in eene verbreking van het metalliek verband tusschen de cellen.

Een dergelijk stelsel van warmwaterverwarming hebben wij op de proef gesteld, voor zoover dit noodig was om het met vertrouwen te kunnen aanbevelen voor eene proefneming in het groot.

De celkachel, in beginsel geschetst door fig. 1, bestaat uit twee buizen loopende langs den wand van de cel; in de bovenste, *b*, bevindt zich het warme, uit de benedenste, *c*, stroomt het afgekoelde water weg. Binnen in de cel ziet men niets bijzonders. In den corridor eindigen de buizen in geschikte eindstukken: *a* en *d*.

Het warme water wordt in den corridor met een straaltje, *l*, in de bovenste buis, *a*, van de celkachel geschonken. De toevoer van

het warme water uit de voedingsbuis *k* wordt met het kraantje *e* geregeld. Het afgekoelde water stroomt door het afvoerbuisje *rgh* weg in een verzamelbuis.

Ter vermijding van verdamping wordt het straaltje door een glazen buisje, *f*, met een caoutchoucdop, *m*, los van de buis *a*, van de lucht afgesloten.

Men kan op deze wijze, mits het toegevoerde water de geschikte temperatuur en de celkachel de behoorlijke afmeting heeft, aan de cel binnen zekere grenzen zooveel warmte toevoeren als men wenscht.

Door de celkachel toch kan het warme water met geringere snelheid loopen, dan die met welke het bij een gewone warmwaterverwarming door de celkachel gedreven wordt, want het heeft gelegenheid om meer in temperatuur te dalen. Uit de voedingsbuis kan men het water echter met groote snelheid laten stroomen en dit maakt dat in den corridor slechts een dun straaltje, zelfs niet zoo dik als een potlood, behoeft te loopen.

Wij hebben dit stelsel op de proef gesteld, door een buis met een verwarmend oppervlak van 3 M$^2$. warmte te doen afgeven. Eene buislengte van dit oppervlak zou op 95° verwarmd, drie cellen kunnen verwarmen, zooveel als ooit noodig is; wanneer het op 75° verwarmd is geeft het warmte genoeg af voor twee cellen. Wij geven er de voorkeur aan bij de berekening van het verwarmend oppervlak, waarop per cel moet worden gerekend, aan te nemen dat dit de temperatuur van 75° heeft. De toestel met welke de proef werd genomen is afgebeeld in fig. 2, waar de letters dezelfde beteekenis hebben als in fig. 1. Om de groote hoeveelheid warmwater te verkrijgen, die voor de proef noodig was, en om deze hoeveelheid op constant niveau te laten uitstroomen, werd het afstroomende water uit S door N opgepompt met het pompje P in den overstorttrechter Q en het reservoir met standvastig niveau R. Het voedingsstraaltje liep uit een opening van 4 mM. diameter, met een snelheid van theoretisch 2.45 M. en wel onder een druk van 31 cM. water. Het water trad in de celkachel met een temperatuur van 75°, gemeten door den thermometer, *t*, en verliet die met de temperatuur van 60°.

Er werden per uur 1960 caloriën afgegeven bij 130 L. doorgestroomd water, terwijl in maximo 900 caloriën per uur voor Nieuwer-Amstel berekend wordt. Werkelijk werd dus een regime verkregen zooals wij dit ons voorstelden met den toestel te kunnen bereiken.

Het is nu onmogelijk, hetzij door tikken hetzij door schreeuwen, geluid uit de cel in de hoofdvoedings- of de hoofdverzamelbuis over te brengen, en alle communicatie van gevangenen langs de verwarmingstoestellen is voorgoed opgeheven.

34. Wij hebben nu nog na te gaan hoe het afgekoelde water opge-

vangen en, weder tot de gewenschte temperatuur verwarmd, in de hoofdvoedingsbuis wordt gebracht. Al het afgestroomde water vereenigt zich daartoe langs afvoerbuizen in hoofdverzamelbuizen, die naar een reservoir leiden, van waaruit het gepompt wordt in den hoofdverwarmingstoestel, die van gewone constructie is. Aangezien het verbruik van elke cel per uur op hoogstens 60 liter kan worden gesteld, wanneer de inrichting zoo geregeld is, dat eene daling van 15° in de celkachel plaats heeft, is het geheele aantal liters, dat per uur in den hoofdverwarmingstoestel moet worden gepompt, 12000 voor 200 cellen. De verwarmingstoestel is door eene stijgbuis verbonden aan een hoofdreservoir op den zolder, waaruit het water afdaalt naar hulpreservoirs, van welke er op iedere verdieping een is aangebracht; aan de hulpreservoirs zijn hoofdvoedingsbuizen voor elke verdieping aangesloten, die betrekkelijk nauw kunnen zijn, daar hierin het water met aanzienlijke snelheid loopt. Elk reservoir heeft een overstortinrichting naar den verzamelbak van afgekoeld water.

Aan den hoofdverwarmingstoestel zijn verder verbonden gewone warmwatercirculaties in doorloopende buizen voor de verwarming der corridors enz. Deze zullen zoo berekend kunnen worden, dat wanneer een gedeelte der celkachels buiten werking wordt gesteld, en dientengevolge de temperatuur van de buizen dezer gewone circulatie stijgt, hunne warmte-afgifte het bedrag, op hetwelk de centrale verwarmingstoestel berekend is, juist bereikt; de doorloopende buizen der gewone circulatie dienen dus tevens nog als veiligheidsinrichting voor het geval, dat om een of andere reden de pomp onverwacht den dienst mocht weigeren. Het arbeidsvermogen, voor het drijven van deze pomp benoodigd, is nog geen paardenkracht. Het werktuig moet dag en nacht loopen, hetgeen geen bezwaar geacht behoeft te worden, omdat ook de mechanische ventilatie, die, gelijk wij zullen zien, noodzakelijk in de cellulaire gevangenissen moet worden ingevoerd, dag en nacht eene beweegkracht vraagt.

Wordt b.v. voor den nacht electrische beweegkracht ingevoerd, die misschien voor dit doel ook in eene gevangenis geschikt is, dan kan ook deze pomp, die trouwens nimmer eenig noemenswaardig toezicht vordert, medeloopen zonder zorg te vereischen en is uit dien hoofde nachtdienst voor den machinist onnoodig.

Het stelsel heeft het groote voordeel toe te laten, dat elke cel, onafhankelijk van de andere, zoo veel of zoo weinig verwarmd kan worden, als men dit wenscht.

# HOOFDSTUK III.

## Opheffing van de bezwaren welke de ventilatie-inrichtingen ten opzichte van de gehoorigheid opleveren.

35. Bij het wegnemen van de gehoorigheid langs de wegen, die de voor den gevangene onmisbare lucht aanvoeren is het in de eerste plaats noodig

A. ons rekenschap te geven van de eischen, die de hygiëne stelt, en op welke onze aandacht uitdrukkelijk door den Minister is gevestigd.

Wij zullen, nadat deze eischen zijn vastgesteld,

B. ontwikkelen, hoe het met behoud der natuurlijke ventilatie niet mogelijk is de gehoorigheid op te heffen, zonder dat aan de eischen der hygiène te kort wordt gedaan, dat het dus noodzakelijk is mechanische ventilatie in de gevangenissen in te voeren, om vervolgens

C. na te gaan op welke omstandigheden bij de mechanische ventilatie der gevangenissen moet worden gelet.

Eindelijk zullen wij

D. de middelen, door welke de mechanische ventilatie verkregen wordt, behandelen, en aantoonen, dat zij voor toepassing in de gevangenissen geschikt zijn, om ten slotte

E. een schets te geven van de door ons aanbevolen inrichting der ventilatie in de gevangenissen.

### A. Vaststelling van de eischen der hygiène.

36. Ten einde de vraag te kunnen overwegen in hoeverre het afsnijden van de wegen, die het geluid kunnen overbrengen, mogelijk is, met inachtneming van de eischen der hygiène, is het in de eerste plaats noodig die eischen voor het verblijf in eene cel, in zoover zij met den aard dier wegen in verband staan, vast te stellen. Zij hebben betrekking op gemoedsindrukken, licht, warmte en lucht en op de reinheid, in zoover deze wederom in verband staat met de hoeveelheid lucht, die den gevangene moet worden toegevoerd.

De behandeling van de vraag of het noodig is geluiden uit de buitenwereld en in 't bijzonder de menschelijke stem te hooren, ja met anderen van tijd tot tijd een gesprek te voeren, om niet tot krankzinnigheid te vervallen, kan hier achterwege blijven. In geen geval kan communicatie met medegevangenen of met de omgeving van de gevangenis voor het psychisch welvaren noodig geoordeeld

worden en maatregelen, die in dit opzicht elk geluid afsluiten, zullen zonder het minste bezwaar kunnen worden genomen. Aan de behoefte om zich te uiten door gesprekken kan door degenen, die den gevangene in zijn belang bezoeken, zeker het best worden tegemoet gekomen. Wij onderstellen dat in dit opzicht alle zorg wordt gedragen, zoodat er geen sprake van kan zijn den gevangene blijvend in doodelijke stilte af te zonderen.

Mag men eenerzijds de gevangenen daaraan niet blootstellen, anderzijds mag niet voortdurend te sterk geraas bij hen gemaakt worden, om geluiden te overstemmen, die men aan hunne waarneming wenscht te onttrekken. Wat betreft de mate van gedruisch, die men voortdurend kan verdragen, leert de ervaring dat een geluid als het gegons in en nabij vele fabrieken, het ruischen van een waterval en het stampen van schepen niet schadelijk voor de gezondheid kan worden geacht. Men gewent daaraan. Maar een veel sterker voortdurend gedruisch zou uit hygiënisch oogpunt bezwaar opleveren.

37. De inrichting der vensters, die veelal als ventilatieopening dienst doen en dan tot gehoorigheid aanleiding geven, moet aan zeer bepaalde hygiënische eischen voldoen, afgezien van die, welke uit de voorwaarde eener goede ventilatie voortvloeien.

Het komt ons voor dat voor den gezonden psychischen toestand van den gevangene het allernoodzakelijkst is, hem te geven ruim en aangenaam licht en een venster door hetwelk hij de lucht kan zien. Het volgens velen toenemende aantal dergenen, die krankzinnig de gevangenis verlaten, doet ons met kracht de vervulling van deze voorwaarde op den voorgrond stellen. In de predispositie der gevangenisbevolking is wellicht genoegzame verklaring voor het optreden dezer vreeselijke ziekte gelegen; maar ook wanneer wij het optreden van de ziekte niet aan het verblijf in de gevangenis, maar uitsluitend aan de predispositie wijten, komen wij tot de slotsom, dat men bij de verpleging van geestelijk zoo zwakke individuen, als de gevangenen in den regel zijn, elken factor, die de ontwikkeling der krankzinnigheid bevorderen kan, met zorg moet wegnemen.

Doorzichtig glas beveelt ook het werk, door von Pettenkofer en Ziemssen uitgegeven, in het hoofdstuk over de gevangenishygiëne aan [1]). In de meeste gevallen zal dan eene koekoek voor de vensters moeten worden aangebracht. Die koekoek zou men dus, om zooveel mogelijk licht toe te voeren, zoo het aanging, liever uit geribd of

---

[1]) Handbuch der Hygiëne und der Gewerbekrankheiten, herausgeg. von v. Pettenkofer u. Ziemssen, II, 2, pg. 110.

matglas vervaardigd wenschen, dan uit ondoorschijnend materiaal. Bij gevangenissen in vleugelvorm is zelfs het aanbrengen van koekoeken, die een groot deel van het uitzicht wegnemen, voor de vensters van bijna alle cellen noodig, ten einde gemeenschap tusschen de gevangenen uit te sluiten; minder is dit het geval bij den rotondevorm, die in dit opzicht dus voordeelen aanbiedt.

Of men moet verlangen dat in de cel zonnestralen kunnen doordringen laten wij onbeslist. Bij het vervullen van onze opdracht was het voldoende als vast staande aan te nemen, dat de gehoorigheid niet mag worden weggenomen op een wijze, die afbreuk zou doen aan een ruime verlichting der cel en aan het gebruik van helder doorzichtig glas.

Op denzelfden grond als waarop wij het gezicht op een hoekje uitspansel voor den gevangene noodzakelijk achten, schijnt het ons voor hem ook van groot gewicht, dat hij zich in zijne cel van tijd tot tijd onmiddellijk met de buitenlucht in verband kan stellen door het openen van een venster of klep. Dit zal zelfs noodig zijn wanneer ook al ruim voldoende versche lucht door kleine openingen mocht worden toegevoerd en niettegenstaande de voorgeschreven wandelingen in de buitenlucht reeds in de behoefte der ademhalingswerktuigen en der circulatie voorzien. Immers, het verblijf in dichtgemaakte cellen, met de voorstelling dat er geen gemeenschap met de buitenlucht in te krijgen is, geeft alweder indrukken, die op den duur tot krankzinnigheid kunnen leiden. Moge er al geen bezwaar tegen bestaan om den gevangene tijdelijk de gelegenheid om het venster of de klep te openen te ontnemen, op den duur zal dit niet mogen geschieden. Wij achten dus een venster, dat geopend kan worden, uit psychisch oogpunt onmisbaar.

Wat de ervaring omtrent het openen en sluiten van vensters betreft, zoo heeft de commissie-Péclet ze in de gevangenis Mazas gesloten, hetgeen het gemakkelijkst gelegenheid gaf tot het toepassen van een rationeel stelsel van ventilatie. Men is er echter van teruggekomen. En ook hier te lande heeft men meestal vensters, die geopend kunnen worden, en, waar deze ontbreken, de raamdorpelklep ingevoerd. Een venster dat geopend kan worden is in het zooeven besproken opzicht het meest verkieselijk.

Het valt in het oog en is ons door onderzoek ook gebleken, dat wanneer de vensters in belendende cellen geopend zijn, het voeren van gemeenschap langs dezen weg wel zeer bemoeilijkt kan worden, maar niet geheel onmogelijk kan worden gemaakt. Bij misbruik van het venster tot het voeren van gemeenschap onderling of met de buitenwereld, moet dus het venster door de bewakers gesloten kun-

nen worden en het verkeer van de gevangenen met de buitenlucht tijdelijk beperkt worden tot dagelijksche wandelingen of wel moet hem een verblijf worden aangewezen in cellen, wier ligging tot het voeren van gesprekken geen aanleiding geeft. Doch ook alleen bij misbruik. Op den goedgezinden gevangene kan het open venster en het doordringen van geluiden uit de buitenwereld een goeden invloed oefenen, dien men hem ongaarne zal ontnemen.

Of en wanneer een gevangene in zijne cel het venster mag openen moet door de beambten beslist worden, die, bij het geven of weigeren van verlof daartoe, rekening houden met de waarborgen tegen misbruik, die in zijn gedrag gelegen zijn. Bij het ontwerpen van de ventilatie mag er niet op gerekend worden dat de vensters geopend zijn. Al zal het venster ook dikwijls de rol van de ventilatie-inrichtingen kunnen overnemen, en al is een ventilatiestelsel, hetwelk geen open venster *toelaat*, op psychische gronden af te keuren, elk stelsel, dat het openen der vensters of van de openingen, die gemeenschap met de buitenlucht geven, *vordert* om in de behoefte aan noodzakelijken toevoer van lucht te voorzien, moet wegens de gehoorigheid, voor gevangenissen ongeschikt worden geacht.

38. Wij komen thans tot de vraag, hoeveel versche lucht moet aan den gevangene in zijne cel als minimum worden toegevoerd, wanneer, zooals wij bij de behandeling van dit vraagstuk moeten onderstellen, voor afvoer van evenveel bedorven lucht gezorgd is, doch het venster en elke andere opening, die gemeenschap met de buitenlucht kan geven, gesloten is?

Gewoonlijk wordt bij gevangenissen gerekend op een luchttoevoer van 30 tot 50 M$^3$ per uur en per gevangene. Als minimum-hoeveelheid lucht van normale samenstelling, welke de gevangene noodig heeft, meenen wij echter te moeten stellen 5,4 M$^3$ per uur. Dit toch is het bedrag, dat afgeleid kan worden uit het koolzuurgehalte van 4‰, dat, bij Koninklijk Besluit van 7 December 1896 (Stbl n$^0$. 215), als geoorloofde grens voor werkplaatsen is vastgesteld, wanneer wij bij de berekening in aanmerking nemen, dat een volwassen persoon per uur 20 liter koolzuur ontwikkelt, en dat deze hoeveelheid met lucht van 0,3‰ verdund moet worden tot dat een gehalte van 4‰ is bereikt.

Het verschil tusschen onzen minimum-eisch en het gewoonlijk aangenomen getal vordert eenige nadere toelichting, al ligt het voor de hand voor den gevangene ruim tevreden te zijn, met wat voor een werkman in zijn bedrijf voldoende wordt geacht; want wij stellen het benoodigde minimum in het oog vallend laag.

Daarbij zij dan in de eerste plaats opgemerkt, dat wij met dit cijfer niets anders op het oog hebben, dan het bedrag dat de normale en goed gereinigde gevangene noodig heeft om de producten zijner stofwisseling af te voeren. Laat men hem werk verrichten, waarbij schadelijke dampen ontwikkeld worden, of brandt in zijne cel eene gasvlam; gaat zijn verblijf in de cel onvermijdelijk met de vorming van kwalijk riekende stoffen gepaard; sluit zijne ton niet voldoende; zijn zijne voeten, zijn lichaam, zijn mondholte of zijne kleederen niet behoorlijk gereinigd; vertoonen zich bij hem ziekelijke of abnormale afscheidingen van de lucht verontreinigende stoffen, dan zal, om te voorkomen, dat de gevormde schadelijke of onaangename stoffen een te groot procentgehalte in de aanwezige lucht uitmaken, gedurende een korten tijd of voortdurend eene grootere hoeveelheid lucht van normale samenstelling moeten worden toegevoerd. Doch wat wij onderstellen is een normaal persoon niet verkeerende in omstandigheden als de zooeven genoemde. De ventilatie behoeft dan alleen te dienen om de gemiddelde samenstelling der lucht, die gewenscht wordt, te bekomen, en niettegenstaande de aanwezigheid van den bewoner in de cel te behouden. In het bijzonder zal men niet op luchttoevoer behoeven te rekenen om daarmede bacteriën of smetstoffen te verwijderen. Dacht men vroeger dit te moeten doen, men is in Pruisen door de ervaring in de gevangenissen aldaar van deze beschouwing teruggekomen. Schadelijke stoffen van dergelijken aard moeten en kunnen alleen door herhaalde reiniging en *doelmatige desinfectie* worden verwijderd. In dit opzicht — en wij moeten hierop met nadruk wijzen — is tot nog toe zeer weinig in de gevangenissen geschied; in het bijzonder is het gebruik van desinfectieovens met droge heete lucht, die wij in twee gevangenissen hebben gezien, geheel af te keuren. De droge heete lucht moet vervangen worden door stroomenden *stoom*, hetgeen vermoedelijk zonder groote kosten van inrichting kan geschieden. Dat dit geschied zal zijn, wordt verder door ons aangenomen.

Wat de door den normalen en goed gereinigden gevangene zelf gevormde producten betreft, zoo kunnen wij van de afscheiding van waterdamp afzien. Men behoeft niet te vreezen, dat het watergehalte in zijne cel zal stijgen gelijk in eene slecht geventileerde zaal, waar vele personen bijeen zijn. In zulk een geval kan de toename van het watergehalte der lucht de verdere afscheidingen bemoeilijken, de lichaamstemperatuur (op de hoogste rangen van een theater bijv. 0,5 tot 1,2°) verhoogen, en daardoor zelfs gevaarlijk worden; worden de kleederen, die zeer hygroscopisch zijn, vochtig en meer geleidend voor warmte. Maar de gevangene heeft een belangrijk muuroppervlak tot zijne beschikking, ruim groot genoeg om het gevormde water — bij een

volwassen persoon 600 gram per dag — te absorbeeren en elders af te geven, wanneer de muur maar goed droog is. En wij hebben overal, zelfs in de benedencellen, de muren geheel droog en goed poreus gevonden. De gevangene, die in zulk eene cel slaapt bij 5,4 $M^3$ luchttoevoer, is er dus gedurende den nacht beter aan toe dan menig braaf werkman, die aan den gebrekkigen afvoer van waterdamp in kelders of andere vochtige woningen is blootgesteld.

Toen men nog aannam, dat met de koolzuurvorming gepaard ging eene vorming van andere giftige producten der ademhaling en der huidfunctie, was er reden voor den eisch van ruimer luchttoevoer. Men nam tot grondslag dat lucht onaangenaam wordt, wanneer het koolzuurgehalte tot op 1 $^0/_{00}$ stijgt, waaruit zou volgen dat 30 $M^3$ per uur noodig was. In gewone omstandigheden wordt echter het gehalte van 1 $^0/_{00}$ verre overschreden. De fabrieksinspecteurs nemen genoegen met het bovengestelde koolzuurgehalte van 4 $^0/_{00}$. Bijmengen van 40 $^0/_{00}$ zuiver koolzuur bij lucht geeft eerst aanleiding tot het terstond optreden van een onaangenaam gevoel.

De hoeveelheid van 5.4 $M^3$. is de helft van die, welke PÉCLET stelt. Gaat men echter het cijfer van PÉCLET na, dan blijkt dat dit voornamelijk ontleend is aan een proef van LEBLANC, waarbij onderzocht werd wanneer de diffusie door het deksel van het privaat tegen den luchtstroom van 10 $M^3$. in, in de door hem onderzochte cel niet meer hinderlijk was. Dit cijfer heeft dus voor de vaststelling van het minimum geoorloofd koolzuurgehalte en de daaruit voortvloeiende per uur benoodigde hoeveelheid lucht van normale samenstelling weinig waarde.

Het kan nu de vraag zijn, of de door VON PETTENKOFER uit vergelijking van het koolzuurgehalte en van den indruk, die door ademhaling en uitwaseming van menschen verontreinigde lucht op de reukorganen maakte, getrokken slotsom: dat lucht, die tengevolge van de aanwezigheid van menschen meer dan 1 $^0/_{00}$ koolzuur bevat, voor blijvend oponthoud ongeschikt is, niet tot een anderen maatstaf voor het minimum van luchttoevoer moet voeren. Het komt ons voor dat bij de ventilatie van gevangenissen deze uitspraak — die als uitgangspunt moet worden genomen, waar men alles wat onaangenaam is wil wegnemen — zeker niet als richtsnoer mag worden aangenomen. De nieuwe onderzoekingen van FORSTER en anderen leiden er toe, minder dan voorheen te vreezen voor schadelijke stoffen, die het organisme, nog behalve koolzuur, zou afscheiden en het staat wel vast dat de onaangename lucht, die soms tegelijk met de koolzuurvorming optreedt aan de inwerking van overmatig vochtige lucht op de in verschillende kleedingstukken opgenomen stoffen en aan onreinheid van het lichaam, in 't bijzonder aan bacteriën in het

schoeisel, op de huid en het haar, en aan andere dergelijke oorzaken te wijten is.

39. Wij hebben bij het nemen als grens voor wat den gevangenen moet worden verschaft, het minimum gesteld, dat voor den werkman wordt geduld. Dat het niet wenschelijk kan zijn den gevangenen meer te geven, wordt daarmede niet door ons beweerd.

Bij het bespreken van die vraag zouden wij in aanmerking kunnen nemen, dat de werkman in de werkplaats niet alles behoeft te verrichten, wat de gevangene in zijn cel moet doen, dat de werkman verder herhaaldelijk geruimen tijd elken dag in de open lucht doorbrengt, dat zijne woning gedurende geruimen tijd van versche lucht ruim voorzien wordt, dat hem in den regel Zondags rust is gegund en het werken in de werkplaats met herhaaldelijk openen van deuren enz., af en toe met ruime ventilatie door vensters, gepaard gaat.

Tegenover dit alles staat bij de gevangenen alleen de dagelijksche wandeling, het openzetten der cel en der vensters gedurende een korten tijd. Ook verkeert hij in den nacht in gunstiger omstandigheden dan de werkman. Maar anderzijds worden zijne kleederen en zijn lichaam niet aan vuil en vocht blootgesteld gelijk met den werkman het geval is, en transpireert hij weinig.

Tegen een meerderen toevoer van lucht pleit ook, dat de meeste hygiënische voorwaarden voor de gevangenen, zooals de voeding bijv. 15 à 20 pCt. beneden die van arbeidende personen zijn gesteld. Bij het behandelen van de vraag hoe de verhouding moet zijn tusschen hetgeen voor den werkman volstrekt noodig wordt geoordeeld, en wat den gevangenen zal worden gegeven, zouden wij dus in hoofdzaak moeten beslissen in hoeverre een minder aangenaam gevoel, ten gevolge van minder overvloedige ventilatie, een deel van de straf mag zijn, en ons dus op het ons vreemde gebied der straftoepassing gaan bewegen.

Door deze overwegingen is tevens de weg aangewezen, dien wij hebben in te slaan. Nu het minimum van 5.4 $M^3$. is vastgesteld, hebben wij het voor te stellen ventilatie-systeem zoo te kiezen, dat dit geschikt is om meer dan het gestelde minimum bij gesloten venster in elke cel te kunnen leveren, en het aan de Regeering over te laten om, voorgelicht door hare ambtenaren, de maat aan te geven tot welke men bij de straftoepassing doorgaans, en in bijzondere gevallen tijdelijk, met het verschaffen van zuivere lucht behoort te gaan.

Binnen de speelruimte, die wij te stellen hebben, valt in de eerste plaats hetgeen men van het aangename van overvloedige versche lucht den eenen gevangene met het oog op zijne bijzondere omstandigheden meer moet of wel meer wil geven dan den anderen;

een hard werkenden bijv. zal men meer willen geven dan een zittenden; op den wind gelegen of aan de zon blootgestelde cellen zal men anders willen behandelen dan de overige. Daar intusschen het stellen van een vasten regel, waarvan in buitengewone gevallen kan worden afgeweken, zeer wenschelijk is, al ware het slechts teneinde de beambten van veel wikken en wegen vrij te stellen, hebben wij aangenomen *dat doorgaande het dubbel van het minimum, dus* 10.8 M$^3$ *per uur, moet worden verstrekt.*

Met het oog op buitengewone gevallen en bijzondere toestanden, die op de ventilatie van invloed kunnen zijn, meenen wij de bovengenoemde speelruimte te moeten opvoeren tot het tienvoud van het minimum, zoodat het voor te stellen ventilatiestelsel moet toelaten om tot 54 M$^3$ per uur bij gesloten venster in de cel te brengen.

Die speelruimte is zoo gekozen, dat voldoende rekening gehouden is met de behoefte van zieken of abnormale individuen en ook met de mogelijke aanwezigheid van andere oorzaken van bederf van lucht in de cellen.

Zoo zal een gasvlam, in eene cel aangebracht, wanneer wij stellen, dat deze 90 liter $CO_2$ per uur vormt, een extratoevoer vorderen van $^9/_2 \times 5.4 = 24$ M$^3$. lucht. Zij laat dan nog 20 M$^3$. boven het normale beschikbaar. Op grond van de overweging, dat voor het toevoeren van de lucht, die de vlam verbruikt, arbeid noodig is, zal met kunstmatige ventilatie allicht electrische verlichting der cellen gepaard gaan, die buitendien vele voordeelen aanbiedt, en zullen wij dus verder geen rekening houden met gasverlichting.

Een andere reden om afzonderlijken luchttoevoer te vorderen kan, gelijk wij opmerkten, gelegen zijn in werkzaamheden, die stof of stank medebrengen. Er is echter geen grond om meer dan 54 M$^3$. per uur hiervoor te verlangen.

Terwijl wij dus, wat de mogelijk gewenschte overmaat boven het normale betreft, de keuze zeer ruim laten, is de aangenomen speelruimte voldoende om in alle verschillende omstandigheden in het hygiënisch noodige te voorzien.

Wij meenen dat het aantal cellen, waar het niet voldoende is of waar het niet wenschelijk geacht wordt de venstertjes te openen, en waar dus op hetgeen meer dan de normale toevoer noodig is, langs anderen weg moet worden gerekend, slechts een klein deel van het geheele aantal zal bedragen.

Alleen echter wanneer een ventilatiesysteem bij gesloten vensters toelaat den luchttoevoer binnen zulke ruime grenzen als wij stellen, te regelen, is het, blijkens de opsomming van al wat erbij in aanmerking genomen moet worden, voor gevangenissen geschikt te achten.

Wij herhalen, dat bij het vaststellen van ons minimum voor de benoodigde lucht van normale samenstelling, aangenomen is, dat in overeenstemming met het advies van het geneeskundig toezicht op de gevangenen bijzondere maatregelen tegen verwuiling der lucht door abnormale individuen worden genomen; verder stellen wij ons voor, dat voor reinheid en desinfectie voldoende is gezorgd, dat dus de cellen, telkens wanneer zij van bewoner verwisselen, en desnoods tusschentijds, zorgvuldig gereinigd en gedesinfecteerd worden, dat in den dienst van de gevangenis is opgenomen het verstrekken van een behoorlijk aantal baden, dat een geregelde *stoomdesinfectie* der kleedingstukken plaats heeft, dat er voor gezorgd wordt, dat de gevangenen geregeld hunne cellen zorgvuldig van stof bevrijden en den vloer zorgvuldig reinigen. Wij kunnen niet genoeg in het licht stellen, dat de wetenschap tegenwoordig vooral op reinheid wijst en gebroken heeft met de richting, die tot steeds grooter eischen omtrent luchttoevoer kwam, zonder de hygiënische toestanden te verbeteren.

40. Tot nog toe is altijd gesproken van toevoer van lucht van normale samenstelling. En dit met opzet. Immers wij moeten nu de vraag nog overwegen in hoeverre het wenschelijk is, dat gewoonlijk versche buitenlucht wordt toegevoerd, of dat lucht uit den corridor kan worden genomen, wanneer er voor gezorgd is dat deze in koolzuurgehalte niet merkbaar van de buitenlucht afwijkt. Omtrent deze vraag hebben wij geen genoegzame gegevens. Zeker mogen wij wel aannemen, dat versche buitenlucht, in welke men het ozon nog ruiken kan, voor de ventilatie van hooger waarde is dan lucht die reeds geruimen tijd in geleidingen of lokalen heeft doorgebracht en welke dien eigenaardigen reuk verloren heeft. Of dit op het gebied der noodzakelijke voorwaarden voor het behoud der gezondheid of op het gebied van het meer of minder aangename ligt, kunnen wij voorloopig niet uitmaken. Een door ons aan te bevelen ventilatie-stelsel moet daarom zoo mogelijk aan de voorwaarde voldoen, dat ook bij gesloten vensters in de cellen direct versche buitenlucht kan worden toegevoerd, in welke ook die nauw merkbare chemische veranderingen nog niet hebben plaats gegrepen, die versche lucht onderscheiden ook van de zuiverste bewaarde lucht.

41. De toevoer van lucht moet geschieden zonder tocht en daar deze merkbaar wordt bij snelheden van 1 meter, moet dus de luchtstroom met minder snelheid bij den gevangene aankomen.

42. Om te voorkomen dat de gevangenen alle ventilatiewegen dichtstoppen en op deze wijze in zeer slechte hygiënische omstandigheden komen, moeten de cellen, gelijk voorgeschreven is, des winters gehouden worden op 55° F. Het is gebleken, dat waar de

temperatuur door gebrekkige verwarmingsmiddelen belangrijk lager daalt dan 55° F., dit eene kwelling oplevert, die niet bedoeld is en niet gerechtvaardigd kan worden en welke de gevangene tracht te verminderen door zich met bedorven lucht tevreden te stellen.

43. Thans hebben wij nog de hygiënische eischen voor de corridors of centrale ruimten vast te stellen. De ventilatie mag niet verhinderen dat daar een aangename temperatuur heerscht, en mag geen tocht veroorzaken. Wij behoeven hierover niet uit te weiden. Andere eischen, aan die ventilatie te stellen, behoeven echter eenige nadere toelichting.

Achten wij voor de gevangenen een minimum toevoer van 5.4 $M^3$ per hoofd voldoende, aan de bewakers in de corridors moet een veel grooter bedrag worden verzekerd. Immers, waar overwogen wordt wat voor het welzijn der gevangenen noodig is, zou het onbillijk zijn niet in de eerste plaats te denken aan het lot van de bewaarders en de beambten. Aan hen moet zeker bij de strenge omgeving, waarin zij verkeeren en waar zij in voortdurende aanraking met menschen zijn, wier aanblik alleen reeds deprimeerend werkt, althans eene ademhaling verschaft worden, zooveel mogelijk gelijk aan die bij het verblijf in het vrije veld, en om daartoe te naderen moet men hen zooveel versche, onmiddellijk van buiten aangevoerde lucht toevoeren, als maar mogelijk is.

Wij meenen verder, dat er voor gezorgd moet worden, dat de bedorven lucht uit de cellen zoo min mogelijk in den corridor kan doordringen en dat die lucht, welke er onvermijdelijk in moet doordringen, door overvloed van versche lucht al spoedig wordt verwijderd. De lucht, die uit de cellen komt, moge al niet schadelijk geacht kunnen worden wegens haar koolzuurgehalte, noch wegens daarin bevatte andere giftige stoffen, hare eigenschappen zijn toch onaangenaam genoeg om het wenschelijk te maken, dat de bewaarders niet meer dan noodig aan de inademing ervan worden blootgesteld. Ook stank van in de cellen bewerkte stoffen moet niet in den corridor kunnen doordringen. Het komt ons alleszins wenschelijk voor uit de gangen „de gevangenislucht" te verdrijven, die wij daar herhaaldelijk opmerkten en die gedurende den nacht zich in den corridor zoozeer ophoopt, dat 's morgens de groote deuren geopend moeten worden om de onaangename lucht te verwijderen.

## B. Onafscheidelijkheid van natuurlijke ventilatie en gehoorigheid.

## Noodzakelijkheid van mechanische ventilatie tot het opheffen der gehoorigheid.

44. Bij de natuurlijke ventilatie die berust op het temperatuurverschil binnen en buiten een gebouw en die, bevorderd door min of meer geschikte aan- en afvoeropeningen of kanalen, bij alle celgevangenissen tot nog toe is toegepast, is het wegnemen der gehoorigheid onmogelijk, zooals uit de navolgende overwegingen kan blijken.

Wanneer, om met het eenvoudigste geval te beginnen, de natuurlijke ventilatie plaats heeft door openingen in den buitenwand, zooals men die in de bestaande gevangenissen vindt (open raampjes, enz.), — bij welke het voor de ventilatie noodige drukverschil teweeggebracht wordt, doordat andere openingen in de cel verband geven met den corridor — moeten deze, om aan het doel te beantwoorden, zoo ruim zijn dat er ook gesprekken door gevoerd kunnen worden.

Kwam het verband met den corridor niet te hulp, dan zouden deze openingen om dezelfde natuurlijke ventilatie te kunnen geven nog veel grooter moeten zijn. In allen gevalle is het ventileerend vermogen van zulke openingen nagenoeg evenredig met hun gehoorigheid.

Wanneer men, gelijk men te Nieuwer-Amstel terecht heeft gedaan, de trekwerking van den corridor vervangt door het rationeele hulpmiddel tot bevordering der natuurlijke ventilatie, dat gelegen is in ingemetselde lange luchtkokers, zoo leveren ook deze eene gehoorigheid op, die evenredig met hun ventileerend vermogen kan worden gesteld.

Stel n.l. dat aan het benedeneinde van zoodanige buis aankomt een geluidsgolf van bepaalde sterkte, die dus per eenheid van oppervlak een bepaalde energie per eenheid van tijd overbrengt. Terwijl die energie zich, in de vrije ruimte, zonder merkbare wrijving voortplant, doch zich over een steeds grooter wordend oppervlak uitbreidt, ondergaat zij bij het voortloopen in de buis eene niet te verwaarloozen vermindering door de wrijving, maar blijft zij daarbij op hetzelfde oppervlak beperkt.

Zien wij vooreerst af van de demping in de buis, zoo zal zij dus aan het einde nog onveranderd zijn, en zal dus het geluid daar dezelfde sterkte hebben als aan het begin. Bevindt zich op eenigen afstand van het uiteinde van deze buis nu het uiteinde van een tweede buis die uit een belendende cel de lucht afvoert, zoo zal bij den mond van deze het geluid aankomen, alleen verzwakt, zooals dit overeenkomt met de uitbreiding over een boloppervlak in de vrije ruimte met den

onderlingen afstand der uitmondingen tot straal; van daar zal het geluid zich door de tweede buis, afgezien van de demping, weder onverzwakt voortbewegen tot het in de cel aankomt.

Voor de verzwakking van het geluid bij het voeren van een gesprek is het dus, afgezien van de demping in de buizen, hetzelfde of er van de cellen uitgaande luchtkokers boven het dak uitmonden, dan wel in den buitenwand der cellen openingen, van hetzelfde oppervlak als de doorsnede der kokers, zijn gemaakt, die denzelfden afstand van elkander hebben als de uiteinden der buizen bovendaks. Daar de trekkracht van de ingemetselde schoorsteenen nagenoeg even groot is als die van den ongeveer even hoogen corridor van nagenoeg dezelfde temperatuur, zal om dezelfde ventilatie te verkrijgen, als die welke enkele openingen in den buitenwand der cel onder invloed van den corridor kunnen geven, de doorsnede der trekbuizen dezelfde moeten zijn als het oppervlak dier openingen. Afgezien van de demping kan dan het aanbrengen van deze kokers de gehoorigheid niet verminderen.

Zelfs brengt het voeren van kanalen naar boven het dak de openingen die van de cellen naar buiten voeren gemiddeld op kleineren afstand van elkander dan waarop openingen, ééne in elke cel, in den buitenmuur van elkander verwijderd zouden zijn, en wel omdat het oppervlak van het dak kleiner is dan dat van dezen muur.

45. Tot nog toe werd van de demping der geluidsbeweging in de luchtkokers afgezien.

De invloed der wrijving op de voortplanting van het geluid is door den Heer D. J. KORTEWEG berekend, wel is waar alleen voor buizen met cirkelvormige doorsnede, maar wij kunnen met voldoende benadering de door hem verkregen uitkomst ook op kanalen van andere gedaanten toepassen. Uit zijne formule leiden wij af dat, wanneer eene buis 100 maal zoo lang is als de afmetingen der doorsnede, de geluidsterkte bij eene golflengte van 1 Meter door de wrijving met ongeveer 14 % afneemt. Zeker eene niet onbelangrijke vermindering, maar we moeten bedenken, dat ook de hoeveelheid lucht, die bij een gegeven drukverschil, zooals dat bij de natuurlijke ventilatie voorkomt, per tijdseenheid doorstroomt, wegens de inwendige wrijving sterk afneemt. De berekening leert dat deze vermindering, voor de boven aangenomen verhouding tusschen lengte en middellijn, wel op minstens 25 % kan worden gesteld. Derhalve zal, bij dezelfde ventileerende kracht, het aanbrengen van een kanaal in plaats van eene opening in een dunnen wand de hoeveelheid doorgelaten lucht minstens evenveel verminderen als de gehoorigheid.

Maar dan kan er ook niet veel verwacht worden van het vervangen van de enkele buis door meerdere van kleinere doorsnede, evenmin

als van het verdeelen der opening in tal van kleinere met een zelfde gezamenlijk oppervlak. Ook wijde kanalen met proppen of andere beletselen er in zullen niet kunnen baten. Laten zij genoeg lucht door dan zullen zij ook de gehoorigheid niet opheffen.

De proeven hebben ons in deze meening bevestigd. Het is opmerkelijk welke belemmeringen men in een buis kan aanbrengen zonder veel afbreuk aan de gehoorigheid te doen en in 't algemeen schijnt de verstaanbaarheid minder af te nemen, dan het doorlatingsvermogen voor lucht, iets dat bij proeven met proppen zeer in het oog viel. Daarbij moet in aanmerking genomen worden, dat de hoorbaarheid niet recht evenredig is aan de geluidsterkte maar veel minder sterk afneemt dan deze. Ja, soms wil het bij de proeven schijnen of er een zekere graad van geluidsterkte is, beneden welke verdere afdaling vooreerst nauwelijks vermindering van hoorbaarheid geeft. Intusschen, wij behoeven hierover niet verder uit te weiden om te doen inzien, dat evenmin in propvormige belemmeringen voor of in de aanvoeropeningen of kanalen, als in bijzonder gevormde mondstukken of in wat dan ook van dezen aard, het aangewezen middel te vinden is, om bij de natuurlijke ventilatie de gehoorigheid tusschen dicht bij elkander gelegen cellen, die met de buitenlucht in verbanb staan, op te heffen.

Men zou kunnen trachten, de voortplanting van het geluid door eene buis te bemoeilijken door er een of meerdere knikken in aan te brengen. Inderdaad hebben de ⌉_-vormige kanalen eene geringere gehoorigheid dan men met het oog op hunne doorsnede zou verwachten. Nu is het echter bekend, dat een knik in een korte buis den druk, noodig om door deze buis lucht met een bepaalde snelheid te doen stroomen, verdubbelt. Het aanbrengen van een paar knikken staat dus gelijk met het vernauwen van de aanvoerbuis, en de ⌉_-vormige openingen zijn dus slechts schijnbaar ruime, inderdaad echter nauwe ventilatie-openingen. Met deze voorstelling is in overeenstemming de meening der H.H. Regenten van de gevangenis te Breda, dat zonder het openen der vensters, de ventilatie onvoldoende zou zijn.

Iets dergelijks als van eene buis met knikken geldt ook van eene buis met een plotseling verwijd gedeelte; zoowel het doorlatingsvermogen voor een luchtstroom als dat voor het geluid wordt door de verwijding verkleind. Het laatste bleek ons bij de weldra te vermelden proeven; en inderdaad heeft op de plaatsen waar de doorsnede verandert eene terugkaatsing plaats. Maar ook de druk, die noodig is om een gas met eene bepaalde snelheid door eene buis te drijven wordt door elke verwijding grooter gemaakt.

46. Wij willen op deze plaats vermelden, dat ook kappen op den top van verticale luchtkokers geene noemenswaardige verbetering

beloven. Wij hebben proeven genomen met Boyle-kappen op eenige luchtkokers te Nieuwer-Amstel, en niet den minsten invloed daarvan op de gehoorigheid bemerkt. In het voorbijgaan merken wij op dat eene gunstige werking op den luchtafvoer evenmin met onzen anemometer kon worden aangetoond.

47. Leeren de bovenstaande overwegingen, dat men zonder al te groote fout veelal eene evenredigheid tusschen het ventilatievermogen en de gehoorigheid mag aannemen, dit neemt niet weg, dat op theoretische gronden deze evenredigheid niet volkomen kan bestaan en dat zelfs onder bepaalde omstandigheden eene belangrijke vermindering der gehoorigheid mag verwacht worden. Aanvankelijk meenden wij voor het opheffen van de verstaanbaarheid van het geluid — en dit is toch alles wat noodig is — iets te mogen verwachten van het aanbrengen van interferentie-verschijnselen, waardoor enkele samenstellende tonen versterkt, andere vernietigd zouden worden. De proef van Quincke, die door interferentie van enkelvoudige trillingen, welke zich in twee buizen van een halve golflengte verschil voortplanten, geheele uitdooving verkreeg, was hier het aangewezen punt van uitgang.

Veel is er in deze richting beproefd, doch, ofschoon wel uitkomsten verkregen werden, van welke wij bij onze voorstellen nog partij kunnen trekken, het eigenlijke doel bleek practisch niet te verwezenlijken.

Alleen werd in 't oog vallende vermindering verkregen, wanneer men in de kanalen insnoeringen of verwijdingen maakte. Hierdoor werd behalve de sterkte van het geluid ook de verstaanbaarheid geringer. Dat bij verwijdingen de sterkte minder wordt zeiden wij reeds. Intusschen, de nauwkeurige theorie voor al deze verschijnselen is moeilijk; de behandeling van de eenvoudigste vraagstukken zelfs, die zich hierbij voordoen, is een veld dat nog volkomen braak ligt. Wij behoeven ons er niet in te verdiepen en kunnen voor de praktische toepassing volstaan met de wetenschap, dat al dergelijke wijzigingen in de buizen in hoofdzaak dezelfde gevolgen voor luchtbeweging en geluidvoortplanting zullen hebben.

Deze wijzigingen zullen dan ook geen nut kunnen opleveren, zoolang men zich tot de natuurlijke ventilatie met hare kleine drukverschillen bepaalt.

48. De evenredigheid van de gehoorigheid met het ventileerend vermogen zal natuurlijk verbroken worden, wanneer het laatste wel, maar het eerste niet evenredig aan het oppervlak der opening is te stellen.

Nu moet volgens de theorie inderdaad de intensiteit van het doorgelaten geluid niet alleen van de grootte, maar ook van den vorm der openingen afhangen.

Volgens de leer der buiging zou het geluid afkomstig van een punt-

vormige geluidsbron en doorgelaten door een nauwe spleet minder verstaanbaar moeten zijn dan wanneer het werd doorgelaten door eene ronde opening van hetzelfde oppervlak als de spleet. Verschillende proeven in de door deze overweging aangegeven richting genomen, hebbe ons doen zien, dat het verschil niet van dien aard was, dat er partij van zou kunnen worden getrokken. En dit moet minder bevreemden, wanneer men in aanmerking neemt, dat men bij het spreken in eene cel, wat het naar buiten overgebrachte geluid betreft, niet alleen te doen heeft met een enkele geluidsbron en een spleet, maar met een geluidsbron, geplaatst in eene, het geluid terugkaatsende afgesloten ruimte, in welke een spleetvormige opening is aangebracht. Doch wij behoeven wederom hier niet verder over uit te weiden. In hoofdzaak zal, zoolang niet een wezenlijke belemmering in den weg, welken zoowel de lucht als het geluid moet volgen, gebracht wordt, de vorm der opening bij hetzelfde vrije oppervlak zonder invloed op de gehoorigheid zijn. Of men dus roosters of verspreide openingen dan wel een enkele opening neemt, het zal alles geen wezenlijk verschil in de verstaanbaarheid maken.

49. Moeten wij het als ondoenlijk beschouwen, bij behoud van de natuurlijke ventilatie, de mogelijkheid weg te nemen om een bepaalde, nog hoorbare, geluidsterkte over te brengen, een andere vraag is het of het niet mogelijk is, naast het voortgebrachte geluid op zijn weg een tweede geluid op te wekken, hetgeen het eerste overstemt.

Ook in deze richting hebben wij eenige proeven gedaan, waaruit wij meenen te mogen afleiden, dat, zoolang het bijkomende geluid niet vrij sterk is, bij oefening het eene geluid wel van het andere, waaraan men zich gewent, is af te scheiden.

De meest geschikte wijze is het aanbrengen van een suizend geluid. Wil men dit binnen wijde buizen verkrijgen, dan moet men lucht met groote snelheid uit eene fijne opening laten uitstroomen. Binnen eenigszins ruime kokers, die aan beide zijden open zijn, blijft daarnevens het stemgeluid zich van het eene naar het andere einde voortplanten en blijft dit hoor- en verstaanbaar.

50. Wanneer men een zelfde hoeveelheid lucht in den zelfden tijd door steeds nauwere kanalen drijft, ontstaat, zoodra de snelheid aanmerkelijk wordt, door de geheele buis heen een suizen dat andere geluiden volkomen overstemt of uitdooft. Dit laatste moet wel het gevolg zijn van de onregelmatige wervelbewegingen, die bij de strooming in eene buis ontstaan, zoodra de stroomsnelheid eene bepaalde waarde, door OSBORNE REYNOLDS de kritische snelheid genoemd, overtreft. Uit de proeven en beschouwingen van dezen natuurkundige leiden wij af dat de kritische snelheid voor lucht ongeveer gevonden wordt, wan-

neer men 1,8 M. per seconde door het aantal centimeters deelt, dat in den straal der buis begrepen is. Komt de snelheid ver boven de kritische, en komt zij in aanmerking tegenover die van de voortplanting van het geluid, dan zullen de wervelbewegingen hevig worden en de golffronten van het geluid onophoudelijk verscheuren en oprollen. Wegens dit heftige dooreenroeren wordt dus de luchtmassa ongeschikt om trillingen op regelmatige wijze over te brengen. Wij zullen buizen, door welke zich de lucht op deze wijze beweegt, *suisbuizen* noemen.

Deze heftige beweging van de lucht kan echter alleen bereikt worden met behulp van vrij groote drukverschillen. Wij vonden dat circa 20 cM. waterdruk noodig is om de lucht met genoegzame snelheid — ruim 50 Meter — door een suisbuis te bewegen. Dit drukverschil is dus veel grooter dan die, welke bij de natuurlijke ventilatie voorkomen.

Immers stellen wij, om het grootste bedrag daarvan aan te geven, de hoogte in een gevangenis-corridor 12 Meter, het temperatuursverschil buiten en binnen 25° C. Nemen wij aan dat beneden door een opengezette deur de druk van buiten en binnen gelijk gemaakt is, dan heerscht boven in den corridor een overdruk $= 0.005 \times 12 \times 25 =$ 1.5 mM. water, zoodat door eene opening in dunnen wand de lucht daar met eene snelheid van $4 \sqrt{1.5}$ of nagenoeg 5 M. naar buiten kan worden bewogen. Bij zulke drukverschillen en snelheden is echter van de gewenschte roer- en suiswerking nog niets te bespeuren. Niet alleen zullen bovendien de drukverschillen bij de natuurlijke ventilatie in den regel verre beneden dit maximum blijven, maar ook worden zulke snelheden wel door openingen in den dunnen wand maar niet door buizen bereikt, bij welke immers wrijvingsweerstanden te overwinnen zijn.

51. Wij worden dus tot deze slotsom gedwongen:

Wil men de gehoorigheid in celgevangenissen opheffen, zonder aan de eischen der hygiëne te kort te doen, zoo moet een stelsel van kunstmatige ventilatie worden toegepast, bij hetwelk men de drukkingen, onder welke de lucht in beweging wordt gebracht, zoover men noodig heeft, kan verhoogen, zoodat òf de weerstanden, welke men aan de voortplanting van het geluid en daardoor ook aan de beweging van de lucht in den weg stelt, door deze drukkingen kunnen worden overwonnen, en de vereischte hoeveelheid lucht langs de voor het geluid afgesloten wegen wordt geleid, of wel snelheden in nauwe buizen verkregen kunnen worden, voldoende om een krachtig gesuis te doen ontstaan.

52. In deze slotsom wordt geen verandering gebracht doordat wij eindelijk nog een zeer eenvoudig middel gevonden hebben om de voortplanting van het geluid langs de luchtwegen onschadelijk te

maken, n.l. door de lucht door water te laten borrelen, waartegen bij zuigkanalen geen bezwaar bestaat. Eene indompeling van de buis, die de lucht uit de cel afvoert, tot een paar centimeters diepte beneden het niveau van het water, boven hetwelk de lucht wordt weggezogen, geeft een voldoende afsluiting. Doch al is het benoodigde drukverschil klein, het is alleen langs den weg van kunstmatige ventilatie te verkrijgen.

53. Wat het aanbrengen van verhoogde drukkingen betreft, deze kan men bij geen andere wijze van kunstmatige ventilatie verkrijgen dan bij de mechanische.

Voor het voortbrengen van zuiging zou behalve mechanische beweegkracht nog een trekschoorsteen in aanmerking kunnen komen. Het is echter niet mogelijk daarmede drukverschillen van 2 à 3 cM. — de kleinste, die wij geschikt vonden om de gehoorigheid af te sluiten — te verkrijgen, zonder dat de schoorsteen van zeer groote hoogte en zeer hooge temperatuur is. Wij zien dus dat, ook voor het bewerken van zuiging, mechanische beweegkracht het eenvoudigste middel is, en dat de toepassing van mechanische ventilatie in cellulaire gevangenissen dus onmisbaar is te achten.

### C. Algemeene beschouwingen over de mechanische ventilatie der gevangenissen.

54. De cellen kunnen, ook wanneer zij niet door opzettelijk aangebrachte openingen met den corridor verbonden zijn, door de kieren van de deuren lucht met dezen laatsten uitwisselen.

Daar nu de lucht uit de cellen niet naar den corridor mag worden gevoerd, omdat zij de beambten daar hinderlijk zou zijn, moeten de drukkingen in het ventilatiestelsel zoo verdeeld zijn, dat de corridor overdruk boven de cellen heeft, zoodat de lucht van den corridor naar de cellen gevoerd wordt.

Dit heeft, wanneer de vensters in de cellen ter voorkoming van misbruik van gehoorigheid zijn afgesloten, voor de gevangenen uit hygiënisch oogpunt alleen dan geen bezwaar, wanneer de corridor zelf zeer ruim van versche lucht voorzien wordt, hetgeen trouwens reeds met het oog op de beambten noodig is. En om dit laatste onafhankelijk van wind en weersgesteldheid, te bereiken, moet ook deze corridorventilatie langs mechanischen weg geschieden.

Immers, aan beide zijden van een gebouw, waarlangs de wind strijkt, heerschen verschillende drukkingen en het verschil dier drukkingen bereikt niet zelden een aanzienlijk bedrag. In de berekening van de juiste waarde zullen wij ons niet verdiepen; zij hangt ook

daarvan af, in welke mate de wind door het gebouw wordt doorgelaten. Bij zeer gewone windsnelheden van 7 tot 10 Meter kunnen, wanneer het gebouw goed dicht is, reeds drukverschillen van 2 tot 4 mM., aan de verschillende buitenmuren optreden. Deze drukverschillen, die een luchtstroom door alle openingen in de buiten- en binnenmuren trachten te drijven, en op deze wijze storing in de ventilatie zullen kunnen brengen, zijn dus veel grooter dan de drukverschillen door welke de natuurlijke ventilatie tot stand moet komen (verg. n°. 50). Zij kunnen alleen met behulp van de mechanische ventilatie voldoende worden tegengewerkt.

55. Gesteld nu, dat men in den corridor lucht perst op eene wijze, die onafhankelijk is van weer en wind, dan rijst de vraag of men in den corridor den blijkens n°. 54 wenschelijken overdruk kan handhaven. Dit hangt van het gezamenlijk doorlatingsvermogen der kieren af. Bedenkt men dat tegenwoordig de verwarmde lucht in den corridor genoegzaam bewaard blijft — immers, wij vernamen geen klachten over de verwarming, tenzij bij in 't oog vallende gebreken aan de verwarmingsinrichtingen — dat ook uit den reuk van de lucht in de cellen en den corridor kan worden afgeleid, dat de luchtstroom door de kieren, bij groote koude zelfs, van betrekkelijk weinig beteekenis is, en dat verder ook bij sterken wind weinig last van tocht in de gevangenissen wordt ondervonden, dan blijkt wel, dat het gezamenlijk doorlatingsvermogen der kieren klein is.

Men zal dus ook gemakkelijk binnen den corridor door de mechanische ventilatie een druk kunnen houden, voldoende om den corridor, onafhankelijk van de weersgesteldheid, ruim te ventileeren en om doorgaande langs den geheelen corridorwand de lucht van den corridor naar de cellen te bewegen.

De drukkingen, welke daartoe bij het binnenleiden van de lucht in den corridor overwonnen moeten worden, zijn in 't algemeen zeer gering.

In allen gevalle is het aan te bevelen de lucht des winters ter hoogte van den vloer binnen te laten treden en langs de verwarmingstoestellen te laten opstijgen.

56. Bijzondere overweging verdient thans de vraag of er, behalve door de onvermijdelijke kieren der deuren, die men in flinke sponningen en op drempels zoo nauw sluitend mogelijk kan maken, nog door ruime openingen een *blijvend* verband tusschen den corridor en de cellen mag bestaan, gelijk te Breda en te Scheveningen het geval is. Wij meenen dat dergelijke openingen zeer zijn af te keuren, wanneer er ook geopende vensters zijn, dat zij dus, wanneer men ze wil aanbrengen, nooit *gelijktijdig met de vensters* mogen geopend worden.

Ten einde dit toe te lichten, zullen wij eerst nagaan, welke lucht-

beweging de temperatuursverschillen tusschen corridor en buitenlucht teweegbrengen, wanneer deze openingen bestaan en de vensters geopend zijn, doch in de cellen geen mechanische ventilatie wordt toegepast, of, wat op hetzelfde neerkomt, in alle cellen evenveel lucht door mechanische pulsie toegevoerd als door mechanische zuiging afgevoerd wordt. Vervolgens zullen wij zien, hoe deze luchtbeweging gewijzigd wordt, wanneer men uit de cellen langs mechanischen weg lucht wegzuigt, zonder een evengroote hoeveelheid langs mechanischen weg toe te voeren.

Wat het eerste geval betreft herinneren wij aan het in N⁰. 50 beschouwde drukverschil van 1,5 mM., dat onder den invloed der temperatuursverschillen 's winters zou kunnen ontstaan; onderstellen wij slechts $1/5$ van dit maximum als werkende kracht en nemen wij wegens de knikken in de openingen (N⁰. 45) weder het derde hiervan als effectief dienende voor de beweging, dan is toch reeds de snelheid $4 \sqrt{0,1} = 4 \times 0,32 =$ 1,3 Meter en wordt dus per uur de hoeveelheid van $3600 \times 130 \times 10^{-6}$ M$^3$. $= 0,47$ M$^3$. per effectieve cM.$^2$ door de opening doorgelaten. Bij een oppervlakte van 100 cM$^2$., of 60 cM$^2$. effectief, zou dus bij geopend venster uit eene enkele cel gelijkvloers reeds 28 M$^3$. per uur naar den corridor worden gevoerd. Zijn dus in verscheidene cellen de vensters geopend, dan wordt in den corridor eene hoeveelheid lucht gebracht, die de mechanische ventilatie er van belangrijk zal wijzigen, tenzij bijzonder groote hoeveelheden lucht door de laatste in den corridor worden aangevoerd.

De stroom van buiten af, door de gelijkvloers gelegene cel heen, naar den corridor wordt in fig. 3, de verticale doorsnede eener cel, voorgesteld door de pijltjes *n n*. Zij hebben betrekking op den gewonen ventilatietoestand van den corridor. Worden meer vensters in bovencellen geopend, dan hierbij ondersteld is, dan zal het drukverschil tusschen den corridor en de buitenlucht ter hoogte van de cellen gelijkvloers veranderen en dus eene wijziging in de zooeven beschouwde luchtbeweging der gewone natuurlijke ventilatie ontstaan, die als een toevallige ventilatiestroom kan worden beschouwd en in de figuur 3 door de pijltjes *t*, *t* is aangewezen.

In de bovencellen is 's winters de stroom van den corridor naar buiten gericht.

Gaan wij thans na hoe deze natuurlijke ventilatie gewijzigd wordt, wanneer men uit de cel (terwijl het venster geopend blijft) 10,8 M$^3$. per uur wegzuigt. Behalve de zooeven besproken beweging ontstaat dan nog eene zooals die door de pijltjes *kk* wordt aangegeven. Er is n.l. ondersteld, dat men de 10,8 M$^3$ door $q_e$ wegzuigt en dat zij door het venster toestroomt (de hoeveelheid die door de veel kleinere opening $q_i$ zou worden toegevoerd is verwaarloosd). Stellen wij nu

voor de grootte der raamopening 200 cM². (wij vonden te Rotterdam daarvoor eene veel grootere waarde), dan wordt toch de snelheid, waarmede de kunstmatige ventilatie door het venster plaats heeft, slechts 14 cM. per secunde, veel kleiner dan de boven berekende snelheid der natuurlijke ventilatie.

Dit is voldoende om in te zien dat de in fig. 3, door de pijltjes *n n* voorgestelde luchtstroom ook bij mechanische ventilatie der cellen de overhand zal behouden.

De luchtbeweging, welke wij in gevangenissen, waar openingen tusschen den corridor en de cellen bestaan, door de natuurlijke ventilatie zullen kunnen krijgen, wordt aangeduid door de verticale doorsnede, fig. 1. Wij hebben dezen allergebrekkigsten toestand van ventilatie inderdaad te Breda waargenomen. De lucht stroomt 's winters bij de cellen gelijkvloers zoo snel naar binnen, dat de gevangenen wel genoodzaakt zijn de vensters te sluiten; bij de cellen op de 3e en 4e verdieping stroomt zij naar buiten; bij de cellen op de 2e verdieping is geen ventilatie, ook al is het venstertje geopend. Des zomers is de natuurlijke ventilatie beneden wel naar buiten gericht, maar van alle bovencellen stroomt dan de lucht naar beneden, juist waar de bewaarders bij voorkeur zijn.

Dat dit uitstroomen van de lucht uit de cellen in den corridor de lucht daar zeer onaangenaam kan maken, moet in den koepel te Arnhem gebleken zijn voordat daarin ventilatieopeningen waren aangebracht. Evenals in Breda zullen te Arnhem wel, wanneer deze bedorven lucht het meest hinderlijk was, alle toevoeropeningen van buiten naar de cellen dichtgestopt zijn geweest. Wanneer de vensters gesloten zijn, wordt de ventilatie in den corridor, op dezelfde wijze als te voren werd nagegaan, bepaald door de kieren in de vensters en bij de buiten-ventilatieopeningen der cellen. Door den geringeren toevoer van buitenlucht wordt in zulk een geval de slechte lucht uit de cel onvermengd naar den corridor verplaatst.

Wanneer er, zooals wij bij het straks behandelde vraagstuk onderstelden, ruime toevoer van versche lucht door het buitenvenster plaats heeft, zal de lucht, die uit de cellen komt, voortdurend niet zoo onaangenaam zijn. Maar men moet in aanmerking nemen, dat de gevangene zeker steeds het venstertje zal gebruiken als de cel met stank gevuld is en slechts zoolang totdat de stank geweken is, in 't algemeen slechts zoolang de lucht in de cel slecht is. Er zal dus bij voorkeur slechte lucht naar den corridor worden gevoerd.

Evenmin als door de mechanische ventilatie der *cellen*, kan men den geschilderden toestand verbeteren door de mechanische ventilatie van den corridor. Immers, wanneer de vensters in de bovenste cellen ge-

opend zijn, ontwijkt daardoor een zoo groote hoeveelheid verwarmde lucht, dat men beneden den overdruk van den corridor niet zal kunnen houden zonder de bewoners van de bovenste cellen aan een onmatig groote luchtsnelheid bloot te stellen.

Alleen wanneer de verbinding tusschen corridor en cellen niet door ruime openingen maar uitsluitend door capillaire wegen plaats heeft wordt de strijd gemakkelijker. Slechts bij groote temperatuursverschillen behoeft de overdruk in den corridor aanzienlijk opgevoerd te worden om de natuurlijke ventilatiebeweging uit de benedencellen te beheerschen en de richting van den luchtstroom door deze om te keeren. Maar al wordt het drukverschil in de bovenste cellen dan ook grooter dan bij de natuurlijke ventilatie op zich zelve, zoo wordt het toch niet zoo groot, dat in de bovenste cellen door de kieren alleen eene hoeveelheid lucht van den corridor naar de cellen zal worden overgebracht, die tegenover de andere verplaatste luchthoeveelheden in de cel in aanmerking komt.

57. Uit dit alles volgt dat voor de luchtbeweging de weg door de ruime openingen in den corridormuur moet worden afgesneden, wanneer de raampjes geopend worden.

Inderdaad is ook bij het nieuwste stelsel van gevangenisbouw hier te lande, nl. bij dat te Nieuwer-Amstel enz., deze afsluiting van corridor en cel tot stand gebracht, hetgeen mogelijk werd door het aanbrengen der trekschoorsteenen, en is daardoor in het stelsel van natuurlijke ventilatie eene groote verbetering gebracht, die echter nog doeltreffender zou zijn, wanneer de deuren door aanslag tegen dorpels beter sloten.

De ⌉⌊-openingen vormen behalve een weg voor de lucht, ook een weg voor het geluid tusschen de cel en den corridor. Wij hebben gevonden, dat zij tot de weinig bezwaar opleverende communicatiemiddelen behooren en hebben vernomen, dat de bewaarders er gebruik van maken om de gevangenen te beluisteren en op communicatie langs andere wegen te betrappen. Mocht men wenschen ze op dien grond te behouden, dan behoeft men ze slechts met papier te bedekken om, zonder afbreuk aan de overbrenging van het geluid te doen, toch de luchtbeweging tusschen cel en corridor af te snijden. Het laatste alleen is het wat wij, zoodra de vensters geopend zijn, noodig achten.

Wil men om een of andere reden, bijv. om lucht door kunstmatige ventilatie van den corridor naar de cel te zuigen, van openingen tusschen corridor en cel gebruik maken, dan moet er in allen gevalle voor gezorgd worden, dat de vensters tevens gesloten worden. Het is mogelijk tot dit doel inrichtingen te maken, door welke, zoodra

de vensters ook maar een weinig geopend zijn, de openingen naar den corridor automatisch geheel gesloten worden. Maar deze zijn ingewikkeld. Er bestaat echter geen bezwaar tegen om openingen tusschen corridor en cel te hebben, die men afsluit, zoodra verlof gegeven wordt om in de cel het venster te openen, doch die anders geopend zijn. Zoo ligt het bijv, zeer voor de hand des nachts alle vensters te sluiten en de gelegenheid om ze te openen aan den gevangene te ontnemen. Dan kunnen de cellen gedurende den nacht met den corridor in verband worden gebracht.

58. Hoe dit zij, het voeren van de lucht naar en uit de cellen op zoodanige wijze dat de gehoorigheid wordt opgeheven, kan alleen geschieden ten koste van arbeid.

De drukverschillen, die wij noodig gevonden hebben voor het verhinderen van het doorlaten van het geluid bedragen voor zuigafsluiting met water 2 à 3 cM. Om een voldoend suizen te veroorzaken, hetgeen noodig is als men geen waterafsluiting toepast, moet men minstens over eene drukking van 20 cM. water kunnen beschikken.

Vergelijken wij deze cijfers met de drukking van een paar millimeters, die wij (n°. 55) in gewone gevallen voldoende achten voor het invoeren van lucht in den corridor, dan blijkt mechanische ventilatie, die de gehoorigheid uitsluit, veel meer arbeid te vorderen dan gewone mechanische ventilatie, bij welke de benoodigde arbeid vrijwel verwaarloosd mag worden. Dit is een punt, dat bij de beoordeeling van de kosten der mechanische ventilatie van eene gevangenis dus zeer in aanmerking moet worden genomen.

Die kosten zijn te verdeelen in kosten van aanleg en kosten van bedrijf. De meerdere kosten van aanleg zijn zoo gering, dat zij bij den bouw van een nieuwe gevangenis weinig in aanmerking komen.

De kosten van bedrijf, op welke het dus aankomt, bestaan uit die van de bediening van de werktuigen, een vaste jaarlijksche som, en die van den geleverden arbeid, eene veranderlijke grootheid, afhangende van de bewogen luchthoeveelheid. Wanneer, gelijk bij eene corridor-ventilatie, een voornaam deel van den geheelen arbeid op rekening van de wrijving in het werktuig is te stellen, komt dit veranderlijke deel weinig in aanmerking. Maar bij de ventilatie langs die wegen, welke men voor communicatie door gehoorigheid wil afsluiten, is de arbeid aanzienlijk meer dan wanneer de werktuigen loopen zonder de weerstanden (n°. 49 en 52) ter vermijding van gehoorigheid te moeten overwinnen, en wordt het van belang arbeid te besparen door niet meer lucht te verplaatsen dan strikt noodig is.

Het is dus wenschelijk de gelegenheid open te laten om zooveel mogelijk partij te trekken van de natuurlijke ventilatie door het

venster, wanneer de gevangenen het opleggen van den dwang der uitsluitend kunstmatige ventilatie niet noodig maken.

Terwijl wij een venster, dat geopend kan worden, op grond van hygiënische overwegingen (n°. 37) hebben noodig geoordeeld, blijkt het thans ook tot besparing van kosten te kunnen bijdragen.

Geeft men aan de gevangenen de gelegenheid om het venster te openen, dan is het zeker aan te bevelen, dat het venster automatisch met een sein in den corridor in verband staat, waardoor gezien kan worden, wie het venster geopend heeft en wie niet.

59. Wat het punt van arbeidsbesparing betreft, zou men zelfs bij wijze van proef zich er toe kunnen bepalen de gehoorigheid weg te nemen in die cellen welke de normale luchthoeveelheid ontvangen en in enkele van de andere, daar bij de mechanische ventilatie zonder afsluiting van de gehoorigheid bijna geen arbeid noodig is.

## D. Middelen tot het verkrijgen der mechanische ventilatie Opheffing van de gehoorigheid bij deze ventilatie.

60. De gebruikelijke waaiers of schroefventilatoren zouden drukkingen tot een bedrag, als minstens gevorderd wordt om de gehoorigheid op te heffen, alleen bij zulke groote snelheden kunnen leveren, als uit praktisch oogpunt niet bereikbaar zijn.

Wij moeten ons dus wenden tot de blaas- en zuigwerktuigen.

Tweeërlei methoden bieden zich aan om op de lucht den benoodigden arbeid te verrichten.

Of wel men drijft de lucht door een toestel, die haar, tegen den te overwinnen druk in, voortschuift.

Of wel men brengt op de te bewegen lucht het arbeidsvermogen van een kleinere sneller bewegende luchthoeveelheid over.

Het eerste is de methode der compressoren en, waar zulk een geringe overdruk noodig is, meenen wij de blazers of blowers, een soort van roteerende blaasbalgen, die vooral bij smidsovens en hoogovens wordt toegepast, te moeten aanbevelen, daar dit immers toestellen zijn, opzettelijk gebouwd voor het voortdrijven van lucht onder dergelijke overdrukken, als wij noodig hebben gevonden. De werking van den blower is zeer eenvoudig. De eigenaardig gevormde cylinders $C$ en $D$, zie fig. 5, draaien in tegengestelde richting en drijven daardoor de lucht van $A$ naar $B$.

Het tweede is de methode der luchtdrukstralen, die ingevoerd is in steden, waar ten behoeve van distributie van arbeidsvermogen door gecomprimeerde lucht, hoogdrukleidingen zijn aangelegd. Men laat uit een nauwe buis, $B$, in de richting van de as van de wijdere $A$, zie fig. 6, de samengeperste lucht (in deze figuur ontleend aan

het reservoir *D* met behulp van een regelkraantje) met groote snelheid uitstroomen. Deze deelt haar hoeveelheid van beweging mede aan de lucht in de wijdere buis door middel van de wrijving, tengevolge van welke aan het uiteinde *C* der wijde buis vrijwel de snelheid in alle punten der doorsnede even groot wordt. Aldus wordt eene zuiging door de opening *A* der wijde buis teweeggebracht.

Beide methoden kunnen, daar zij de lucht in beweging brengen tegen weerstanden in, door eenvoudige omkeering gebruikt worden tot zuigen. Bij den blower krijgt men in de buis, die naar de cel voert zuiging of persing al naardat men haar met de zuigzijde of perszijde van het werktuig verbindt. Bij de drukluchtstralen keert men den luchtstraal in de wijde buis naar de zijde waarheen men de lucht wil bewegen, dus naar de cel toe of van de cel af.

61. Wij hebben ons door proeven er van overtuigd, dat de blowers, over welke ons, wat den Roots Acme Blower betreft, trouwens jaren lange ervaring ten dienste stond, aan het doel beantwoorden.

De methode der drukluchtstralen wordt, zoover wij vonden, alleen uitgevoerd met drukkingen, die zeer hoog zijn, en alleen toegepast op het bewegen van lucht in wijde kanalen.

Om ons van de doeltreffendheid van de toepassing, die er bij de ventilatie van gemaakt is, te overtuigen, hebben wij in de eerste plaats inlichtingen gevraagd of niet eene gevangenis of een ander gebouw in de nabijheid van onze grenzen op deze wijze geventileerd was. Tot ons leedwezen was dit niet het geval en wij hebben gemeend eene kostbare en tijdroovende reis achterwege te mogen laten. Wij moeten ons tevreden stellen met de verzekering, dat deze ventilatiemethode uitstekend voldoet, zelfs met drukluchtstralen, die onder een paar atmosferen druk worden uitgeblazen.

Verder hebben wij ons echter door proeven er van overtuigd, dat de methode der drukluchtstralen, die door de leerlingen van von Pettenkofer, zooals Recknagel, en door Riedinger en Merten is toegepast, werkelijk geschikt is, om de lucht in snelle beweging te brengen en drukkingen te doen overwinnen. De inrichting der proeven kan met fig. 6 worden toegelicht.

De samengeperste lucht stroomt uit een voorraadbus met manometer om de spanning af te lezen, naar de straalbuis *B* met eene opening van 0,44 mM²., die in de wijde buis *A* van 5 cM. diameter is aangebracht.

Om de snelheid van den luchtstroom te meten, die uit de wijde buis uittreedt, werd daarvoor op de plaats, waar in de figuur de spreekbuis, *C*, is afgebeeld, een slingertje opgehangen, bestaande uit een metaalplaatje, hangende aan twee draadjes. De uitwijking van dit slingertje werd met een kijkertje op een er achter geplaatste millimeterschaal

afgelezen. Voor de verhouding van de hoeveelheid medegesleepte lucht tot de hoeveelheid uitgestroomde werklucht werd gevonden 30, terwijl die bij de gebezigde afmetingen volgens de theoretische berekening 50 moest zijn. Deze uitkomst is geheel bevredigend.

62. Het werken met hoogen druk heeft het voordeel dat de lucht, die het arbeidsvermogen moet overbrengen, door nauwe buizen kan worden gedistribueerd. Toch is, gelijk uit eene eenvoudige berekening blijkt, het nuttig effect des te kleiner naarmate de druk van de werkende lucht grooter is in verhouding tot dien, welke in de te bewegen gasmassa moet worden overwonnen.

Daar het er nu op aankomt zoo min mogelijk arbeid voor de beweging der lucht te verbruiken, deed zich de vraag voor of de zoo straks genoemde blazers, die zelfs zouden veroorloven tot snelheden van theoretisch 80 Meter op te klimmen — bij 400 mM. waterdruk — niet de meest geschikte werktuigen waren om de luchtstralen te vormen. De proefneming bevestigde de verwachting, dat zij daartoe geschikt zijn, en men kan dus ook door blowers meer lucht dan zij *rechtstreeks* in beweging kunnen brengen, volgens de methode der drukluchtstralen laten medesleepen. Doet men dit, dan kan men met minder wijde buisgeleidingen volstaan.

Men zal het bij het werken met een blower in de hand hebben, om, terwijl in de cellen steeds het minimum benoodigde lucht werd ingevoerd, naarmate het wenschelijk is, den toevoer te vermeerderen door ook nog lucht te laten meesleepen.

Bovendien heeft het gebruik van een blower nog een ander voordeel. In de te ventileeren ruimte lucht uit een compressor met zuiger toe te voeren, waarin zij bij de compressie tot 1 atm. overdruk allicht reeds genoeg verwarmd wordt om op de olie, met welke zij in aanraking komt, in te werken en er reuk aan te ontleenen, zou voor het inblazen van versche lucht misschien afgekeurd moeten worden, en wil men de werklucht minder sterk comprimeeren, dan heeft men compressoren van zeer groote afmeting noodig. In een blower wordt de lucht hoogstens tot $^1/_{20}$ atmosfeer overdruk samengeperst en dus niet noemenswaard verhit en de snelle rotatie maakt dat het werktuig slechts kleine afmetingen behoeft te hebben.

Wanneer in het vervolg van luchtdrukstralen gesproken wordt, zullen daarmede altijd stralen worden bedoeld, die door een blower kunnen worden verkregen, waarbij de overdruk hoogstens $^1/_{20}$ atm. bedraagt. Stralen, die uitstroomen onder drukkingen van b. v. $^1/_2$ of 1 atm. zullen wij *hoogdrukstralen* noemen.

63. Wil men nu van de bovengenoemde middelen gebruik maken dan kunnen inderdaad maatregelen genomen worden om de gehoorigheid af te snijden.

*Vooreerst* kan men, wanneer men met een blower blaast of zuigt, vernauwingen in de geleidingen aanbrengen, door welke een suizen (verg. n⁰. 50) teweeggebracht wordt, dat het geluid hetwelk anders tot gemeenschap zou kunnen dienen, geheel overstemt.

Wij toonden dit aan door aan een blower, (zie fig. 7), twee buizen $S_1$ en $S_2$ van 3 cM. diameter te verbinden, die dus b.v. voor kunnen stellen de toevoerbuizen van versche lucht voor 2 cellen. De wijde hoofdbuis van den blower werd met een kurk gesloten en in deze werden twee enge buisjes gestoken, waarop de buizen $S_1$ en $S_2$ bevestigd werden, die naar verschillende kamers leidden. De druk, onder welken de blower uitblies, werd met een watermanometer $m$ gemeten en op 20 cM. gebracht. Dat inderdaad als de blower in werking kwam de berekende hoeveelheid lucht door de buizen stroomde, werd gecontroleerd door de lucht in groote zakken op te vangen.

Zoodra de blower in beweging gesteld werd, was het onmogelijk in de eene kamer iets te hooren van wat in de andere in de buis geschreeuwd werd, terwijl zoodra de blower stilstond het stemgeluid helder van de eene kamer naar de andere werd overgebracht.

Door het tusschenlasschen van caoutchoucbuizen wordt het overbrengen van tikken afgesneden.

Vooral in de nabijheid van het uiteinde van de buis maar ook door het geheele vertrek heen was echter naast het suizen een hinderlijk stampend geluid van de slagen van den blower te hooren, een gedruisch, dat naar ons gevoelen te sterk geacht moet worden om er den gevangene dag en nacht aan bloot te mogen stellen.

Bij zuigen en blazen was dit nagenoeg hetzelfde; wij zullen later (n⁰. 66) zien hoe dit overwonnen kan worden.

64. *In de tweede plaats* kan men, wanneer men met hoogdrukstralen werkt, de gehoorigheid opheffen, door de doorsnede der luchtwegen waarin de luchtstraal werkt niet te groot te nemen.

De inrichting van de proef welke wij met de drukluchtstralen namen is afgebeeld in fig. 6. Voor de luchtaanvoerbuis $A$, in welke de drukluchtstraal werkt, is een spreekbuis $C$, aangebracht, die naar een ander vertrek leidt. Aan de zijde, van welke de druklucht werd ingeblazen werd door spreken en luisteren de gehoorigheid naar de verwijderde kamer op de proef gesteld. De uitkomst was, vooral als de straal onder hoogen druk, van verscheidene atmosferen, door eene fijne opening werd uitgeblazen, bevredigend. Men kan natuurlijk ook drukluchtstralen, geleverd door een blower, gebruiken; dan echter moet men de suiswerking door een geschikt mondstuk vermeerderen en moet de doorsnede van de wijde buis nauwer genomen worden.

Ook bij hoogdrukstralen merkten wij op, dat een te hinderlijk gesis

en geraas als van een grooten theeketel werd gehoord, dat echter eveneens met de in n°. 66 te beschrijven hulpmiddelen kan worden weggenomen.

65. *Eindelijk*, en dit schijnt bij zuigen voorshands de eenvoudigste inrichting, kan men met een blower de lucht door water heen wegzuigen. De inrichting, met welke wij dit op de proef stelden, is afgebeeld in fig. 8. Een omgekeerde blazer *B* (exhaustor) zuigt aan een gesloten kast *A*, waarin tot op een standvastig niveau water staat. Door den deksel van deze kast gaan de afvoerbuizen $S_1$ en $S_2$, die van de cellen komende buizen voorstellen, bij *C* en *D* goed sluitend heen, zij dompelen met de uiteinden een paar centimeter onder het waterniveau. In den deksel waren een paar kijkglazen, *E*, aangebracht.

Thans is wederom de gehoorigheid geheel opgeheven. Maar men hoort bij het uiteinde van de buis en door het geheele vertrek het borrelen en klotsen van het water.

66. Een dergelijk hinderlijk gedruisch kan nu verminderd worden door toepassing van de hulpmiddelen, die het onderzoek over den invloed van verwijdingen en vernauwingen in buizen op de sterkte van het daarin voortgeplante geluid (n°. 47) ons hebben leeren kennen.

Men plaatste bij de proef van n°. 65 op den weg van het geluid een „dempingskast", een slechts los ineengeschoven metalen doos met caoutchoucband, die dus ook in eene gevangenis gemakkelijk te reinigen zou zijn ; het hinderlijk geraas van het borrelen door water werd daardoor in de onmiddellijke nabijheid der zuigbuizen voldoende verzwakt en is verderaf nauw waarneembaar.

Ditzelfde middel kan ook bij het zuigen en persen door enge openingen worden toegepast, en zoo het daarbij voorkomende hinderlijke geraas weggenomen worden. In fig. 9 is de proefinrichting, welke diende om dit aan te toonen, afgebeeld. Zoolang de windketel *A* niet was aangebracht, was er bij $S_1$ gelijk wij zeiden (n°. 63) een hinderlijk suizen en stampen te hooren. Toen de windketel *A* was aangebracht, als welke in eene gevangenis bijv. een wijde verzamelbuis, in welke de uit de enkele cellen komende buizen uitmonden, zou kunnen dienen, waren de slagen van den blower nauwelijks meer te hooren. Behalve de kast *B*, die de hoofdbuis voorstelt, werd bij de bedoelde proef nog aangebracht een kleine dempingskast *D*, als waarvan zooeven gesproken is bij de proeven met het borrelen door water. In eene gevangenis zouden bijv. zulke dempingskasten in de enkele celbuizen dicht bij de hoofdbuis kunnen worden aangebracht. Thans werd ook het suizen zoo zacht, dat het reeds op eenigen afstand van het uiteinde der buis niet meer hinderlijk was.

67. Thans hebben wij nog na te gaan wat de grootte van *den benoodigden arbeid voor de hulpmiddelen om de gehoorigheid op te heffen* per cel is. Berekenen wij deze voor het geval, dat de normale luchthoeveelheid, n.l. 10.8 $M^3$. per uur wordt toegevoerd.

Wij vinden bij zuigen door water (n⁰. 52) netto 20 × 10.8 KgM. per uur, of 0.06 KgM. per secunde;

bij persen door suisbuizen (n⁰. 50) netto 200 × 10.8 KgM. per uur, of 0,6 KgM per secunde;

bij inbrengen van dezelfde hoeveelheid lucht in den corridor (verg. n⁰. 54) netto 10,8 × 4 KgM. per uur, zoo weinig, dat in dit geval de wrijvingsarbeid der machine dezen netto-arbeid verre overtreft;

bij verwijdering van de lucht met behulp van een drukluchtstraal van 1 atmosfeer overdruk door eene zuigopening, en met 12 M. snelheid in de ruime buis wordt bij 0.225 $mM^2$. effectief oppervlak van de opening, die den drukluchtstraal geeft, de arbeid 0,9 KgM; is de snelheid 6 M. zoo wordt de arbeid 0,45 KgM., is de snelheid 2 M. zoo wordt de arbeid 0,15 KgM.;

bij verwijdering door eene zuigopening met 12 Meter snelheid in de wijde buis door een drukluchtstraal van 500 mM. waterdruk moet de blaasopening 4,5 $mM^2$. effectief oppervlak hebben en wordt de arbeid netto 0,2 KgM. per secunde.

Bij de berekening van de drukstralen is ondersteld, dat de lucht in de buis geen noemenswaardigen weerstand te overwinnen heeft. Op dien weerstand is o. a. te rekenen als men de lucht nog door een lange buis bewegen wil, gelijk bijvoorbeeld noodig is wanneer men om de toestellen te kunnen aanbrengen ter vermijding van het doordringen van hinderlijk gesuis tot de cel, de blaasbuis ver van het einde af plaatst, dat in de cel uitkomt.

68. Een meer of minder uitgebreide buisgeleiding blijft altijd noodig ook al wil men het werk der ventilatie over meerdere werktuigen verdeelen.

Bij het ontwerpen van die buisgeleiding moet zorgvuldig rekening worden gehouden met den *arbeid, die door de wrijving van de lucht in de buisgeleiding wordt verbruikt.* Wijde kokers zijn, waar die kunnen worden aangebracht, in het algemeen aan te bevelen. Door besparing op den arbeid in het bedrijf zal aldra het weinige, dat zij meer aan aanleg kosten dan nauwere. worden goedgemaakt. Intusschen zal het, waar belangrijke weerstanden moeten worden ingelascht om gehoorigheid weg te nemen, niet noodig zijn sommige stukken veel wijder dan het nauwste deel van dezelfde geleiding te nemen.

Bij de berekening van den arbeid in buisgeleidingen moeten wij in de eerste plaats in aanmerking nemen, dat de kritische snelheid (zie

n⁰. 50) voor eenigermate wijde buizen zeer gering is. Door buizen van 10 cM. diameter bijv. zal per uur slechts 10 $M^3$ kunnen worden bewogen — ongeveer de door ons als regel aangenomen hoeveelheid — zonder deze snelheid te overschrijden. Door buizen van 3 cM. middellijn slechts 3 $M^3$. Op buizen met kleineren diameter dan 3 cM. of met grootere dan 10 cM. zullen wij thans wel niet behoeven te letten. Wij hebben dus toe te passen de formule voor het stroomen van lucht in turbulente beweging.

De hoogte $Z$ van een luchtkolom, die door haar gewicht met de wrijving evenwicht maakt bij een snelheid der lucht $v$ in een buis van cirkelvormige doorsnede van de lengte $l$ en den middellijn $d$, is volgens WEISSBACH (en de later opgestelde formules van anderen stemmen met zijne uitkomsten genoegzaam overeen) $Z = \zeta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$, waarin de coëfficient $\zeta$ 0,025 te stellen is. Bij eene snelheid $v_M$ in meters zal dus voor het overwinnen der wrijving in een buis van $d_c$ centimeters middellijn noodig zijn een druk in millimeters water of kilogrammen per $M^2$. $Z_{mmw} = 0{,}165 \frac{l_M}{d_c} v^2_M$.

Of wil men een anderen vorm:

Voor beweging der lucht over een lengte $l_M$ in meters door een buis van den diameter $d_c$ in centimeters is noodig het veelvoud $2{,}5 \frac{l_M}{d_c}$ van den druk noodig om de lucht de snelheid te geven, met welke wij haar willen doen bewegen.

Deze formules geven aanleiding tot een paar opmerkingen. De wrijvingsdruk neemt in eene zelfde buisgeleiding toe met de snelheid in 't kwadraat, de arbeid dus met de derde macht. Wij vinden dus, dat overal waar wij meer lucht moeten toevoeren dan de door ons doorgaande noodig geachte hoeveelheid, dit gepaard gaat met eene in verhouding veel grootere arbeidsopoffering, waarbij de wrijvingsarbeid echter in dezelfde verhouding blijft tot den arbeid, die enkel voor het bewegen der lucht in de eenmaal aangenomen buisgeleiding noodig is.

Bij het kiezen van de doorsnede der geleidingen is er op te letten, dat de druk, noodig om den weerstand bij het bewegen van een zelfde hoeveelheid lucht in denzelfden tijd te overwinnen, stijgt in omgekeerde reden met de 5e macht van den diameter.

Het zal bij een ontwerp van ventilatie zeker overwogen moeten worden of men in alle cellen wel de gelegenheid voor extra toevoer van lucht op eene wijze, die gehoorigheid (n⁰. 63, 64, 65) en gedruisch afsluit, (n⁰. 66) wil geven, of dat het de voorkeur verdient enkele cellen door een afzonderlijke buisgeleiding met een afzonderlijk werktuig voor extra toevoer te voorzien, of dat men twee ge-

leidingen, de eene voor normale de andere voor extra toevoer wi aanbrengen. Maar hiermede zouden wij het gebied der bouwkundige ambtenaren betreden, die het best de juiste keuze in verband met de eischen van den dienst en de inrichting van het gebouw kunnen doen. Keeren wij dus terug tot de toelichting der grondslagen van zulk een ontwerp voor zoover de wetenschap hun deze kan aanbieden.

69. Ziehier de berekening van den arbeid, die in verschillende gevallen noodig is om den weerstand van de geleiding te overwinnen. Wij gaan daarbij uit van de onderstelling, dat geen der cellen op grooteren afstand dan 14 Meter gelegen zal zijn van hoofdbuizen van zoodanige afmeting, dat de wrijvingsweerstand daarin verwaarloosd mag worden en voeren de berekening alleen voor den maximumafstand uit.

*a.* Vragen wij in de eerste plaats naar eene geleiding, bij welke gebruik gemaakt is van de in n$^0$. 66 aangegeven hulpmiddelen, om te voorkomen, dat hinderlijk gedruisch naar de cel wordt overgebracht. Wij zullen dit noemen eene *gedruischvrije geleding.* Zij kan gevormd worden uit 12 meter buis van 6 cM., knieën, en dempingskasten met einden buis van 3 cM. diameter. Deze getalwaarden, zijn zoo gekozen, dat een goede verhouding tusschen verschillende weerstanden, die wij met het oog op de gehoorigheid in de geleiding wenschen in te lasschen, bij meer dan normale luchttoevoer wordt verkregen en dat vijfvoudige toevoer door dezelfde buizen nog zeer goed mogelijk is.

Rekenen wij thans uit den weerstand door wrijving voor vijfvoudig normale luchttoevoer.

Beweging van lucht door buizen van 6 cM. diameter (kritische snelheid 60 cM.) geeft: benoodigde snelheid voor toevoer van $5 \times 10,8$ M$^3$ per uur, ons maximum, 530 cM. en benoodigde druk om den weerstandsarbeid te leveren in eene geleiding van 12 M. lengte, 5 maal de snelheidsdruk en wel benaderd (n$^0$. 68) $Z_{mmw} = 6000 \frac{12}{6^5} = 9{,}25$mM. water; voor het verkrijgen van de snelheid is noodig de druk $p_w$, te vinden uit $5{,}3 = 4 \sqrt{p_w}$, benaderd of 1,75 mM. water, of wel door het vorige getal te deelen door 5, dus 1,85 mM. Stel nu, dat in de geleiding opgenomen zijn 2 dempingskasten en dat er in voorkomen 4 knieën, dan mogen wij daarvoor samen rekenen nagenoeg 6 maal den snelheidsdruk $p_w$ of 10,5 mM., en nemen wij eindelijk aan dat er in de geleiding opgenomen zijn twee kortere einden buis van 3 cM. diameter samen tot een lengte van 2 Meter met dempingskast, dan wordt dit op dezelfde wijze berekend aan extra snelheidsdruk (voor de snellere beweging in de buis en voor de dempingskast) $15\,p_w + 16\,p_w$ en aan wrijvingsdruk nog eens $2{,}5 \times {}^2/_3 \times 16\,p_w$, d. i. voor beide samen circa 100 mM. water, zoodat de geheele geleiding, die wij

ons voorstellen, zal noodig hebben circa 120 mM. waterdruk, in vergelijking waarmede de snelheidsdruk in de wijde buis (1,75 mM.) kan worden verwaarloosd. De arbeid om de vijfvoudige normale hoeveelheid lucht door deze gedruischvrije geleiding te bewegen is derhalve 54 $\times$ 120 = 6480 Kgm. per uur of circa 2 KgM per secunde.

Bij voortbeweging van de normale hoeveelheid, 10,8 $M^3$. per uur, door deze geleiding is echter slechts een druk van circa 5 mM. noodig en een arbeid van 0,015 KgM. per secunde.

*b*. Bij het bedrijf met blowers zal men echter zonder schade den weerstandsdruk voor den normalen toevoer hooger dan 5 mM. kunnen nemen, men zal dus een kort eind van minder dan 3 cM. diameter in kunnen lasschen, waardoor de gehoorigheid belangrijk verminderd wordt. Bij inlassching van een buis met 2.3 cM. diameter, gelijk wij bij sommige proeven gebruikten, wordt een extra snelheidsdruk van ruim 3 mM. noodig.

In deze gedruischvrije geleidingen is de sterkte van het geluid reeds zoozeer verzwakt (verg. n°. 47), dat het bezwaar der gehoorigheid slechts gering kan zijn.

*c*. Verbinden wij aan de geleiding *a* op de daartoe geschikte plaats (zie fig. 7) nog eene suisbuis (n°. 50) door welke de lucht onder 20 cM. druk gedreven wordt, dan zullen wij eene *gedruischvrije en tevens niet gehoorige geleiding* verkregen hebben. De arbeid voor den weerstand moet dan vermeerderd worden met dien voor de voortbeweging van de lucht onder het drukverschil van 20 cM., zoodat hij bij vijfvoudig normale luchttoevoer (54 $M^3$) per uur bedraagt 5 KgM. per seconde.

*d*. Vervangen wij daarentegen in de sub *a* genoemde geleiding de dempingskast met de daaraan bevestigde einden van 3 cM. middellijn, die dient om het gedruisch in de cel op te heffen, door 2 M. buis van 6 cM. en eene korte buis van 3 cM. diameter, dan verkrijgen wij een *niet gedruischvrije geleiding*, die voor de gehoorigheid niet afgesloten is; voor den druk komt dan echter bij vijfvoudig normalen toevoer slechts 1,75 + 9,25 + 10,50 + 28 = circa 50 mM. en voor den arbeid 0,6 KgM. per secunde.

*e*. Deze geleiding zou als zuiggeleiding gebruikt, door matige vergrooting van arbeid, nl. door onder water dompelen der zuigbuizen tot 2 cM., tot eene niet gedruischvrije, maar wel de gehoorigheid geheel afsluitende geleiding worden.

70. Wil men aan een aanzienlijk aantal cellen meer dan de normale hoeveelheid lucht langs mechanischen weg toevoeren, dan vordert de methode, die wij onder *b* beschreven hebben, zeer veel arbeid.

*f*. Ter besparing zou men dan de onder *d* genoemde geleiding kunnen bezigen, indien men daarin, volgens de as en in de richting der lucht-

beweging laat uitmonden een suizenden luchtdrukstraal. Men kan dan de gehoorigheid belangrijk verminderen al maakt men den luchtstraal niet zoo sterk suizend als noodig is om haar geheel op te heffen. Wij zullen eene geleiding, die op deze wijze is ingericht, eene *weinig gehoorige* noemen. Het is duidelijk, dat daarbij door den blaasstraal nog arbeid op de bewegende lucht wordt verricht, en dus de voor den blaasstraal benoodigde arbeid niet alleen voor de opheffing der gehoorigheid verbruikt wordt, maar ook voor een deel weder als arbeidsbesparing aan de luchtbeweging door de geleiding ten goede komt. Doch hiervan zullen wij afzien. Het is duidelijk dat thans twee blowers noodig zijn. Vooreerst de *laagdrukblower*, die dient om de meerdere hoeveelheid lucht door de geleiding te bewegen, en ten tweede een *hoogdrukblower*, die den luchtstraal levert; wij zullen onderstellen, dat deze laatste werkt onder 200 mM. waterdruk en dat de halve normale hoeveelheid, dus 5.4 M$^3$. per uur, wordt uitgeblazen. De arbeid van den hoogdrukblower, die de druklucht levert, is dan nagenoeg de helft van die, welke voor het bewegen van de lucht door een niet gehoorige en gedruischvrije geleiding bij normalen toevoer (*c*, n$^0$. 69) noodig is, en van den blower, die den meerderen toevoer levert, wordt eerst bij vijfvoudig normalen toevoer voor het bewegen van de lucht onder den daarbij behoorenden druk door de wijde geleiding *d* diezelfde arbeid gevraagd.

Wij hebben dus door matige vergrooting van den arbeid eene nagenoeg niet gehoorige doch niet gedruischvrije geleiding voor vergrooten toevoer verkregen.

*g*. Door toevoeging van een dempingskast tusschen buizen van 3 cM. als in n$^0$. 69 krijgen wij een *weinig gehoorige en tevens gedruischvrije geleiding* voor vijfvoudigen toevoer.

Met twee dergelijke geleidingen uitmondende op eene hoofdbuis eenerzijds en in twee vertrekken anderzijds (verg. n$^0$. 66) hebben wij proeven genomen en het is ons daarbij gebleken, dat bij deze geleidingen de gehoorigheid inderdaad zeer weinig last kan opleveren.

*h*. Evenzoo voor normalen toevoer met de geleiding *b*., in welke door den hoogdrukblower 2,16 M$^3$. per uur werd uitgeblazen. De gehoorigheid was daar practisch geheel opgeheven.

Deze weinig gehoorige persgeleidingen zullen nu doorgaans wel niet tot misbruik aanleiding geven. Wil men dit voorkomen zoo zouden zij naar den corridor nog met een luisterscherm (verg. n$^0$. 57) kunnen worden voorzien om misbruik er van gemakkelijk te ontdekken. Wordt er echter toch misbruik gemaakt, dan kan bijv. de buis van den laagdrukblower afgesloten worden en de toevoer uit den hoogdrukblower door de blaasbuis opgevoerd worden tot het bedrag, dat men noodig oordeelt. Bij maximumtoevoer kan de blower den druk voor de suisbuis

en de geleiding samen 200 + 50 = 250 mM. nog overwinnen. Wij hebben dan een geval, waarin de ventilatie door pulsie reeds zeer veel arbeid kost.

Doch het kan geen nut hebben al dergelijke bijzondere gevallen te overwegen. Ook zullen wij over de hoogdrukstralen, die anders ook hun voordeelen hebben en in het bijzonder een belangrijker suiswerking geven dan de drukluchtstralen uit blowers, geen nadere berekeningen maken, daar wij gezien hebben dat zij meer arbeid vorderen dan de laatste. Genoeg is het een voldoende keuze van hulpmiddelen ten dienste van een ontwerp verschaft te hebben en tevens toegelicht te hebben, dat de benoodigde arbeid al naar de bijzondere eischen van den dienst zeer verschillend kan zijn, dat hij in het normale geval echter zeer gering is, en dat het mogelijk is aan zeer buitengewone eischen te voldoen.

## E. Inrichting van het ventilatiestelsel.

Na de toelichting der beginselen en de beschrijving der middelen, die bij de mechanische ventilatie der gevangenissen te pas komen, blijft nu nog over een schets te geven van de algemeene inrichting van de ventilatie eener gevangenis, bij welke de gehoorigheid geheel kan worden afgesloten zonder te kort te doen aan de eischen van de hygiëne.

71. Als afdoende en, wat den benoodigden arbeid betreft, min kostbare inrichting kunnen wij de volgende aangeven.

*A.* De ventilatie van corridor en cellen is geheel gescheiden.

In de cellen wordt door een of meer centrale blowers (zie n$^0$. 60) of door blowers voor elken vleugel onder overdruk aangevoerd per cel doorgaande 10,8 $M^3$ versche lucht per uur en in bijzondere omstandigheden tot 5 maal meer; uit de cellen wordt door een of meer exhaustors (zie n$^0$. 60) een zelfde hoeveelheid weggezogen.

De wegen van en naar de cellen zijn voor gehoorigheid en gedruisch bij normalen toevoer geheel en bij meer toevoer nagenoeg of geheel afgesloten (zie n$^0$. 69 en 66) en de voortplanting van het geluid langs deze wegen kan in allen gevalle geheel worden belet (zie n$^0$. 70 en 66).

De toevoer van versche lucht geschiedt des winters langs de warmwaterkachel.

De cellen hebben een openslaand venster, dat de gevangene vrij kan gebruiken, wanneer hem dit is toegestaan, doch dat anders gesloten is (verg. n$^0$. 37).

Er kunnen waar dit gewenscht wordt ⊥-openingen tusschen

corridor en cel geopend worden, doch het openen van het venster wordt dan tevens onmogelijk gemaakt (verg. n°. 57).

Er kunnen aanwijsinrichtingen in den corridor zijn, die doen zien welk venster geopend is (n°. 58), en luisterinrichtingen om den gevangene op het spreken door de vensters te kunnen betrappen (bijv. n°. 57).

In den corridor wordt, des winters langs de verwarmingstoestellen (n°. 55), lucht geperst onder een overdruk, die bij volkomen sluiting van den corridor tot 2 mM. kan worden opgevoerd. De lucht, die capillair uit den corridor naar de cellen gaat, komt den gevangenen extra ten goede (n°. 56).

De ventilatie van nevenruimten geschiedt als bij de cellen mechanisch, doch zonder de meerdere arbeidsopoffering, die noodig is om de gehoorigheid in de luchtwegen uit te sluiten.

Is eene gevangenis volgens dit stelsel ingericht dan kan men op den nachtdienst arbeid besparen zooals in n°. 73 wordt uiteengezet.

72. Een stelsel dat minder dan den halven arbeid van het vorige vordert, doch dan ook minder goed aan de hygiënische eischen voldoet, is het volgende.

*B*. Er wordt door ‾|_-openingen, die automatisch afgesloten worden, wanneer het venster geopend wordt, verband gebracht tusschen de cellen en den corridor.

Uit de cellen wordt de lucht weggezogen tot een zelfde bedrag als bij *A* en met exhaustors als in stelsel *A*. De zuigweg is door water voor de gehoorigheid afgesloten.

De cellen hebben een openslaand venster.

De corridor wordt door natuurlijke ventilatie, zooals thans geschiedt, met versche lucht gevuld gehouden, evenzoo de andere nevenruimten.

's Winters wordt de noodige lucht in den corridor aangevoerd door openingen bij den vloer achter de verwarmingstoestellen

*C*. Een tusschentrap zou gevormd worden door het volgende stelsel.

De corridor is als bij *B* met de cellen door ‾|_-openingen verbonden, die automatisch worden afgesloten.

Uit de cellen wordt de bedorven lucht weggezogen als bij *A* en *B*.

De cellen hebben een openslaand venster.

In den corridor wordt versche lucht, voldoende voor den corridor en alle cellen, door pulsie gebracht, en des winters langs de verwarmingstoestellen binnengeleid.

73. Eindelijk is omdat 's nachts de lucht in den corridor in 't geheel niet verontreinigd wordt, een hygiënisch, eveneens geschikt en toch minder arbeid dan *A* eischend, stelsel het volgende:

*D*. Toepassing van het stelsel *A* overdag en van het stelsel *C* des nachts, doordat bij *A* de afsluitbare ‾|_-openingen naar den corridor des

nachts geopend en de vensters gesloten worden, terwijl dan de *pulsie in de cellen* wordt gestaakt. De afsluitingen dier openingen behoeven niet, als bij *C*, automatisch met het venster in verband te staan.

Is eene gevangenis volgens het stelsel *A* ingericht, dan vordert de toepassing van het stelsel *D* geen nieuwe inrichtingen in geval men toch des nachts de vensters gesloten wil hebben, en — wat vooral in de rotondegevangenissen zoo voor de hand ligt — ten dienste van de bewaking wil partij trekken van openingen in de afscheiding tusschen corridor en cel.

74. Het zal tot nadere toelichting der voordeelen van het stelsel *A*, al of niet voor nachtdienst gewijzigd volgens *D*, wel het meest geschikt zijn het tegenover *B* te stellen.

De voordeelen van *A* boven *B* zijn:

1°. Men kan aan de cellen toevoeren versche buitenlucht, die niet eerst in den corridor, al is het in geringe mate, verontreinigd is. Ofschoon die verontreiniging — als men de bevolking van den corridor op hoogstens $^1/_{10}$ stelt van die der cellen, — hoogstens $^1/_{10}$ is van die, welke in de cellen wordt toegelaten, en dus zeker zeer gering te noemen is, is toch volgens n°. 40 versche buitenlucht boven lucht met deze geringe verontreiniging te verkiezen.

Ook zonder pulsie zou men wel is waar bij enkel zuigen versche buitenlucht toe kunnen voeren door gebruik te maken van ⌶-vormige openingen in den buitenmuur der cellen, openingen als die, welke te Scheveningen en Breda aanwezig zijn. Die openingen hebben gelijk wij te Breda vernamen geen, en gelijk uit ons onderzoek gebleken is, al zeer weinig bezwaar wat de gehoorigheid tusschen de cellen onderling betreft. Toch moeten zij wel verworpen worden met het oog op de communicatie tusschen de gevangenen en buitenstaande personen. (n°. 24.)

2°. Dat er geen *blijvende* openingen in den corridorwand ten dienste der ventilatie behoeven te worden aangebracht, en men de communicatie tusschen de cellen en den corridor tot de kieren van de deuren kan beperken, die men in flinke sponningen en met aanslag tegen drempels zeer goed kan doen sluiten, moet bij het bestrijden van de bezwaren van de gehoorigheid toch altijd een voordeel geacht worden.

Neemt men de pulsie in de cel weg, dan is het om tocht te vermijden noodig ruime openingen tusschen cel en corridor aan te brengen, openingen als de ⌶-vormige in 't systeem Breda en Scheveningen, van welke de bezwaren in n°. 56 zijn nagegaan.

3°. Het is bij pulsie en zuiging tot een gelijk bedrag gemakkelijk den luchttoevoer in enkele cellen naar behoefte te vergrooten voor het afvoeren van stof, slechte dampen enz. (verg. n°. 39) zonder dat tocht door de kieren, in 't bijzonder van het venster, ontstaat. Wijziging in

11

de ventilatie buiten de cel wordt daardoor in het geheel niet gebracht.

4⁰. Door pulsie in den corridor te brengen vermijdt men zooveel mogelijk, dat er lucht uit de cellen of andere nevenruimten als privaten, keukens, bergplaatsen enz. door kieren naar den corridor dringt (verg. n⁰. 43 en 44).

Wat het stelsel *D* betreft, de nadeelen van *C* bestaan des nachts, wanneer overal de vensters gesloten worden, niet. Het voordeel: de besparing van arbeid, is 's nachts van zeer groot belang; wanneer het stelsel *C* gedurende 9 uren kan worden toegepast dan zoude gedurende dien tijd de gevorderde arbeid zoo beperkt zijn, dat daarin gemakkelijk zonder noemenswaardig toezicht kan worden voorzien, en nachtdienst bij de machines dus niet noodig zou zijn.

75. Gelijk wij reeds opgemerkt hebben komen de meerdere kosten van aanleg eener mechanische ventilatie niet in aanmerking bij den bouw van eene nieuwe gevangenis.

Vragen wij thans hoeveel arbeid het stelsel van mechanische ventilatie in geregeld bedrijf voor een gevangenis met 200 cellen volgens stelsel *A* zou kosten en wel zonder in rekening te brengen dat wij partij kunnen trekken van het meeslepen van lucht door druklucht-stralen, doch anderzijds eenvoudigheidshalve aannemende, dat men voor elken druk over een afzonderlijk werktuig beschikt.

Nemen wij eerst:

| | | |
|---|---|---|
| 100 cellen met normalen toevoer, 10,8 $M^3$. per uur en per cel, pulsie door eene geleiding als *h* (n⁰. 70), zuiging als *e* (n⁰. 69); aan arbeid in de geleiding, druk 9 mM. water (verg. *b*, n⁰. 69.) | | |
| 100 × 10,8 × 9 KgM. . . . . . . . | per uur | 9720 KgM. |
| aan arbeid van den hoogdruk-blower: | | |
| 100 × 2,16 × 200 KgM. . . . . . . | „ | 43200 „ |
| | „ | 52920 KgM. |
| aan arbeid in de zuiggeleiding-druk 5 mM., waterafsluiting 20 mM. | | |
| 100 × 10,8 × 25 KgM. . . . . . . | „ | 27000 „ |
| Samen | „ | 79920 KgM. |
| | | per secunde 22 KgM. |

50 cellen met normalen toevoer, 10,8 $M^3$. per uur en per cel, langs gedruischvrijen, niet gehoorigen weg (*c* n⁰. 69);

| | | |
|---|---|---|
| aan arbeid in de geleiding volgens een druk van 5 mM. water (n°. 69); 50 × 10,8 × 5 KgM. . . . . . . | per uur | 2700 KgM. |
| aan arbeid aan de suisbuizen (n°. 63) 50 × 10,8 × 200 KgM. . . . . . | „ | 108000 „ |
| | „ | 110700 KgM. |
| aan arbeid in de zuiggeleiding druk 5 mM. en waterafsluiting (2 cM.) 50 × 10,8 M³. × 25 KgM. | per uur | 13500 KgM. |
| Samen | „ | 124200 KgM. |
| | | per secunde 34,5 KgM. |
| 25 cellen met dubbelen toevoer (21.6 M³. per uur) pulsie door geleiding als *f*, (weinig gehoorig en gedruischvrij) (n°. 70) | | |
| aan arbeid in deze geleidingen (druk 20 mM.) 25 × 21,6 × 20 KgM. | per uur | 10800 KgM. |
| aan arbeid van den hoogdrukblower (n°. 70) 25 × 5,4 × 200 KgM. . . | „ | 27000 „ |
| aan arbeid in de zuiggeleiding met waterafsluiting, 2 cM . . . . . | „ | 21600 „ |
| | per uur | 59400 KgM. |
| | | per secunde 16,5 KgM. |
| 10 cellen met wegzuigen van 54 M³. per uur langs niet gehoorigen niet gedruischvrijen weg *d*, (n°. 70); toevoer door openingen uit den corridor (zonder arbeid) | | |
| aan arbeid in de geleiding (n°. 69) 10 × 54 × 50 KgM.. . . . . . . | per uur | 27000 KgM. |
| aan arbeid van de waterafsluiting 10 × 54 × 20 KgM . . . . . . . | „ | 10800 „ |
| | per uur | 37800 KgM. |
| | | per secunde 10,5 KgM. |
| 10 cellen met vijfvoudigen toevoer langs weinig gehoorigen niet gedruischvrijen weg (n°. 69) arbeid voor geleiding 10 × 54 × 50 KgM. . . . . . . . . . . . . . | per uur | 27000 KgM. |
| aan arbeid van hoogdrukblower 10 × 5,4 × 200 KgM. . . . . | „ | 10800 „ |
| aan arbeid in de zuiggeleiding en van waterafsluiting 10 × 54 × 60 KgM. . . . . . . . . . . . . | „ | 32400 „ |
| | per uur | 70200 KgM. |
| | | per secunde 19,5 KgM. |

5 cellen met vijfvoudigen toevoer;
persing door suisbuizen langs niet
gehoorigen en gedruischvrijen weg,
zuiging door water dito (N°. 69).

perszijde 5 × 54 × 320 KgM. per uur 86400 KgM.
zuigzijde 5 × 54 × 140 „ „ 37800 „

per uur 124200 KgM.
per secunde 34,5 KgM.
Corridor weinig
totaal per secunde 137,5 „
of bijna 2 Pk.

Bij stelsel *D* gedurende den nacht bijv.:

175 cellen met 10,8 $M^3$. . . . . . per secunde circa 13 KgM.
25 „ „ 21,6 „ . . . . . „ „ „ 6 „

„ „ „ 19 KgM.

Corridor weinig: samen nog geen paardekracht.

In deze berekening is niet begrepen de arbeid, dien het loopen der machines op zich zelf vordert; het is netto ventilatiearbeid, doch er blijkt voldoende uit dat ook de arbeidskosten zeer gering zijn.

Wij meenen met deze schets te kunnen volstaan om aan te toonen, hoe het stelsel niet meer dan matige arbeidsopoffering voor eene geheele gevangenis eischt om in zeer verschillende eischen van den dienst te voorzien, en overal, waar het noodig kan zijn, de gehoorigheid geheel op te heffen.

76. Terwijl hiermede aan onze opdracht voldaan is, blijven wij ons gaarne bereid verklaren om verdere inlichtingen, die gewenscht mochten worden, te geven, de verrichte proeven te vertoonen, of zoo noodig onze hulp bij verdere proefnemingen te verleenen.

J. D. VAN DER WAALS, *Voorzitter.*
H. A. LORENTZ.
G. VAN DIESEN.
H. KAMERLINGH ONNES, *Secretaris.*

# BLADWIJZER.


Blz.

Inleiding . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

AFDEELING I.

UITKOMSTEN VAN HET ONDERZOEK NAAR DE OORZAAK VAN DE GEHOORIGHEID EN DEN OMVANG VAN HET BEZWAAR IN DEN BESTAANDEN TOESTAND.

**Hoofdstuk I.**

*Gegevens omtrent de inrichting der gevangenissen* . . . . . . . . . . 3

1°. Wijze van luchtverversching . . . . . . . . . . . . . 3

2°. Wijze van verwarming . . . . . . . . . . . . . . . . 5

**Hoofdstuk II.**

*De verschillende oorzaken van de gehoorigheid* . . . . . . . . . . 6

A. Het voeren van gesprekken door de ventilatieopeningen . . 6

B. Het voeren van gesprekken langs de verwarmingsbuizen . . 9

C. Tikken . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 11

D. Voortplanting van het geluid door de muren . . . . . . . 13

**Hoofdstuk III.**

*Aard der bezwaren, die uit de gehoorigheid voortvloeien* . . . . . . . 13

I. Het geven van overlast en aanstoot aan medegevangenen en hunne bezoekers . . . . . . . . . . . . . . . . . . 14

II. De gemeenschap met de buitenwereld . . . . . . . . . . 15

III. Het voeren van gemeenschap met medegevangenen wanneer beide partijen het wenschen . . . . . . . . . . . . . 16

**Hoofdstuk IV.**

*Ervaringen in het buitenland* . . . . . . . . . . . . . . . . 17

Frankrijk . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 17

België . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 18

Oostenrijk . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 19

Engeland . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20

Duitschland . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20

Pruisen . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 21

Blz.

## AFDEELING II.

GEMOTIVEERD ADVIES OMTRENT VERMINDERING OF OPHEFFING VAN HET BEZWAAR DER GEHOORIGHEID.

### Hoofdstuk I.

*Beantwoording van de vraag: of, en zoo ja in hoever, het bezwaar der gehoorigheid kan worden verminderd of opgeheven* . . . . . . . . 23

### Hoofdstuk II.

*Voorstellen tot opheffing der bezwaren, welke de warmwaterleiding ten opzichte van de gehoorigheid oplevert* . . . . . . . . . . . . . 25

### Hoofdstuk III.

*Opheffing van de bezwaren, welke de ventilatie-inrichtingen ten opzichte van de gehoorigheid opleveren* . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 31
A. Vaststelling van de eischen der hygiëne . . . . . . . . . 31
B. Onafscheidelijkheid van natuurlijke ventilatie en gehoorigheid . Noodzakelijkheid van mechanische ventilatie tot het opheffen der gehoorigheid . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 41
C. Algemeene beschouwingen over de mechanische ventilatie der gevangenissen . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 47
D. Middelen tot het verkrijgen der mechanische ventilatie . . . Opheffing van de gehoorigheid bij deze ventilatie . . . . . 53
E. Inrichting van het ventilatiestelsel . . . . . . . . . . . . 63

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING

## DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

### van Zaterdag 25 September 1897.



*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 173. — Verslag van de Hoogleeraren in de Plantenkunde aan de Rijks-Universiteiten over nagelaten aanteekeningen van wijlen Prof. P. C. PLUGGE, p. 175. — Mededeeling van den Heer HOEK: „Over een onderzoek betreffende het visschen met z.g. ankerkuilen in den gesloten tijd, beneden de grens van het verpachte water, in het bijzonder voor onze kennis van de levenswijze van den zalm", p. 176. — Mededeeling van den Heer SURINGAR: „Vijfde Bijdrage tot de kennis der Melocacti", p. 178, (met één plaat); — Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Over de gedeeltelijke polarisatie van het licht dat door eene lichtbron in een magnetisch veld wordt uitgestraald", p. 193. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS: „Over de grafische voorstelling van evenwichten door middel van de $\zeta$-functie", p. 209. — Mededeeling van den Heer BEHRENS: „Mittheilungen über einige mikrochemische Reaktionen", p. 219. —Mededeeling van den Heer MARTIN: „Over de Geologie der Molukken", p. 224. — Aanbieding eener verhandeling door den Heer MULDER, getiteld: „Over het peroxy-salpeterzuurzilver en een zilverbioxyde" (4de Verhandeling), p. 226. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. D. F. TOLLENAAR: „Deflexie en reflexie bij twee kathoden", p. 226.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren BRUTEL DE LA RIVIÈRE, HAMBURGER en BEHRENS, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Bericht van het overlijden van Prof. T. VALLAURI, Lid van de Kon. Akademie van Wetenschappen te Turijn en ALFRED ridder VON ARNETH, Voorzitter van de Keiz. Akademie van Wetenschappen te Weenen.

3°. Brief van den Minister van Justitie d.d. 31 Juli 1897, waarin Z. E. dank zegt voor het uitgebrachte verslag omtrent de opheffing of vermindering der gehoorigheid in de gevangenissen, en mededeelt dat een proef zal genomen worden in den cellenvleugel van de bijzondere strafgevangenis te Leeuwarden.

De Minister verzoekt de Commissie daarbij hare medewerking te verleenen en deelt mede dat thans geen bezwaar meer bestaat tegen openbaarmaking van het verslag.

Aan Z. E. is geantwoord dat de Commissie zeer gaarne daartoe bereid is.

Het rapport zal eerstdaags als Bijlage bij het Verslag der Junivergadering in het licht verschijnen.

4°. Circulaire van het Bestuur van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs, dd. 14 Augustus 1897, waarbij de Voorzitter wordt uitgenoodigd tot bijwoning van de herdenking van het 50 jarig bestaan van deze Instelling.

De Voorzitter deelt mede, dat hij die herdenking gedeeltelijk heeft bijgewoond en de gelukwenschen der Akademie heeft overgebracht.

5°. Een uitnoodiging tot bijwonen van de 69ste Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte te Brunswijk op 20—25 September 1897.

6°. Schrijven van den Heer J. C. Dosamantes, Mexico 28 Augustus 1897, ter begeleiding van een zevental brochures, getiteld: „Théorie sur les rayons invisibles (cathodiques et X), met verzoek het oordeel der Akademie daarover te vernemen.

Aan den schrijver zal de dank der Akademie worden gebracht; van het uitspreken van een oordeel zal de Afdeeling zich echter moeten onthouden.

7°. Bericht van den Heer J. W. Gunning, dat hij wegens het bereiken van den 70-jarigen leeftijd tot de rustende leden overgaat.

8°. Mededeeling van den Heer Engelmann, dat hij door zijn vertrek naar Berlijn zal ophouden gewoon lid der Akademie te zijn.

De Voorzitter zegt, dat de Akademie den Heer Engelmann, die verhinderd was de vergadering bij te wonen, maar die vóór de vergadering van de leden afscheid was komen nemen, in zijn nieuwen werkkring allen voorspoed toewenscht en hem dankt voor het vele dat hij in het belang der Nederlandsche wetenschap heeft verricht.

9°. Een schrijven van Dr. M. Treub te Buitenzorg, waarin deze het overlijden bericht van Prof. P. C. Plugge en aanteekeningen toezendt omtrent waarnemingen door den Heer Plugge in het Pharmacologisch Laboratorium van 's Lands Plantentuin gedaan.

De Heer TREUB vraagt het oordeel der Akademie of deze aanteekeningen zullen opgenomen worden in de Verslagen der Akademie of gedrukt in de Verslagen van het Pharmacologisch Laboratorium te Buitenzorg. Omtrent dit schrijven was praeadvies gevraagd aan de Hoogleeraren in de Plantenkunde aan de Rijks-Universiteiten.

Namens hen wordt door den Heer MOLL het volgende verslag uitgebracht:

De ondergeteekenden hebben de eer, naar aanleiding van het schrijven van den Secretaris der Afd. Wis- en Natuurkunde van 3 Sept. 1897 n$^0$. 55, het volgend advies uit te brengen.

Bij dat schrijven waren gevoegd een missive van den Heer TREUB, Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg en een cahier met aanteekeningen omtrent wetenschappelijke onderzoekingen van de hand van wijlen Prof. P. C. PLUGGE, die op advies der Akademie vanwege het Buitenzorgfonds was uitgezonden, maar helaas, na eenigen tijd aldaar werkzaam geweest te zijn, vrij plotseling is overleden. De Heer TREUB acht het niet onwaarschijnlijk, dat de Akademie deze aanteekeningen onveranderd in hare werken zou willen opnemen, maar deelt mede, dat hij ook bereid is, PLUGGE's aanteekeningen uit te geven in het eerstvolgend verslag der onderzoekingen, gedaan in het Pharmacologisch Laboratorium te Buitenzorg.

De ondergeteekenden zijn van oordeel, dat het aanbod van den Heer TREUB, om de publicatie der aanteekeningen aan de Akademie af te staan, alle waardeering verdient, maar dat het, in het belang van den arbeid zelven, zoowel met het oog op de in uitzicht gestelde aanteekeningen van Dr. BOORSMA, die met PLUGGE heeft samengewerkt, als op het feit, dat in Indië het verwerkte materiaal aanwezig is — de voorkeur schijnt te verdienen, dat de publicatie volgens gewoonte te Buitenzorg geschiede. Zij stellen voor dit aan den Heer TREUB mede te deelen.

Verder wenschen de ondergeteekenden de Akademie in overweging te geven aan Z. E. den Minister mede te deelen, dat er ditmaal uit den aard der zaak door den uitgezondene geen verslag omtrent zijne werkzaamheden kan worden ingediend, maar dat de ondergeteekenden in de gelegenheid zijn geweest de door den overledene gemaakte aanteekeningen in te zien, waaruit blijkt, dat de Heer PLUGGE gedurende den tijd, dien hij nog te Buitenzorg heeft mogen werkzaam zijn, zich met ernstigen en belangrijken wetenschappelijken arbeid heeft bezig gehouden, en dat zij dan ook over-

tuigd zijn, dat de subsidie van Buitenzorgfonds en Regeering, niettegenstaande de noodlottige afbreking, goede vruchten heeft gedragen.

De Hoogleeraren in de Botanie
aan de Rijks-Universiteiten

Leiden, Utrecht, Groningen — 22 September 1897.

W. F. R. SURINGAR.
F. A. F. C. WENT.
J. W. MOLL.

De conclusie van dat verslag wordt goedgekeurd.

**Dierkunde.** — De Heer Hoek bespreekt de resultaten, die een hem door de regeering opgedragen onderzoek, betreffende het visschen met z.g. ankerkuilen in den gesloten tijd, beneden de grens van het verpachte water, verschaft hebben in het bijzonder *voor onze kennis van de levenswijze van den zalm* [1]).

Hij kwam, dank zij dit onderzoek, in Mei '96, in het bezit van een groot aantal jonge zalmen, die op geheel natuurlijke wijze waren opgegroeid en nu op het punt stonden de rivier te verlaten, het zoete water dus met de zee te verwisselen. Hij beschrijft in korte trekken hun voorkomen, sexe en geslachtelijke ontwikkeling. Hij toont met behulp van curven aan, dat zij, ofschoon onderling niet onbelangrijk in grootte verschillende, veilig kunnen aangenomen worden als alle van ongeveer denzelfden leeftijd te zijn en zet uiteen, waarom hij ze beschouwt als van de teelt van een vorig jaar afkomstig, dus ongeveer 14 maanden oud, te zijn. Hij slaagde er in vast te stellen, dat de 365 door hem onderzochte zalmpjes voor 63% uit wijfjes, voor 37% uit mannetjes bestonden en dat zij alle nog maagdelijk, geslachtelijk volkomen onontwikkeld waren.

Een gelukkig toeval stelde hem in de allerlaatste weken in staat nog eene andere en naar Spr. meent niet minder belangrijke waarneming omtrent de natuurlijke historie van den zalm te doen. Hem was bekend, uit mededeelingen van betrouwbare personen, zoowel als uit enkele aanteekeningen in de literatuur en uit door hem persoonlijk ingestelde waarnemingen, dat zich in Augustus en September tot in het late najaar, in de beken van den bovenstroomloop — in het boven-Moeselgebied, in den Dreisam enz. — een groot aantal jonge zalmen ophouden, die in 't algemeen grooter zijn dan

[1]) Uitvoerige mededeelingen over deze resultaten, zoowel als over die ten opzichte van den elft verkregen, zijn door Spreker gegeven in een aan de regeering uitgebracht rapport, hetwelk dezer dagen verscheen en waarvan Spreker een ex. aan de Akademie aanbood.

de in Mei 1896 dwars van Goedereede gevangen exemplaren, veel grooter dus ook dan van de teelt van het eigen jaar afkomstige vischjes en die zich bovendien zeer kennelijk van de naar zee trekkende onderscheiden, doordat zij de bonte livrei van het eerste levensjaar behouden hebben. Vergeefs had hij tot nog toe getracht een eenigszins grooter aantal exemplaren van zulke zich in het najaar in den bovenstroomloop ophoudende zalmpjes machtig te worden. FRITSCH in Praag, wien dit wél gelukt was, had er reeds de aandacht op gevestigd, dat deze zalmpjes, die in het boven-Elbegebied den naam van „Struwitze" dragen, nagenoeg uitsluitend (voor meer dan 95%) uit mannetjes bestaan. FRITSCH kent de zalmpjes, die in Mei in den mond der rivier aangekomen zijn en die voor 63% uit wijfjes bestaan, niet, en den Praagschen geleerde is het dientengevolge volkomen raadselachtig hoe die verhouding van meer dan 95% mannetjes zich laat rijmen met de verhouding der aantallen van de twee sexen bij de volwassen visschen. Voor Spreker is de moeielijkheid, die nog op te lossen blijft, eene andere, eene minder groote: zij betreft de overeenstemming, die er is in de verhouding tusschen de aantallen der beide sexen van de naar zee trekkende en van de uit zee terugkeerende zalmscholen. Ook voor deze laatste nam hij n.l. reeds vroeger — in overeenstemming met MIESCHER RUESCH — een verhouding waar van 2 wijfjes op 1 mannetje. Hoe echter dan te verklaren, dat er een zeer aanmerkelijk aantal mannetjes op de bovenrivier blijkt achtergebleven te zijn?

Van die achterblijvers waren er hem nl. in de laatste weken een groot aantal van den bovenstroomloop toegezonden en deze bleken hem bij onderzoek zoo goed als alle tot het manlijk geslacht te behooren.

Die achterblijvers waren nu bovendien geslachtelijk zoo sterk ontwikkeld, dat er geen twijfel mogelijk is, of zij zullen zich, zoodra er rijpe vrouwelijke visschen op den bovenstroomloop zijn aangekomen, mede aan de voortplanting wijden.

De Heer HOEK eindigt met er op te wijzen, dat het voortaan noodzakelijk is, als men de zalmen naar hun grootte in meer of minder geslachtsrijpen toestand in kategoriën wil indeelen, niet meer van *drie* kategoriën [Jakobszalmen (bijna uitsluitend mannetjes), kleine zomerzalmen (mannetjes en wijfjes) en groote zomerzalmen (mannetjes en wijfjes)] te spreken, maar ook nog een vierde kategorie te onderscheiden van kleine (15 à 20 centimeter) lange, manlijke, tot nog toe alleen in den bovenstroomloop waargenomen zalmpjes.

**Plantenkunde.** — De Heer Dr. W. F. R. SURINGAR levert eene: „*Vijfde bijdrage tot de kennis der Melocacti*".

Toen ik de eer had, ten vorigen jare aan de Afdeeling eene vierde bijdrage tot de kennis der *Melocacti* aan te bieden, nadat door toezending van voorwerpen uit St. Martin eene belangrijke leemte was aangevuld, welke mij tot dusverre weerhouden had om de verkregen uitkomsten tot een geheel samen te vatten, vermoedde ik geenszins, dat ik nog aanleiding zou vinden, de bijdragen met eene nieuwe te vermeerderen, maar dat mijn arbeid op dit gebied zich voorshands zou bepalen tot het gereed maken van de reeds van den beginne af voorgenomen Iconographie.

Van deze is thans de eerste aflevering verschenen [1]) en zijn ook de platen voor eene tweede ten deele gereed. De platen, met begeleidenden tekst, zijn ten deele reproducties van photographieën, op een zelfde kader, zóó dat de kleinste en middelmatige soorten op natuurlijke grootte komen, de allergrootste op de helft, en de verdere tusschen deze beide uitersten in. Voorts worden, op gekleurde platen, de dorens, benevens de bloemen en vruchten, voorzoover waargenomen, in natuurlijke grootte gegeven. Het materiaal ligt hiervoor geordend bijeen.

Intusschen ontving ik geheel onverwacht, en terwijl ik meende op geene toezendingen meer te kunnen rekenen, van verschillende zijden uit de kolonie blijken van belangstelling, en aanbiedingen, om mij in mijn streven, om tot eene zooveel mogelijk volledige kennis van dit uit een plantengeografisch oogpunt zoo belangrijk onderdeel der West-Indische Flora te geraken, nog verder behulpzaam te zijn. Bovendien werd ook juist in dezen tijd eene zeer verrassende uitkomst verkregen ten aanzien van aankweeking dezer voorwerpen uit zaad.

Reeds bij vorige gelegenheden herinnerde ik er aan, dat dit de eenige wijze van vermeerdering is, waardoor de *Melocacti* (daargelaten het twijfelachtig geval van wortelvorming door om een afgestorven bloeikop ontstane en afzonderlijk gepote zijspruiten) zich niet, evenals andere Cacteeën, door stekken laten vermenigvuldigen. Daarentegen kiemen de zaden zeer gemakkelijk. Maar in onze kassen brengen de zaailingen het niet ver. Herhaaldelijk heeft men aldaar *Melocacti* uit zaad aangekweekt, maar nooit volwassen exemplaren gekregen. Ook in den Leidschen Hortus werd dezelfde ondervinding opgedaan. Wij hebben daar meerdere honderden zaailingen van verschillende soorten gehad, maar deze zijn alle binnen een zestal jaren ge-

[1]) *Musée Botanique de Leide.* Vol. III. *Illustrations de Mélocactus.* E. J. BRILL 1897.

storven, zonder meer dan 3 of 4 cM. middellijn te hebben bereikt.

Toch is het verkrijgen van volwassen voorwerpen uit zaad in meer dan een opzicht van belang. Vooreerst uit een wetenschappelijk oogpunt, ten einde door vergelijking van voorwerpen van eenzelfde zaaisel, onderling en met de moederplant, den graad van standvastigheid der verschillende tot kenmerken gebezigde eigenschappen direct te beoordeelen; vervolgens om de quaestie van hybridisatie experimenteel te kunnen onderzoeken. Dan ook, om aan kruidtuinen en liefhebbers voorwerpen te kunnen leveren, die hunne wortels op zoodanige wijze en onder zulke omstandigheden hebben gevormd, dat zij behoorlijk verplantbaar zijn, en dus kans hebben in onze kassen in potten te blijven leven en groeien.

Tot dusverre werden steeds uit het wild verzamelde exemplaren naar Europa uitgevoerd, die dan, in potten geplant en in de kas geplaatst, er korter of langer tijd blijven leven, ook wel bloeien en vrucht dragen, maar niet groeien in eigenlijken zin, daar de wortels niet blijven leven en zich ook niet vernieuwen. De planten blijven als 't ware teren op de sappen, die zij uit haar vaderland hebben medegebracht, en tegen welker verlies door verdamping zij door de dikwandige collenchymlaag onder de epidermis beschermd worden. Het einde is doorgaans ook niet dat zij uitdrogen, maar dat zij, van onderen af, beginnen te verrotten.

Dit einde komt soms spoedig na de aankomst in ons klimaat, andere malen een of een paar jaren daarna; bij uitzondering hebben wij er één zes jaren in leven behouden, en de Heer SCHOLTEN te Amsterdam, dien ik reeds in een mijner vorige bijdragen mocht noemen, heeft nu nog eene enkele van voor acht jaar in leven, wat, naar mijn weten, langer is dan eenige van vroeger bekende tijd.

In elk geval is de tijd beperkt, en houdt met den dood van het ingevoerde exemplaar telkens alles op. Men heeft elk zoodanig voorwerp op zich zelf te determineeren of te beschrijven, maar verdere voorwerpen, uit stekken of op andere wijze verkregen, waarop de determinatie en beschrijving tevens van toepassing zouden zijn, aan welke de kenmerken nader zouden kunnen worden getoetst, naar welke eventueele leemten in onze kennis alsnog zouden kunnen worden aangevuld, en van welke ook naar elders zouden kunnen worden medegedeeld, worden niet verkregen.

Dit en de moeilijkheid om de voorwerpen naar de bestaande beschrijvingen en afbeeldingen te determineeren, is zeker wel mede de oorzaak geweest, waarom de liefhebberij in dit Cacteeëngeslacht, na een bloeitijd in de eerste helft van deze eeuw, aan het tanen is geraakt.

Voor de horticultuur hebben slechts zoodanige planten waarde, die vermenigvuldigd kunnen worden, of, onder goede namen en in kweekbaren toestand, in genoegzame hoeveelheden kunnen worden aangevoerd.

Het eerste is alleen door zaad mogelijk en in ons klimaat ondoenlijk gebleken; het tweede stuit af op de omstandigheid, dat de uit het wild opgenomen *Melocacti* eigenlijk niet kweekbaar zijn, en dat, waar deze planten het rijkst vertegenwoordigd zijn, meerdere soorten dooreengroeien en de soorts-onderscheiding moeilijk is.

Bovendien zou een uitvoer van in het wild verzamelde voorwerpen, op groote schaal toegepast, allicht tot uitroeiing kunnen leiden. Bij Orchideeën, thans bij uitnemendheid in de mode, is reeds voorgekomen, dat een verzamelaar voor den handel zich er op beroemde, alles wat van eene soort voorkwam te hebben weggenomen, zoodat men haar niet anders dan door zijne firma zou kunnen bekomen. Zoodanig vandalisme, op de *Melocacti* toegepast, zou dit geheele geslacht met ondergang kunnen bedreigen.

Reeds in mijn reisverhaal (Tijdschrift van het Ned. Aardrijksk. Genootschap Ser. II, Deel 3 Afd. Verslagen p. 364 e. v., 1886) drukte ik de wenschelijkheid uit om, ten einde zonder nadeel aan de Flora onzer eilanden, bruikbare voorwerpen aan kruidtuinen en liefhebbers te kunnen mededeelen, van goed gedetermineerde exemplaren *Melocacti*, uit zaad, in de kolonie zelve aan te kweeken.

Aanvankelijk scheen er geene kans te zijn, dit denkbeeld verwezenlijkt te zien. En inderdaad moet men erkennen, dat er vele bezwaren aan verbonden zijn, om in de kolonie eene kultuur te beginnen, die veel zorg en moeite eischt, en wel wetenschappelijke, maar geen directe geldelijke vruchten belooft af te werpen.

Uit eigen beweging meldde zich echter de Heer G. J. VAN GROLL, West-Indisch ambtenaar, onderwijzer op Curaçao, bij mij aan met aanbod om mij, door toezending van voorwerpen, het doen van waarnemingen enz. in mijn verder onderzoek betreffende dit plantengeslacht behulpzaam te zijn, en ook het denkbeeld, om op Curaçao zelf de kweeking uit zaden te beproeven, vond bij hem gereeden ingang. Verder hierover gevoerde correspondentie had ten gevolge dat de Heer VAN GROLL mij in het voorjaar een tiental volwassen voorwerpen toezond, die hij, in afwachting van mijne determinatie, volgens afspraak genummerd had, en van sommige van welke hij, onder hetzelfde nummer, ook reeds zaden te kiemen had gelegd. Met zijne echtgenoote, die in de vorige maand naar Curaçao vertrok, had ik gelegenheid, vóór haar vertrek, nog het noodige omtrent cultuurwijze, het maken van aanteekeningen enz. uitvoerig te bespreken;

terwijl de door hem gezonden planten, in den loop van dezen zomer, in den hortus, nog een ruimen voorraad bessen hebben opgeleverd, die ik hem, nadat zij behoorlijk gedroogd zullen zijn, met de namen, tot verdere kweeking kan toezenden.

Op die wijze zal dus, tegen toezending van eene moederplant, die hier wordt gedetermineerd en als document bewaard, een stel zaailingen, op naam, in de kolonie worden verkregen, geschikt voor waarnemingen ter plaatse, en waarvan, nadat zij volwassen zullen zijn, in kweekbaren toestand, aan kruidtuinen en liefhebbers zal kunnen worden medegedeeld, zonder de soort zelve, ook indien zij zeldzaam blijken mocht, in de kolonie te verliezen.

Men zou de vraag kunnen stellen, of het niet al te lang zal duren, voordat, langs dezen weg, uitkomsten kunnen worden verwacht. De heerschende meening toch was, tot dusverre, dat deze planten, ook in hun vaderland, zeer langzaam groeien, en dus een vrij hoogen leeftijd moeten hebben bereikt voordat zij volwassen zijn; en eerst dan ontwikkelen zij hare kenmerkende eigenschappen op, voor vergelijkend onderzoek, voldoende wijze.

Wel is waar had het betrekkelijk spaarzaam voorkomen van jonge ontwikkelingsstadiën mij op de reis het vermoeden doen opvatten, dat de groei, in het eigen klimaat, sneller moet plaats grijpen (Reisverhaal, t. a. p.); maar den werkelijken duur te bepalen, is iets wat slechts door directe waarneming en proef kan geschieden.

Op die vraag kwam echter juist in dezen tijd een voorloopig niet onbevredigend antwoord.

Reeds bij vorige gelegenheden deelde ik aan de Afdeeling mede (Bijdragen, 1889, 1891, 1896), dat in den zomer van 1889 een groot aantal der toen in den Hortus te Leiden aanwezige voorwerpen gebloeid en vrucht gedragen hebben; dat daaruit in het voorjaar van 1890, deels in den Hortus zelven eenige honderden zaailingen zijn gekweekt, deels zaden aan een 35-tal andere kruidtuinen zijn medegedeeld, en ook eenige aan de firma DAMMAN en Co. te St. Giovanni a Teduccio bij Napels, welker toenmalige deelgenoot, de Heer C. SPRENGER, ik, bij gelegenheid van de Bloemententoonstelling, te Berlijn ontmoette, en aan wien ik bij die gelegenheid zaden van een aantal der voorhanden soorten aanbood, wanneer hij te zijnent eene proef wilde nemen. Ik stelde mij voor, dat het zonnig klimaat van Zuid-Italië, gepaard met de nabijheid der zee, dus een toestand eenigermate naderend tot dien op hunne oorspronkelijke groeiplaats, wellicht voldoend gunstige voorwaarden voor den groei der *Melocacti* zou aanbieden.

Deze verwachting werd niet beschaamd; gelijk ik het vorige jaar

mededeelde, waren er toen bij de firma DAMMAN nog onderscheidene in leven en deels van vuistgrootte.

De Heer SPRENGER, in dit voorjaar als socius en technisch leider uit de genoemde firma getreden, heeft nog de voldoening gehad, om een veel verder strekkend en geheel verrassend resultaat dezer *Melocactus*-zaadcultuur te kunnen mededeelen. In het *Zeitschrift für Garten- und Blumenkunde*, uitgegeven door Dr. L. WITTMACK, jaarg. 46, n°. 11, 1 Juni 1897, geeft hij de gekleurde afbeelding van een reeds bloeienden zaailing van den door mij beschrevenen Venezuelaanschen *Melocactus humilis*, eene der soorten, waarvan ik hem in 1890 de zaden had medegedeeld.

Hij schrijft hierbij het volgende (t. a. p. bl. 281), wat ik in het hollandsch overneem:

„*Melocactus humilis* SUR.

„(SURINGAR in Verslagen d. Kon. Akad. v. Wet. Afd. Natuurk. „3de reeks, deel VI p. 459. Amst. 1889).

„Deze even interessante als zeldzame soort heeft in den zomer „van 1896 van Juli tot October onafgebroken in twee 6 jaar oude „exemplaren gebloeid en rijkelijk vrucht gedragen, ook hare zaden „tot volkomen rijpheid gebracht, en wel op het vrije veld in de „kweekerij van DAMMAN & Co. te St. Giovanni a Teduccio bij „Napels aan den voet van den Vesuvius. De nauwkeurig naar het „oorspronkelijk vervaardigde afbeelding maakt elke beschrijving over„bodig; zij beantwoordt volkomen aan de natuur en is voortreffelijk „geslaagd. De witte, zachte, met verborgen dorens doorweven bloei„kop verscheen in Mei en de eerste bloemen ongeveer in het begin „van Juli. Deze komen achtereenvolgens uit, te beginnen met den „rand nabij het groene lichaam en zijn frisch en glanzig karmijn„rood. Zij duren 2—4 dagen, sluiten zich eenigszins des avonds en „openen zich, zoodra zij door de zon beschenen worden, des mor„gens, en zien er, wegens den dubbelen krans van bloembladen, als „gevulde bloemen uit. De wollige bloeikop verbergt de knoppen „volkomen, en in zijn schoot vormen en kleuren zij zich, tot zij „plotseling aan de oppervlakte in ronde gedaante en nog gesloten „te voorschijn komen. De bloeikop zelf is bijna vlak of flauw gewelfd, „slechts bij een der exemplaren in het midden met een kuiltje, in „elk geval dus iets varieerend in den vorm, maar het kuiltje niet „zoo, dat het water, dat trouwens nauwelijks in de diepte doordrin„gen kan, zich daarin zou kunnen verzamelen. Ook schijnen de „wolharen zoo ingericht te zijn als ongeveer de vederen van water-

„vogels, dus als geolied, zoodat het water als afgesloten parels daarop „kan blijven liggen, totdat het opdroogt of verdampt.

„Evenals de door bijen zeer bezochte bloemen verschijnen ook de „vruchten achtereenvolgens, en bereiken zij eveneens hare volle rijpte „verborgen in de beschermende wol, om daarna afgestooten en in „de hoogte gedreven te worden, waar hare schitterende en glanzige „licht-bloedroode kleur nog iets fraaier wordt. Zij zijn ei-peervormig „naar beneden wigvormig, van merkwaardige vorm en kleur. De „verdroogde bloem blijft er voor altijd aan verbonden, en, neemt „men de vrucht uit de wol, voordat zij afgeschoven wordt, dan „houdt men iets in de hand, dat op een fraai klein gesteeld spaansch „pepertje gelijkt. De draaddunne verdroogde en gesloten bloem vormt „dan den lichtgrijzen steel. Deze vrucht is eetbaar en smaakt aan„genaam zuurachtig. De talrijke rondachtige zaden zijn zwart en „kiemen zeer spoedig. Naar alles, wat men waarnemen kon, is het zeer „waarschijnlijk, dat deze zeer schoone cactussoort, die in zandige „streken nabij de zeekust in Venezuela groeit, in het begin van den „regentijd bloeit, hare zaden binnen de wol tot rijpheid brengt, en „ze zoo vroeg afstoot, dat zij nog voor het begin der droogte en „hitte ontkiemen kunnen, en de jonge plantjes zoodanig aansterken, „dat zij hieraan weerstand kunnen bieden. Want ten minste bij mij „was alles zoo snel gegaan, dat het mijne verwondering wekte en „ik tot bovenvermelde gevolgtrekking moest komen. Deze Melocac„tus zijn, voorzoover ik weet, de eerste in Europa uit zaad gewon„nen exemplaren der geheele familie, die tot bloei kwamen en zaad „voortbrachten. Zij werden van klein af bijna altijd in de buiten„lucht gekweekt, en verdroegen zonder nadeel meerdere graden „koude, veel regen en zelfs sneeuw.

C. SPRENGER".

Aan het slot van het artikel geeft de Redactie nog mijne, door Prof. SCHUMANN in het Duitsch overgebrachte diagnose, die het natuurlijk overbodig zou zijn hier te herhalen. Het artikel van den Heer SPRENGER heb ik echter gemeend in zijn geheel (vertaald) te moeten overnemen, omdat het tuinbouwkundig tijdschrift, waarin het voorkomt, niet in elks handen is, en in het artikel, naast de bevestiging van reeds bekende zaken, ook afwijkende opmerkingen voorkomen, en zoodanige die tot nader onderzoek in het vaderland zelf opwekken, zooals die betreffende den duur en den openingstijd der bloemen en het bezoek van deze door insecten.

Ik heb de eer hierbij, behalve de geciteerde afbeelding bij de mededeeling van den Heer SPRENGER, photographieën in natuurlijke grootte

ter bezichtiging aan te bieden van de beide exemplaren, welke ik destijds van den Heer SCHOLTEN tot onderzoek ontving en waarvan het éène, aan den Hortus afgestaan, aldaar vruchten heeft gedragen; van het dochterexemplaar, dat de Hortus, op aanvrage, van de firma DAMMAN & CO. verwierf, en sedert zijne aankomst, in het begin van Augustus, nog is voortgegaan met vruchten voort te brengen.

Voorts het skelet van het moederexemplaar en het levende, aan den Hortus gezonden dochterexemplaar.

Op eene schetsteekening, bestemd om bij deze bijdrage te worden afgedrukt, zijn moeder- en dochterexemplaar naast elkander wedergegeven, zorgvuldig naar de photographieën doorgetrokken en bovendien de omtrekken der gezamenlijke voorwerpen, over elkander gelegd, en tot dezelfde schaal ($^1/_2$) verkleind.

In de eerste plaats blijkt uit de vergelijking, dat alle in karakter van ribvorm, dorenvelden, dorengroepen, dorens en bloeiknop overeenkomen en dat de variaties vallen binnen de grenzen der soort, zooals die tot dusverre bij de onderscheiding der *Melocacti* zijn opgevat.

Ook de afbeelding bij de mededeeling van den Heer SPRENGER geeft het algemeene karakter zeer goed weder, ofschoon zij, wat de bijzonderheden betreft, niet gemaakt is met het doel om tot een zoo scherp vergelijkend onderzoek te dienen als waartoe photographiën in staat stellen. Ik stip dus alleen aan, dat zij het lichaam breeder en platter dan een der andere voorstelt, en dat zij de dorens, die bij de drie andere nauw merkbare verschillen opleveren, tweemaal kleiner wedergeeft.

Het aantal ribben schijnt aldaar 14 te zijn geweest. Bij het dochtervoorwerp in ons bezit is ook eene kleine vermeerdering van deze deelen waar te nemen. Er zijn er 12, evenals in de beide voorwerpen van 1889 uit Venezuela, maar 5 daarvan zijn in de bovenhelft vertakt. Het geheele lichaam is voorts kleiner en uit een vlakke basis afgeplat-bolvormig, terwijl van de exemplaren van 1889 het eene zuiver afgeplat-eivormig was, en het moederexemplaar eenigszins tot den afgeplatten kegelvorm naderde. Er is dus eenige variatie in de lichaamsgrootte en in den vorm, binnen de grenzen van de afgeplatte gedaante. Dit wijst op eenig verschil in de wijze van toe- en afname van de opvolgende stamleden gedurende het vegetatieve tijdperk van den groei.

De kleur is iets minder grijsgroen dan de vroegere exemplaren, eerder matgroen.

Er hebben zich hier, in Augustus en in het begin van September, een tiental bessen uit den bloeikop ontwikkeld, uit welke gebleken is dat

zij in 't algemeen vrij zwaar zijn, vooral voor zulk eene kleine plant. De grootste was niet minder dan 15 mM. dik bij een lengte van 33 mM. Gemiddeld is de dikte 12 mM. bij eene lengte van 26—30 mM. Bij uitzondering werd eene enkele bes verzameld, die bij een lengte van 33 mM. slechts 10 mM. dik was. De kortste lengte bedroeg 22 mM. bij een dikte van 11 mM. Zij zijn vrij donker purperrood.

Het moederexemplaar leverde destijds maar een drietal bessen, zeer laat in het seizoen, en van eenigszins uiteenloopende vorm en grootte, zoodat de tegenwoordige waarneming tot aanvulling strekt. Bloemen heb ik zelf nog niet gezien, maar uit de verdroogde overblijfsels op de vruchten blijkt wel, dat zij betrekkelijk groot zijn, zooals ze ook in de afbeelding bij SPRENGER worden aangegeven, en wat bij *Melocacti* van de grenzen van het gebied niet zeldzaam is.

Van de bessen worden nu ook naar Curaçao gezonden, zoodat, bij welslagen, vandaar eene derde generatie, in het eigen klimaat ontwikkeld, verwacht kan worden.

Wat nu betreft de door den Heer VAN GROLL in dit voorjaar gevonden Curaçaosche *Melocacti*, zoo waren deze, van verschillende plaatsen rondom Willemstad en het Schottegat, op doelmatige wijze ingezameld en ten deele vergezeld van aanteekeningen en eene bloem of vrucht op spiritus. Een kwam dood aan, een andere stierf spoedig na de aankomst, maar beide waren nog zeer goed te beschrijven. De acht andere zijn in leven en zien er gezond uit. Twee daarvan hebben in Augustus gebloeid, en van onderscheidene zijn vruchten, soms zeer talrijke, verzameld, afkomstig van bij de aankomst reeds uitgebloeide bloemen, gelijk hiervoor reeds vermeld.

Het trof mij, dat, niettegenstaande reeds zoo dikwijls *Melocacti* uit Curaçao zijn gezonden, toch ook ditmaal er weder nieuwe bij waren. Daaronder is eene hoogst merkwaardig wegens de aansluiting met de *Melocacti* van de eilanden boven den wind, nl. ofschoon behoorende tot de *Pleiocentri*, toch een groote overeenkomst vertoonende met den vorm der *M. communes*.

Bekende waren: *Melocactus intermedius*, SUR. in twee exemplaren, *M. pyramidalis* SALM DIJCK, en *M. Salmianus* LINK OTTO, de beide laatste in eenigszins afwijkende vormen, nl.: *M. pyramidalis* in een kleinen vorm, dien ik als *pumilus* heb onderscheiden, en *M. Salmianus* met vrij dunne middeldorens, dien ik door het toevoegsel *aciculosus* heb aangewezen. De andere heb ik genoemd: *M. communiformis*, *M. rotula*, *M. rotifer*, *M. exsertus*, *M. Grollianus*. Van *M. exsertus* ontving ik twee exemplaren, van de overige een.

Ik laat hierbij de beschrijvingen der nieuwe met enkele aanteekeningen, ook betreffende de bekende, volgen:

*M. communiformis.*

*Caulis* oblongo-ovoideus magnus (23 cM. altus, 21 cM. crassus) pallide et sordide viridis.

*Costae* 11 verticales rectae latae (5 cM.) lateribus aliquanto convexis vix undulatis, dorso acuto alte sellato, sulcis rectis non profundis (1 cM.)

*Areolae* 11—12 satis approximatae (2—2½ cM.) fere superficiales, oblongae mediocres vix tomentosae.

*Spinae* subaequales breves crassae subulatae paullulum et obtuse angulatae interdum subcompressae, rectae vel subcurvatae pallide olivaceo-fuscae;

*marginales* 9—11 radiantes patentes, rectae vel recurvatae, cum vicinis ejusdem costae cruciatae, laterum dimidiam tantum partem attingentes ideoque a costis adjacentibus remotissimae, inferior spinae centralis maioris fere compar, laterales et superiores sensim minores;

*centrales* 2—4 rectae vel paullulum incurvatae rarius subrecurvatae erecto-patentes, inferior 2½—3½ cM. longa, 1½—2 mM. crassa, basi 5-gona, laterales huic subaequales, superior, sin adest, semper minor.

*Cephalium* teres (10 cM. crassum, 7½ cM. altum) setis rubrofuscis subrectis exsertis hirsutum.

*Flos* nondum visus.

*Bacca* magna et crassa (2¾—3¼ cM. longa, 1—1¼ cM. crassa, coccinea.

Crescit in insula *Curaçao.*

Deze hoogst merkwaardige vorm werd door den Heer VAN GROLL verzameld aan den zuidvoet van 't gebergte van den Noordkant. Hij herinnert door habitus van lichaam en dorengroepen aan den stam der *M. communes* van de bovenwindsche eilanden; doch de onderste middeldoren is altijd, hoewel niet veel, grooter en forscher dan de onderste randdoren. De bessen zijn ook veel grooter dan bij den genoemden stam bekend zijn. Bloemen heb ik nog niet gezien.

*M. rotula.*

*Caulis* depresso-ovoideus majusculus (17½ cM. altus, 19 cM. crassus) saturate viridis.

*Costae* 12 verticales rectae, inferne latae (5 cM.) et complanatae, sursum sensim angustatae (ad $2\frac{1}{2}$ cM.) lateribus convexis vix undulatis, dorso acuto crenulato, sulcis fere rectis satis profundis (ad $2\frac{1}{2}$ cM.)

*Areolae* 9—10 satis approximatae vix immersae, anguste circumvallatae suborbiculares parvae parce tomentosae;

*Spinae* lineari-subulatae, e radicibus atrofuscis albo marginatis luteo-rubentes, valde diversae,

*marginales* 9—10, additis spinulis 1—2 posterioribus 10—12, aequaliter radiantes divaricatae subaequales breves ($1\frac{1}{2}$—2 cM.) medium sulci non vel vix attingentes, cum vicinis ejusdem tantum costae cruciatae.

*centrales* 4, rarius 2—3, duplo majores et crassiores, patentes rectae aut superior paullum sursum curvata, inferior subinde leviter deflexa, subaequales (3—4 cM.) e basi obtusangula teretes satis subito acutatae.

*Cephalium* (adhuc junius) disciforme 8 cM. crassum, spinulis rubro-fuscis marginatum, in superficie setulis curvatis rubrofuscis parcius conspersum.

*Flos* roseus minor, 3—5 (rarius 7) mM. e tomento exsertus, sine ovario 2 cM. longus, limbo 6—8 mM. lato, petalis obtusis passim apiculatis et denticulatis, stigmatibus faucem attingentibus 4—6 arrectis.

*Bacca* obconica minor ($2\frac{1}{2}$—$2\frac{3}{4}$ cM. longa, 9—11 cM. crassa) rarius tenuior (ad 8 mM.) et elongata (ad 3 cM.) purpureo-coccinea.

Crescit in insula *Curaçao*.

Deze fraaie soort met zeer regelmatig stralende, kleine randdorens en dubbel zoo groote en zware middeldorens is in de reeks der soorten in te lasschen nabij den vroeger door mij beschrevenen *M. pusillus*, van wien zij zich, behalve door anderen vorm en veel aanzienlijker grootte, ook o.a. door eigenschappen van bloem en vrucht onderscheidt.

Het voorwerp bracht in Augustus onderscheidene bloemen en vruchten voort.

---

*M. Salmianus L. O.* var. *aciculosus*.

Differt a typo spinis centralibus basi vix angulatis tenuioribus.

Crescit in insula *Curaçao*.

Het voorwerp was, van de door den Heer VAN GROLL toegezon-

dene, het eenige dat dood aankwam. Het was echter nog voldoende geschikt voor determinatie en om het scelet te praepareeren en te bewaren. Het vormt eene toenadering van *M. Salmianus* tot den volgenden: *M. rotifer*.

---

*M. rotifer.*

*Caulis* grandis depresso-globosus (18 cM. altus, 24 cM. crassus) glauco-viridis.

*Costae* 12 verticales rectae latae (inferne 6 cM., ipso apice 3 cM.) lateribus aliquanto convexis vix undulatis, sulcis rectis acutis, dorso acuto crenato.

*Areolae* 8 pro ratione satis approximatae ($2^1/_2$—3 cM.) magnae oblongae vix impressae late circumvallatae nudae.

*Spinae* modice diversae, e radice atro-olivacea albo-marginata inferne olivascentes in superiore parte sordide flavescentes, firmae aciculares basi obtusangulae,

*marginales* 12—13 radiantes, laterales nunc paullum approximatae, hae longiores (ad $3^1/_4$, imo $3^1/_2$ cM.) inferiores breviores (3 cM.) ad 1 mM. crassae, supremae brevissimae, patentissimae, rectae vel aliquanto retrorsum curvatae cruciatae.

*centrales* 4, in superiore costae parte interdum 3, erecto-patentes aequaliter dispositae, inferior $5^1/_2$—6 cM. longa, laterales huic aequales vel paullo longiores, suprema brevior, rectae vel subrectae, pro longitudine haud crassae (ad 2 mM.),

*Cephalium* teres 10 cM. crassum (8 cM. altum) setis crebris exsertis (1 cM.) firmis subrectis atro rubro-fuscis dense hirsutum.

*Flos* nondum visus.

*Bacca* elongato-clavata (3—) $3^1/_2$ cM. longa, 8—9 mM. crassa, coccinea.

Crescit in insula *Curaçao.*

Dit voorwerp kwam aan met een dikken krans van bessen in het cephalium, maar stierf een paar weken na de aankomst. Misschien was de donker zeegroene kleur reeds het teeken van beginnend afsterven. De soort herinnert deels aan *M. Salmianus*, deels aan een Arubaanschen vorm met lange en slanke stralende dorens, nl. *M. rotatus*, waarvan ik de beschrijving nog niet publiceerde, maar aan het slot van deze bijdrage als aanhangsel toevoeg.

---

*M. exsertus.*

*Caulis* depresso-globosus mediocris (13 cM. altus, 17 cM. crassus) laete viridis.

*Costae* 12 verticales rectae, basi dilatatae (ad 4 cM.) sursum angustatae (ad 2 cM.) convexae, lateribus vix undulatis, dorso acuto, sulcis aliquanto flexuosis non profundis ($1^1/_2$ cM.).

*Areolae* 8—9 approximatae ($1^3/_4$ cM.) parvae subrotundae parce tomentosae et nudae.

*Spinae* propter tenuitatem spinarum centralium non valde diversae aciculares, e radice plumbea albo-marginata sordide olivaceo-fuscae,

*marginales* (11—) 13 patentissimae rectae, laterales longiores (2—$2^1/_4$ cM.) approximatae et subparallelae medium sulcum attingentes non vel vix cruciatae, inferiores breviores et aliquanto crassiores (basi ad 1 mM.) subcompressae.

*Centrales* 4, rarius 3, patenti-erectae aequaliter dispositae, inferiores 3 subaequales vel inferior aliquanto longior (ad $3^1/_2$ cM.) e basi (1,4 mM. crassa) obtuse angulata subteres, superior brevissima, omnes rectae, vel suprema, et subinde laterales, paullulum sursum curvatae.

*Cephalium* (junius) 7 cM. latum, aciculis rectis rubris pro parte circumdatum, in superficie tomentoso, setis rubrofuscis curvatis longe ($1^1/_4$ cM.) exsertis praeditum.

*Flos* mediocris 6—9 mM. e tomento prominens, sine ovario $1^3/_4$ cM. longus, limbo 8—11 mM. lato, petalis roseis ellipticis acutis acuminatis vel apice denticulatis, stigmatibus 5(—6) radiatis albis, supra faucem longe exsertis.

Ejusdem: *forma plurispina.*

Differt spinis marginalibus 13—15, centralibus 17, vel, additis 2 posterioribus parvis 6, omnibus paullulum quam in typo brevioribus.

In specimine huc referto costarum numerus 14 et earum latitudo a basi ad medium eadem ($2^3/_4$—$3^1/_4$ cM.).

*Bacca* parva obconico clavata, 2—$2^1/_4$ cM. longa, 7—8 mM. crassa coccinea.

Crescunt in insula *Curaçao.*

Ofschoon ik niet betwijfel, dat beide voorwerpen tot dezelfde soort moeten gerekend worden, heb ik de kleine verschillen afzonderlijk vermeld, ook omdat het éene exemplaar alleen bloemen, het andere alleen vruchten heeft opgeleverd. De bloemen (eene had de Heer

13

VAN GROLL op spiritus overgezonden, meerdere andere zijn in den Hortus uitgekomen) zijn zeer karakteristiek door de smalle en vrij spitse bloembladen en de zeer hoog boven de keel geplaatste uitgespreide stempels. Bij de bloem op spiritus viel reeds terstond in het oog, dat de stempels met de toppen der bloembladen gelijk kwamen, maar nog meer trof het bij de versche bloem, waar de stempels reeds voor den dag kwamen vóórdat de bloem nog geheel geopend was; ook daarna staken de uitgespreide stempels duidelijk boven den bloemzoom uit.

---

## *M. Grollianus.*

*Caulis* depresso-ovatus majusculus (15 cM. altus, 19 cM. crassus) saturate viridis.

*Costae* 12 subobliquae inferne (ad 4 cM.) latiusculae, sursum angustatae, circa areolas valde inflatae inter eas acute strangulatae, dorso crasso nasuto, sulcis profundis flexuosis.

*Areolae* 7—8 subapproximatae ($2^1/_4$ cM,) fere superficiales, late circumvallatae ovali-orbiculares mediocres parce tomentosae.

*Spinae* flavo fuscae rubro-maculatae et -apiculatae valde diversae,

*marginales* 12—13 patentissimae compresso-aciculares, laterales inferioribus aequales vel iis paullo longiores (3—$3^1/_2$ cM.) subparallelae et intertextae, at costae vicinae dorsum non attingentes,

*centrales* nunc 2, plerumque 3 in seriem medianam vel in triangulum augustum et obliquum dispositae, rarius 4, rhombum angustum, vel duae anteriores seriem medianam, duae posteriores seriem obliquam formantes, inferior et mediae subaequales, superior vel duae superiores tenuiores, interdum marginales vix superantes, fortiores ad 5—$5^1/_2$ cM. longae, basi ad $1^3/_4$ mM. crassae, e radice fusca vix marginata, basi obtuse 5-angulatae, porro subulatae a latere compressae, rectae vel inferior plus minus deorsum, suprema paullum sursum curvata.

*Cephalium* (adhuc junius) disciforme $3^1/_2$ cM. altum, $7^1/_2$ cM. crassum) setis rigidis rectis rubrofuscis e tomento satis longe ($1^1/_4$ cM.) emergentibus densius hirsutum.

*Flos* majusculus, sine ovario 2—$2^1/_4$ cM. longus, tubo 5 mM. crasso, limbi diametro 8 mM. vel ultra, petalis obtusis, integerrimis et denticulatis, stigmatibus fauce inclusis 6 clavato-conniventibus.

*Bacca* maior, elongato-clavata $2^3/_4$—$3^3/_4$ cM. longa, $^3/_4$—$1^1/_4$ cM. plerumque 1 cM. crassa, purpureo-coccinea.

Crescit in insula *Curaçao.*

De Heer VAN GROLL verzamelde dezen aan de overzijde van het Schottegat op een heuvel bij Rio Canario. De bloem beschreef ik naar door hem in spiritus overgezondene, de vrucht naar een twintigtal, die zich na aankomst alhier hebben ontwikkeld. De habitus herinnert eenigszins aan de afbeelding van *M. microcephalus* MIQ., maar meerdere kenmerken wijken van dezen af.

Ik koos deze zeer schoone soort uit om haar naar den ontdekker te benoemen.

*M. intermedius* SUR.

(Verslagen en Meded. 3de reeks. Deel II p. 192).

Descriptioni addendum:

*Cephalium* (adhuc junius) disciforme aculeis rubris marginatum tomentosum setis vix emergentibus conspersum.

*Bacca* elongato-clavata $2^{3}/_{4}$—$3^{1}/_{2}$ cM. longa, 8 mM. crassa coccinea.

Ik ontving twee exemplaren, beide reeds vruchtbaar, ofschoon bij het eene de cephaliumvorming nauwelijks begonnen was. Van beide werden meerdere bessen geoogst.

Het vroeger (t. a. p.) beschreven voorwerp had 4 centraldorens, deze beide vertegenwoordigen den 2(-3)doornigen vorm der soort.

---

*M. pyramidalis* S. D. var. *pumilus.*

Caule et spinis typo fere duplo minoribus.

Crescit in insula *Curaçao.*

Het kleine voorwerp, dat den Heer VAN GROLL reeds een aantal bessen had opgeleverd, bracht ook hier, na aankomst, nog een vijftal te voorschijn. Het voorwerp was vergezeld van een bloem op spiritus.

Een typisch exemplaar der soort, waarvan ik ook vroeger meerdere uit Curaçao medebracht, ontving ik in den loop van dit jaar van den Heer SCHOLTEN te Amsterdam ter determinatie.

---

## A A N H A N G S E L.

*M. rotatus.*

*Caulis* major ovatus ($19^{1}/_{2}$ cM. altus, $20^{1}/_{2}$ cM. crassus) coerulescenti-viridis.

*Costae* 13 verticales rectae latiusculae ($3\frac{1}{2}$—4 cM. latae, $2\frac{3}{4}$ cM. altae) lateribus aliquanto undulatis, sulcis leviter flexuosis, dorso acuto inter areolas recto vel subsellato.

*Areolae* 9 subapproximatae majusculae, orbiculari-oblongae anguste circumvallatae, vix immersae subnudae nigrofuscae.

*Spinae* vix diversae subteretes rectae aciculares sordide stramineae, radicibus fusconigris albofimbriatis;

*marginales* 10 fere semper aequaliter radiantes, late patentes, cruciatae sed costae vicinae dorsum non vel vix attingentes ad 4 cM. longae, 1.6 mM. crassae,

*centrales* 2(-3), inferior longior (ad $5\frac{1}{4}$ cM.) recta, superior aliquanto brevior (4—5 cM.) plerumque leviter sursum curvata, diam. 1.8 mM.

*Cephalium* (adhuc disciforme) 9 cM. latum, setis fuscis valde curvatis longe ($1\frac{1}{2}$—2 cM.) exsertis densissime crispo-hirsutum.

*Flores* et *fructi* ignoti.

Crescit in saxis calcareis insulae *Aruba.*

---

## VERKLARING DER PLAAT.

Fig. 1. Schets, naar de photographie doorgetrokken, van het moedervoorwerp van *Melocactus humilis* uit Venezuela (1889, verzamelnommer 108), natuurlijke grootte.

Fig. 2. Schets, naar de photographie doorgetrokken, van het dochtervoorwerp van *Melocactus humilis*, uit zaad van het vorige gekweekt bij de firma DAMMAN & CO., en thans in den Hortus te Leiden (verzamelnommer 108*a*), natuurlijke grootte.

Fig. 3. *a. b.*: bessen in 1889 in den Hortus te Leiden gewonnen van het moedervoorwerp (verzamelnommer 108).

Fig. 4. *a*, *b*, *c*, bessen (*c* dezelfde, bij uitzondering lange en smalle, van twee zijden gezien) in den Hortus te Leiden gewonnen van het dochtervoorwerp (verzamelnommer 108*a*.)

Fig. 5. Omtrekken, op $\frac{1}{2}$ van de natuurlijke grootte, *a.* van het moedervoorwerp (108); *b.* van een tweede voorwerp (109), in 1889 gephotographeerd; *c.* van het dochtervoorwerp (108*a*) thans in den Hortus te Leiden aanwezig; *d.* naar de afbeelding in Zeitschrift für Garten- und Blumenkunde t. a. p.

**Natuurkunde.** — De Heer H. A. LORENTZ spreekt: „*Over de gedeeltelijke polarisatie van het licht dat door eene lichtbron in een magnetisch veld wordt uitgestraald*".

§ 1. Spoedig na het bekend worden der onderzoekingen van Dr. ZEEMAN [1]) over de lichtemissie in het magnetisch veld hebben de Heeren EGOROFF en GEORGIEWSKY [2]) de uitkomsten medegedeeld van eenige naar aanleiding daarvan genomen proeven. Terwijl ZEEMAN had ontdekt hoe de spectraallijnen eener lichtbron worden gewijzigd als zij aan magnetische krachten is blootgesteld, hoe nl., wanneer men het licht onderzoekt, dat loodrecht op de krachtlijnen wordt uitgezonden, eene enkele lijn vervangen wordt door een triplet, en hoe de componenten van dit triplet gepolariseerd zijn, hebben de beide Russische natuurkundigen zonder spectraalapparaat gewerkt en gevonden dat het in de genoemde richting uitgestraalde licht gedeeltelijk gepolariseerd is. Daar het niet aanstonds te zeggen was, hoe dit verschijnsel met het door ZEEMAN waargenomene samenhangt, heb ik eenige proeven van EGOROFF en GEORGIEWSKY herhaald en er, nadat ik hunne uitkomsten bevestigd had gevonden, enkele nieuwe aan toegevoegd, ten einde eene voorstelling die ik mij omtrent den aard van het verschijnsel gevormd had op de proef te stellen.

Ik bediende mij hierbij eerst van een polariscoop van SAVART, met een tourmalijnplaatje als analysator, met welk hulpmiddel, naar hij mij mededeelde, ook Dr. ZEEMAN de proeven over de gedeeltelijke polarisatie had herhaald, maar bezigde later het oculairgedeelte van een polaristrobometer van WILD. Hierin komt een polariscoop van SAVART voor, met een prisma van NICOL als analysator, en bovendien een klein kijkertje met kruisdraden, dat op oneindigen afstand is ingegesteld. Richt men nu dezen polariscoop, zooals ik het toestelletje in zijn geheel zal noemen, met de as horizontaal, op eene lichtbron van eenige uitgebreidheid, dan ziet men niets bijzonders als de stralen niet gepolariseerd zijn, maar zoodra het licht geheel of gedeeltelijk gepolariseerd is, en het polarisatievlak niet juist een van twee bepaalde standen heeft, verschijnt in het gezichtsveld een stelsel interferentiestrepen, die bij mijne proeven horizontaal liepen.

Het duidelijkst zijn deze, als het polarisatievlak horizontaal of verticaal staat, en wanneer in een dezer gevallen, de eenige die in hetgeen volgt ter sprake komen, de polarisatie volkomen is,

[1]) Zittingsverslag der Akad. v. Wet. V. p. p. 181, 242; VI p. 99; Phil. Mag. XLIII, p. 226; XLIV, p. p. 55, 255.

[2]) Comptes rendus, 5 April, 3 Mei en 5 Juli 1897.

zijn bij homogeen licht de donkere strepen ook volkomen zwart. Zij worden flauwer als het invallende licht slechts gedeeltelijk gepolariseerd is.

Voorzag ik nu een grooten electromagneet van RÜHMKORFF, in den gewonen stand, dus met de as horizontaal opgesteld, van de daarbij behoorende afgeronde poolstukken, en plaatste ik tusschen de polen een gewone BUNSEN-vlam, waarin een bundel asbestdraden met keukenzout was gebracht, dan zag ik in den polariscoop, na het sluiten van den magnetiseerenden stroom (23 Amp.) de interferentiestrepen te voorschijn komen. De polariscoop was ruim een Meter van de vlam verwijderd en stond op de horizontale lijn, uit de vlam loodrecht op de krachtlijnen getrokken. Ik zal de richting dezer lijn voortaan door L aanduiden.

Het is niet noodig dat de magneetpolen zeer dicht bij elkander staan. Terwijl de strepen zeer duidelijk waren bij een afstand van 5 c. M., konden zij ook nog zonder moeite worden waargenomen bij een afstand van 7.5 c. M. en was er zelfs nog wel iets van te bespeuren als de polen 10 c. M. van elkander stonden. Ruwe bepalingen gaven voor de veldsterkte in het eerste dezer drie gevallen ongeveer 2500 en in het laatste 1000 C. G. S. eenheden. [1])

Natuurlijk was het verschijnsel bijzonder duidelijk wanneer de afstand der polen tot 2 c. M. werd verminderd (veldsterkte ongeveer 7500); dan kon ik de interferentiestrepen ook nog zien in een deel der vlam, dat 4 c. M. boven de verbindingslijn der polen lag.

Door een glasplaatje dat voor den polariscoop gebracht wordt in geschikte richting te doen hellen, kan men de strepen doen verdwijnen. Uit de richting, in welke men het plaatje moet draaien kan men tot den stand van het polarisatievlak, en uit den hoek dien het met de lichtstralen maakt tot den graad van polarisatie besluiten. Ik overtuigde mij op deze (en ook op andere) wijze er van dat, zooals ook EGOROFF en GEORGIEWSKY vonden, het polarisatievlak horizontaal staat, dat dus in de richting L verticale electrische trillingen in meerdere mate door de vlam worden uitgezonden dan horizontale. Voor den zooeven genoemden hoek vond ik bij eene proef, waarbij poolstukken met platte eindvlakken, 11 m. M. van elkaar verwijderd, werden gebezigd, ongeveer 40°; den brekingsindex van het glas op 1,53 stellende, vind ik hieruit voor de verhouding der intensiteiten van de verticale en de horizontale trillingen $^{56}/_{44}$, zoodat $12^0/_0$ van het licht gepolariseerd zou zijn.

[1]) EGOROFF en GEORGIEWSKY verklaren de strepen nog bij eene veldsterkte van 500 gezien te hebben.

§ 2. ZEEMAN heeft bij de mededeeling zijner uitkomsten reeds de eenvoudige theorie uiteengezet, met welke men de waargenomen verschijnselen kon verklaren en ten deele voorspellen. Wanneer men zich beperkt tot ééne spectraallijn, zooals ik hier zal doen, kan men volstaan met de onderstelling dat elk der lichtgevende molekulen (of atomen) één bewegelijk geladen deeltje, of ioon bevat, dat, zoodra het uit zijn evenwichtsstand verplaatst is, daarheen teruggedreven wordt door eene kracht („veerkracht"), die evenredig is met de grootte der verplaatsing, maar onafhankelijk van de richting daarvan. Alle bewegingen van een dergelijk ioon kunnen ontbonden worden in rechtlijnige trillingen langs de krachtlijnen en circulaire trillingen, in twee tegengestelde richtingen, „rechtsom" en „linksom", loodrecht op de krachtlijnen. De periode $T$ van al deze trillingen is, buiten het magnetisch veld, dezelfde.

Komt nu echter de uitwendige magnetische kracht in het spel, dan werkt op het ioon nog eene nieuwe kracht, die evenredig is met de electrische lading en voor de eenheid van lading gegeven wordt door het vectorproduct van de snelheid en de uitwendige magnetische kracht. Deze nieuwe, „electromagnetische" kracht moet men zich, blijkens de waarnemingen, voorstellen als zeer klein in vergelijking met de veerkracht. De ingewikkelde bewegingen, die het ioon onder haren invloed uitvoert, kunnen nu weder op de boven aangegeven wijze ontbonden worden; de berekening leert dat dan, terwijl de periode der trillingen langs de krachtlijnen nog steeds $T$ is, die van de circulaire trillingen in de eene richting met een bedrag $\tau = \frac{e H}{4 \pi m} T^2$ vergroot, en die der circulaire trillingen in de andere richting met hetzelfde bedrag verkleind wordt. Langs de in § 1 genoemde lijn L geven nu de trillingen der ionen langs de krachtlijnen tot electrische trillingen in deze zelfde richting, de circulaire bewegingen daarentegen tot eveneens rechtlijnige, maar verticale electrische trillingen aanleiding. Het is dus duidelijk, dat men, het licht met een spectraalapparaat onderzoekende, een triplet moet waarnemen, en dat de componenten daarvan rechtlijnig gepolariseerd moeten zijn, en wel de middelste met het polarisatievlak verticaal en de twee uiterste met het polarisatievlak horizontaal.

Noemen wij de intensiteit van de middelste component van het triplet $I_2$, en die van de twee uiterste $I_1$ en $I_3$, dan kunnen wij uit de proeven van EGOROFF en GEORGIEWSKY besluiten dat

$$I_1 + I_3 > I_2$$

is.

Het meest voor de hand ligt het nu, dit hieraan toe te schrijven dat in het magnetisch veld de circulaire bewegingen der ionen loodrecht op de krachtlijnen eene grootere intensiteit hebben dan de rechtlijnige langs de krachtlijnen.

Intusschen verzetten zich hiertegen belangrijke bezwaren.

In het voorbijgaan wil ik opmerken dat men ook bij afwezigheid der magnetische kracht nog wel van de grootheden $I_1$, $I_2$ en $I_3$ kan spreken; men kan nl. ook nu nog de bewegingen der ionen op de genoemde wijze in drieën splitsen en de trillingen die zich in den aether voortplanten, opvatten als te ontstaan uit de superpositie van drie bewegingstoestanden, door de drieërlei ionenbewegingen voortgebracht.

In overeenstemming hiermede is dan de enkele spectraallijn te beschouwen als te bestaan uit drie op elkaar vallende lijnen, waarvan de intensiteiten om bekende redenen bij elkander opgeteld mogen worden. Tusschen deze intensiteiten bestaan dan, zooals men gemakkelijk inziet, de betrekkingen

$$I_1 = I_3 = \tfrac{1}{2} I_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Had nu 1° de uitwendige magnetische kracht geen anderen invloed dan dat zij, zonder hunne intensiteit te veranderen, de periode van twee der drieërlei ionenbewegingen wijzigt, en bestond 2° *in* het magnetisch veld nog dezelfde betrekking als *daarbuiten* tusschen de sterkte dier bewegingen en de waargenomen lichtsterkte, dan moest klaarblijkelijk (1) nog doorgaan en kon het verschijnsel der gedeeltelijke polarisatie niet bestaan.

Het sub 1 genoemde mag zeker niet zonder nader onderzoek worden aangenomen. Waarom zou eene uitwendige magnetische kracht, die de molekulaire kringstroomen, waaraan men de magnetisatie toeschrijft, kan richten of doen ontstaan, niet de circulaire bewegingen in de vlam boven de bewegingen langs de krachtlijnen kunnen *begunstigen?*

Wil men deze vraag aan wiskundig onderzoek onderwerpen, dergelijke beschouwingen dus ontwikkelen, als noodig zouden zijn in eene ionentheorie der magnetisatie, dan gevoelt men levendig hoe men, wat den bouw der lichtgevende deeltjes betreft, in het duister rondtast. Daar het intusschen van belang is eene hypothese, zooals de in het begin dezer § genoemde, verder uit te werken, heb ik mij daarvan bediend, ten einde niet alleen wat de perioden, maar ook wat de intensiteiten betreft, de ionenbewegingen in het magnetisch veld te leeren kennen.

Men vindt deze berekeningen in §§ 6—8; zij leiden tot het besluit

dat, zoo al door den invloed, dien het magnetisch veld op de bewegingen der ionen heeft, $I_1$ en $I_3$ van $\frac{1}{2} I_2$ mochten gaan verschillen, en b. v. de waarden $\frac{1}{2} I_2 (1 + \varepsilon)$ en $\frac{1}{2} I_2 (1 + \varepsilon')$ mochten aannemen, de grootheden $\varepsilon$ en $\varepsilon'$ van dezelfde orde van grootte moeten zijn als $\frac{\tau}{T}$. Deze breuk nu is zoo klein dat de door $\varepsilon$ en $\varepsilon'$ voorgestelde afwijkingen geheel onmerkbaar zouden zijn.

Natuurlijk is het denkbaar dat men door andere onderstellingen eene meerdere begunstiging der circulaire bewegingen boven de bewegingen langs de krachtlijnen kan verkrijgen, maar tegen alle dergelijke verklaringen rijst één bezwaar. Men kan zich naar 't mij voorkomt moeilijk voorstellen dat de uitwendige magnetische kracht het rondloopen der ionen begunstigt, zonder ook het omloopen in de eene richting meer te doen plaats hebben dan in de andere; m. a. w., wanneer het magnetische veld $I_1$ en $I_3$ van $\frac{1}{2} I_2$ doet afwijken, zal het hoogstwaarschijnlijk die grootheden ook van elkander doen verschillen. Van een dergelijk verschil is echter bij de waarnemingen niets gebleken. Vooreerst heeft ZEEMAN de uiterste componenten van zijn triplet even sterk gezien. Verder zou zich een verschil tusschen $I_1$ en $I_3$ verraden, als men het licht onderzoekt, dat langs de krachtlijnen wordt uitgestraald. De ionenbewegingen langs deze lijnen brengen in die richting geen licht voort, de circulaire bewegingen der ionen rechtsom en linksom geven aanleiding tot tegengesteld circulair gepolariseerd licht; de bedoelde ongelijkheid zou dus meêbrengen dat het licht gedeeltelijk circulair gepolariseerd was en dat men het door een kwart-golflengte-plaatje, waarvan de hoofdrichtingen hoeken van 45° met de verticaal maken, in gedeeltelijk lineair gepolariseerd licht kon veranderen. Ik heb hiervan, evenmin als EGOROFF en GEORGIEWSKY, iets kunnen bemerken. Wanneer ik slechts een der poolstukken aanbracht, en de stralen der natriumvlam die door de doorboring van de eene kern liepen, nadat zij door een kwart-golflengte-plaatje waren gegaan, in den polariscoop opving, was geen spoor van de strepen te zien, ofschoon zij onder dezelfde omstandigheden bij waarneming langs de lijn L (§ 1), zonder kwart-golflengte-plaatje natuurlijk, zeer duidelijk waren.

§ 3. Het komt mij voor dat men de verklaring der gedeeltelijke polarisatie in de richting L hierin moet zoeken, dat de betrekking tusschen de sterkte der ionenbewegingen en de intensiteit van het uitgestraalde licht in het magnetisch veld niet meer dezelfde is als daar buiten, en wel wegens de wijziging die gebracht wordt in de absorptie die de van de achterzijde der vlam uitgaande lichtstralen

in het voorste gedeelte der vlam ondergaan. In eene gewone natriumvlam bestaat natuurlijk eene dergelijke absorptie omdat de trillingstijd $T$ in al hare deelen dezelfde is. Kon men de overeenstemming der trillingstijden geheel of ten deele opheffen, dan zou de absorptie minder worden, en zou meer licht uit de vlam te voorschijn komen. Werkelijk kunnen de verschijnselen zoo verklaard worden, wanneer men ten minste mag aannemen dat alles op hetzelfde neerkomt alsof alle trillende ionen in drie groepen verdeeld waren, elk belast met een der drie bewegingen, die wij in § 2 onderscheiden hebben. Noemen wij kortheidshalve de deeltjes dezer drie groepen $A_1$, $A_2$, $A_3$, (beantwoordende aan $I_1$, $I_2$, $I_3$) zoodat de deeltjes $A_2$ gedacht moeten worden langs de krachtlijnen heen- en weer te gaan, en bepalen wij ons weder tot de richting L, dan is het duidelijk dat, *wat de trillingsrichting betreft*, de van $A_2$ uitgaande stralen alleen door $A_2$ kunnen worden geabsorbeerd, de van $A_1$ uitgaande (met hunne verticale trillingen) echter zoowel door $A_1$ als $A_3$ en evenzoo de van $A_3$ uitgaande, dat men dus absorpties heeft, die gevoegelijk kunnen worden voorgesteld door de teekens

$$(A_2, A_2) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$(A_1, A_1), (A_1, A_3), (A_3, A_1), (A_3, A_3) \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

De intensiteit der uitgezonden horizontale trillingen wordt door de eerste absorptie verminderd, die van de verticale trillingen door de vier andere. Is er geene uitwendige magnetische kracht, dan hebben al deze absorpties plaats, daar alle trillingstijden met elkander overeenstemmen; natuurlijk moeten daarbij de vier absorpties (3) te zamen evenveel bedragen als (2), daar het uittredende licht ongepolariseerd is. Anders wordt de zaak, wanneer onder den invloed van het magnetisch veld de perioden van $A_1$ en $A_3$ overgaan in $T-\tau$ en $T+\tau$.

Terwijl de absorptie (2) onveranderd blijft, en dus de horizontale trillingen dezelfde intensiteit behouden, vallen wegens het verschil in trillingstijden de absorpties $(A_1, A_3)$ en $(A_3, A_1)$ weg (of worden zij althans verzwakt), zoodat van (3) slechts een gedeelte blijft bestaan. Dientengevolge worden de verticale trillingen sterker dan zij eerst waren en wordt het uitgestraalde licht gedeeltelijk gepolariseerd.

Tevens is het duidelijk dat, aangezien de onveranderd gebleven absorpties $(A_1, A_1)$ en $(A_3, A_3)$, althans op zeer weinig na, evenveel zullen bedragen, de intensiteiten $I_1$ en $I_3$ gelijk zullen blijven. Op eene dergelijke wijze ziet men in dat het licht, dat langs de krachtlijnen wordt uitgestraald, *niet* gedeeltelijk circulair gepolariseerd zal

zijn. Want ook hier blijven de gelijke absorpties ($A_1$, $A_1$) en ($A_3$, $A_3$) over.

Daar in werkelijkheid de ionen *niet* op de boven ondersteldc wijze in drie groepen kunnen worden verdeeld, maar *dezelfde* deeltjes de drie bewegingen uitvoeren, vereischen natuurlijk de voorafgaande beschouwingen bevestiging door eene grondiger theorie. Deze heb ik in § 9, wel nog gebrekkig, maar toch, naar ik vertrouw, voldoende, ontwikkeld.

§ 4. Of werkelijk de verandering der absorptie door de wijziging der trillingstijden de beteekenis kan hebben, die er boven aan werd toegeschreven, kan experimenteel worden uitgemaakt. Indien men nl. achter de vlam $V_1$, die tusschen de magneetpolen staat, eene tweede natriumvlam $V_2$ plaatst, die zich buiten het magnetisch veld bevindt, moet de absorptie, die $V_1$ op de stralen van $V_2$ uitoefent, door de magnetische kracht worden gewijzigd. Daar de periode der deeltjes $A_2$ ongewijzigd blijft, zal aan de absorptie van de horizontale trillingen weder niets veranderen, maar die van de verticale trillingen moet kleiner worden. Immers, de verticale trillingen die van $V_2$ uitgaan, stemmen noch met $A_1$, noch met $A_3$ in periode overeen. Het gevolg moet zijn dat het licht van $V_2$, nadat het door $V_1$ gegaan is (altijd in de richting L, § 1), gedeeltelijk gepolariseerd is, op dezelfde wijze als het licht dat door $V_1$ wordt uitgezonden.

De proef heeft deze verwachting bevestigd. Ik voorzag den electromagneet thans van twee poolstukken met platte vertikale zijvlakken (hoogte 16 m. M., breedte in de richting der lijn L 48 m. M.) die 7.5 m. M. van elkander verwijderd waren. Bij een magnetiseerenden stroom van 23 Amp. zal de veldsterkte daartusschen ongeveer 13000 geweest zijn. Eene vrij hooge BUNSEN-vlam speelde door de tusschenruimte tusschen de polen en reikte, terwijl zij hier in de richting van L de halve breedte besloeg, nog tot een eind boven de poolstukken. De vlam werd dientengevolge niet, wegens haar diamagnetisme, uit de ruimte tusschen de polen weggedreven. Toch veranderde zij van vorm, terwijl ook de verdeeling van het Na-licht gewijzigd werd. De gele kleur vertoont zich niet in de onmiddellijke nabijheid van het ijzer; men ziet tusschen de poolstukken eene naar boven gerichte gele tong, die van de gele deelen der vlam boven de poolstukken door blauw licht gescheiden is. Wordt nu de electromagneet aangezet, dan wordt deze gele tong als 't ware naar beneden gedrukt, hetgeen soms zoo ver gaat dat de geheele ruimte tusschen de polen bijna blauw wordt. Door eene voldoende hoeveelheid keukenzout kan men althans in het onderste deel der tusschenruimte nog genoeg natriumlicht behouden.

Met den polariscoop zag ik nu door dat onderste deel naar de ronde opening in een diaphragma; achter die opening stond eene tweede BUNSEN-vlam met keukenzout. Daar de polariscoop ongeveer 1.2 M. van dit diaphragma verwijderd was, kon men de randen ervan tamelijk scherp zien; er werd voor gezorgd dat men naast de opening nog in een deel van het veld alleen de vlam $V_1$ zag.

In dit deel der vlam zag men nu, als de electromagneet werd aangezet, de interferentiestrepen te voorschijn komen, maar ik nam ook op het beeld der ronde opening strepen waar, die de in het begin dezer § besproken partieele polarisatie bewezen.

Dat men hierbij te doen had met eene partieele polarisatie van het *van $V_2$ afkomstige* licht, bleek duidelijk, wanneer door eene genoegzame lichtsterkte van $V_2$ de ronde opening veel helderder gezien werd dan de daarnaastliggende deelen van $V_1$; de strepen op de opening waren dan ook veel duidelijker dan die er naast. Zelfs gelukte het de eerstgenoemde strepen te zien, wanneer door de bovenvermelde werking de hoeveelheid natrium in de voorste vlam zoo klein was geworden dat men daarin, als $V_2$ werd weggenomen, nauwelijks strepen kon waarnemen.

Dat de verticale trillingen de overhand hadden boven de horizontale bleek nu verder uit den stand der in 't licht van $V_2$ waargenomen strepen met betrekking tot het snijpunt der kruisdraden of wel hieruit dat de donkere strepen op de ronde opening in het verlengde liepen van die welke men daarnaast op de vlam $V_1$ zag. [1])

§ 5. Intusschen werden niet altijd deze verschijnselen verkregen. Onder sommige omstandigheden bleek door een der twee zoo even genoemde hulpmiddelen dat het licht van $V_2$ na den doorgang door $V_1$ wel particel gepolariseerd was, maar dat juist de horizontale trillingen de overhand hadden boven de verticale. Dit verschijnsel moet m. i. worden geweten aan het feit dat het licht van $V_2$ niet volkomen homogeen is. Komen daarin trillingen voor, wier perioden een interval beslaan, ruimer dan dat van $T-\tau$ tot $T+\tau$, zou dus de spectraallijn der achterste vlam zoo breed zijn, dat zij het geheele triplet der voorste kon bedekken, dan zullen klaarblijkelijk zoowel de deeltjes $A_1$ als de deeltjes $A_3$ in $V_1$ aan de absorptie blijven deelnemen en daar zich nu wat de verticale trillingen betreft de absorptie doet gevoelen bij *twee* lichtsoorten en wat de horizontale

[1]) Dr. ZEEMAN was zoo vriendelijk, mij mede te deelen dat hij deze waarnemingen met goed gevolg herhaald heeft.

aangaat slechts bij *één*, zal wel de totale absorptie van de eerstgenoemde trillingen meer kunnen bedragen dan van de tweede. Ik heb dit „omgekeerde" verschijnsel niet uitvoerig bestudeerd, maar toch een paar waarnemingen gedaan, die voor de gegeven verklaring pleiten ; het bleek nl. dat het verschijnsel verkregen wordt wanneer men de veldsterkte verkleint en de temperatuur der achterste vlam verhoogt. Het eerste brengt de componenten van het triplet dichter bij elkander, het laatste maakt de spectraallijn der achterste vlam breeder. Als voorbeeld moge dienen dat ik, toen de afstand der poolstukken tot 14 m. M. vergroot was, de strepen veel flauwer zag, maar nog in den stand ten opzichte van het dradenkruis, dien zij bij de vorige proeven hadden ; het verschijnsel werd toen echter „omgekeerd", wanneer men de achterste vlam verving door eene lichtgas-zuurstofvlam met keukenzout. Toen ik de eerste maal, gewapend met den eenvoudigen in § 1 genoemden polariscoop van SAVART, door de BUNSEN-vlam die in 't magnetisch veld stond naar zulk eene lichtgas-zuurstofvlam zag, stonden de strepen op deze laatste niet in 't verlengde van, maar afwisselend met de strepen op het daarnaast waargenomen beeld van $V_1$.

Dat ook de niet volkomen homogeniteit van het licht van $V_1$ van invloed moet zijn, zoowel bij de proeven met twee vlammen, als bij die met $V_1$ alleen, behoeft geen betoog. EGOROFF en GEORGIEWSKY hebben dan ook gevonden dat de partieele polarisatie in tamelijk hooge mate van de temperatuur der vlam afhankelijk is.

Eindelijk rijst nu de vraag, of *alle* door deze natuurkundigen, ook met andere lichtbronnen (electrische vonken), genomen proeven op de aangegeven wijze verklaard kunnen worden. Dit kan ik niet beslissen, maar wel pleit voor mijne verklaring hunne mededeeling, dat de partieele polarisatie het best gezien wordt bij die spectraallijnen die het gemakkelijkst worden omgekeerd ; immers, de daaraan beantwoordende lichtsoorten moeten die zijn, bij welke om eene of andere reden de absorptie zich het meest doet gevoelen.

Is het licht waarmede men werkt niet homogeen genoeg, dan zal ook bij de proeven van ZEEMAN over de wijziging der spectraallijnen de door de veranderde trillingstijden gewijzigde absorptie eene rol kunnen spelen. Het is niet onwaarschijnlijk dat zoo iets in het spel is geweest bij de tamelijk ingewikkelde veranderingen der Na-lijnen, die LODGE heeft beschreven.

§ 6. *Nadere beschouwing van de beweging der ionen in het magnetisch veld.* Zij het veld homogeen en constant; de magnetische kracht $\mathfrak{H}$ hebbe de richting der $z$-as. Wij kiezen den oorsprong

van coördinaten in den evenwichtsstand van het beschouwde ioon.

Zij $m$ de massa, $e$ de electrische lading, $-m\,a^2\,r$ de veerkracht bij de uitwijking $r$.

Dan zijn de bewegingsvergelijkingen, als men

$$\frac{e\mathfrak{H}}{m} = b$$

stelt

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a^2\,x + b\,\frac{dy}{dt}\ ,\ \frac{d^2y}{dt^2} = -a^2\,y - b\,\frac{dx}{dt}\ ,\ \frac{d^2z}{dt^2} = -a^2\,z.$$

De algemeene oplossing hiervan is

$$x = C_1\ cos\ (n_1\,t + p_1) + C_3\ cos\ (n_3\,t + p_3),$$

$$y = -C_1\ sin\ (n_1\,t + p_1) + C_3\ sin\ (n_3\,t + p_3),$$

$$z = C_2\ cos\ (a\,t + p_2),$$

waarin

$$n_1 = \tfrac{1}{2}\,b + \sqrt{a^2 + \tfrac{1}{4}\,b^2}\quad ,\quad n_3 = -\tfrac{1}{2}\,b + \sqrt{a^2 + \tfrac{1}{4}\,b^2}$$

is.

De notatie is, wat de indices 1, 2 en 3 betreft, in overeenstemming met de vroeger gebezigde.

In alle bereikbare magnetische velden is, zooals de waarnemingen leeren, $\frac{a}{b}$ eene zeer kleine breuk. Verwaarloost men de tweede macht daarvan, dan verkrijgt men

$$n_1 = a + \tfrac{1}{2}\,b\quad ,\quad n_3 = a - \tfrac{1}{2}\,b,$$

waaruit gemakkelijk de in § 2 voor $r$ opgegeven waarde wordt afgeleid.

Laat de beginwaarden, op den tijd $t = 0$, van $x, y, z$ zijn $\alpha, \beta, \gamma$, en die van de snelheden $u, v, w$. Dan vindt men, de integratieconstanten $C$ en $p$ bepalende,

$$C_1{}^2 = \tfrac{1}{4}\left(1 - \frac{b}{a}\right)(\alpha^2 + \beta^2) - \left(1 - \frac{b}{2a}\right)\frac{\alpha v - \beta u}{2a} + \frac{u^2 + v^2}{4a^2},$$

$$C_3{}^2 = \tfrac{1}{4}\left(1 + \frac{b}{a}\right)(\alpha^2 + \beta^2) + \left(1 + \frac{b}{2a}\right)\frac{\alpha v - \beta u}{2a} + \frac{u^2 + v^2}{4a^2},$$

$$C_2{}^2 = \gamma^2 + \frac{w^2}{a^2}\,.$$

Elk der drie door de indices 1, 2 en 3 aangewezen deelen geeft aanleiding tot eene lichtbeweging langs L. Daar nu de cirkelbewegingen 1 en 3 ontbonden kunnen worden in rechtlijnige trillingen langs L en verticale eveneens rechtlijnige trillingen, en bij de straling langs L alleen de laatste in aanmerking komen, mag men de drie intensiteiten evenredig stellen met $C_1^2$, $C_2^2$ en $C_3^2$, [1]) en dus de totale intensiteiten, die wij vroeger $I_1$, $I_2$, $I_3$ noemden, evenredig met $\Sigma\, C_1^2$, $\Sigma\, C_2^2$, $\Sigma\, C_3^2$, waarbij het somteeken betrekking heeft op alle molekulen die tot de emissie bijdragen.

Was nu op den tijd $t = 0$ de magnetische kracht eensklaps ontstaan, zonder eene plotselinge verandering in de snelheden te brengen, dan zouden, in de verschillende deeltjes, de verplaatsingen $(\alpha, \beta, \gamma)$ en de snelheden $(u, v, w)$, onafhankelijk van elkander, alle mogelijke richtingen hebben. Daaruit zou dan volgen

$$\Sigma\,(\alpha\, v - \beta\, u) = 0,$$

$$\Sigma\, \alpha^2 = \Sigma\, \beta^2 = \Sigma\, \gamma^2,$$

$$\Sigma\, u^2 = \Sigma\, v^2 = \Sigma\, w^2,$$

en dus

$$\Sigma\, C_1^2 = \tfrac{1}{2}\left(1 - \frac{b}{a}\right)\Sigma\, \gamma^2 + \frac{1}{2\, a^2}\,\Sigma\, w^2,$$

$$\Sigma\, C_2^2 = \Sigma\, \gamma^2 + \frac{1}{a^2}\,\Sigma\, w^2.$$

§ 7. Intusschen werd zooeven het vraagstuk niet goed gesteld. De magnetische kracht kan niet *plotseling* ontstaan, en terwijl zij geleidelijk aangroeit werken op de ionen krachten („inductiekrachten"), waarmede in het bovenstaande geene rekening werd gehouden.

Om de zaak niet te ingewikkeld te maken onderstel ik dat het electromagnetisch veld symmetrisch rondom de $z$-as is, in dier voege dat de magnetische krachtlijnen alle in vlakken liggen, die door de as gaan en dat in elk dezer vlakken de verdeeling der magnetische kracht dezelfde is. De $z$-as zelve is ook eene krachtlijn. Uit de vergelijkingen van het electromagnetisch veld volgt dat dan ook de dielectrische verplaatsing in den aether symmetrisch rondom de $z$-as verdeeld is, en wel zoo, dat zij overal loodrecht staat op de zoo even

[1]) Wegens het kleine verschil tusschen de perioden mogen wij afzien van de omstandigheid dat de subjectieve lichtsterkte bij verschillende lichtsoorten niet dezelfde functie van de amplitudo is.

genoemde vlakken. In de onmiddellijke nabijheid der $z$-as zijn hare componenten

$$\mathfrak{d}_x = \frac{1}{8\pi V^2} y \, \mathfrak{H}_z \quad , \quad \mathfrak{d}_y = -\frac{1}{8\pi V^2} x \, \dot{\mathfrak{H}}_z \quad , \quad \mathfrak{d}_z = 0 \, .$$

Met $\mathfrak{H}$ wordt hier, en in het vervolg, de magnetische kracht op de $z$-as zelve bedoeld; verder is alles in het electromagnetische maatstelsel uitgedrukt, terwijl $V$ de snelheid van het licht voorstelt.

Ik had bij dit alles het electromagnetisch veld op het oog, zooals het zou zijn, wanneer er in de vlam geene ionen waren. Ik onderstel dat van de wijzigingen, die de ionen zelf in het veld brengen, mag worden afgezien, en dat dus voor de kracht die een ioon met de snelheid $\mathfrak{v}$ ondervindt mag worden geschreven [1])

$$e \, [\mathfrak{v} \, . \, \mathfrak{H}] + 4 \, \pi \, V^2 \, e \, \mathfrak{d}.$$

Ligt nu de evenwichtsstand van het ioon in den oorsprong [2]) en neemt men de kleine waarden der uitwijkingen $x$, $y$, $z$ in aanmerking, dan vindt men voor de twee eerste bewegingsvergelijkingen

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a^2 x + b \frac{dy}{dt} + \tfrac{1}{2} \frac{db}{dt} y, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -a^2 y - b \frac{dx}{dt} - \tfrac{1}{2} \frac{db}{dt} x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

Wij zullen ons thans voorstellen dat de grootheid $b = \frac{e \, \mathfrak{H}_z}{m}$ tot op den tijd $t = 0$ de waarde 0 heeft, en dat zij dan gedurende een tijdsverloop $\vartheta$ tot de later standvastig blijvende waarde b aangroeit. Tot op $t = 0$ toe kan men de beweging van het ioon in het $x \, y$-vlak splitsen in twee circulaire bewegingen

$$x_1 = C_1 \cos(a \, t + p_1) \cdot y_1 = -C_1 \sin(a \, t + p_1) \cdot \quad \ldots \ldots (6)$$

en

$$x_3 = C_3 \cos(a \, t + p_3), \, y_3 = C_3 \sin(a \, t + p_3) \quad \ldots \ldots (7)$$

Wij hebben nu te onderzoeken wat uit elke dezer bewegingen na den tijd $\vartheta$ geworden is.

---

[1]) Zie b.v. mijn „Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern", p. 21.

[2]) Wij mogen wel aannemen dat de uitkomsten der volgende beschouwingen ook doorgaan voor deeltjes buiten de as van het veld.

Daarbij kunnen wij ons van twee uit (4) en (5) afgeleide vergelijkingen bedienen. De eene verkrijgt men door (4) met $y$, (5) met $x$ te vermenigvuldigen, af te trekken, en vervolgens naar $t$ te integreeren. De andere door evenzoo te handelen, nadat men (4) met $\frac{dx}{dt}$, en (5) met $\frac{dy}{dt}$ heeft vermenigvuldigd en de vergelijkingen bij elkaar heeft opgeteld. Men vindt aldus, als men onder $K$ eene integratieconstante verstaat,

$$y\frac{dx}{dt} - x\frac{dy}{dt} = \tfrac{1}{2}\, b\,(x^2 + y^2) + K \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,. \quad (8)$$

en

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = -\,a^2\,(x^2 + y^2) + K\,b + \tfrac{1}{2}\int b\,\frac{db}{dt}\,(x^2 + y^2)\,dt \,. \quad (9)$$

Bij de afleiding der laatste vergelijking is de waarde van $y\frac{dx}{dt} - x\frac{dy}{dt}$ uit de eerste gesubstitueerd.

§ 8. Laat nu vóór $t = 0$ alleen de beweging (6) bestaan. De beweging die hieruit na den tijd $t = \vartheta$ ontstaan is kan in elk geval voorgesteld worden in den vorm (verg. § 6)

$$\left.\begin{aligned} x &= D_1 \cos(n_1\, t + q_1) + E_3 \cos(n_3\, t + r_3), \\ y &= -\,D_1 \sin(n_1\, t + q_1) + E_3 \sin(n_3\, t + r_3). \end{aligned}\right\} \,.\,.\,.\,.\,. \quad (10)$$

Door nu de vergelijking (8) eerst op een oogenblik *vóór* en dan op een oogenblik *na* het beschouwde interval toe te passen en de verkregen formules van elkander af te trekken, en evenzoo met (9) te werk te gaan, nadat men hierin de uit (8) voortvloeiende waarde van $K$ gesubstitueerd heeft, verkrijgt men, de waarden van $n_1$ en $n_3$ in aanmerking nemende

$$D_1^2\,(n_1 - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{b}) - E_3^2\,(n_3 + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{b}) = a\,C_1^2,$$

$$D_1^2\,(n_1^2 + a^2) + E_3^2\,(n_3^2 + a^2) = 2\,a^2\,C_1^2 + a\,\mathrm{b}\,C_1^2 + \\ + \tfrac{1}{2}\int_0^{\vartheta} b\,\frac{db}{dt}\,(x^2 + y^2)\,dt.$$

Daar $x^2 + y^2$ niet veel van $C_1^2$ zal afwijken, is de laatste term ongeveer $\frac{1}{4}\,\mathrm{b}^2\,C_1^2$; wij zullen er dus voor schrijven $\varepsilon\,\mathrm{b}^2\,C_1^2$, waarbij dan $\varepsilon$ weinig van $\frac{1}{4}$ verschilt.

Wij kunnen thans $D_1^2$ en $E_3^2$ oplossen en vinden

$$D_1^2 + E_3^2 = \frac{2\,a^2 + \varepsilon\,b^2}{2\,a^2 + \frac{1}{2}\,b^2}\,C_1^2$$

en

$$D_1^2 - E_3^2 = \frac{a}{2\,a^2 + \frac{1}{2}\,b^2}\,C_1^2.$$

Hieruit volgt dat $D_1$ van $C_1$ verschilt met een bedrag van de orde $\frac{b^2}{a^2}\,C_1$, en dat $E_3$ van de orde $\frac{b}{a}\,C_1$ is.

Onderstelt men nu dat op dezelfde wijze uit de beweging (7) ontstaat

$$\left.\begin{aligned} x &= E_1\,cos\,(n_1\,t + r_1) + D_3\,cos\,(n_3\,t + q_3), \\ y &= -\,E_1\,sin\,(n_1\,t + r_1) + D_3\,sin\,(n_3\,t + q_3), \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (11)$$

dan vindt men dat $E_1$ van de orde $\frac{b}{a}\,C_3$ is, terwijl het verschil tusschen $D_3$ en $C_3$ van de orde $\frac{b^2}{a^2}\,C_3$ is.

Bestaan nu eindelijk de bewegingen (6) en (7) gelijktijdig, dan hebben wij (10) en (11) met elkander samen te stellen. De uitkomst kan gebracht worden in den vorm

$$x = C_1'\,cos\,(n_1\,t + s_1) + C_3'\,cos\,(n_3\,t + s_3),$$

$$y = -\,C_1'\,sin\,(n_1\,t + s_1) + C_3'\,sin\,(n_3\,t + s_3),$$

waarin de beweging met de amplitudo $C'_1$ ontstaat uit de trillingen met de amplitudines $D_1$ en $E_1$, en de beweging met de amplitudo $C'_3$ uit die met de amplitudines $D_3$ en $E_3$.

Daar wij de phasen niet konden berekenen kunnen wij $C_1'$ en $C_3'$ niet geheel aangeven, maar wel volgt uit het bovenstaande dat deze amplitudines slechts met grootheden van de orde $\frac{b}{a}$ van $C_1$ en $C_3$ verschillen, en dat dus ook de waarden van $I_1$ en $I_3$ na den tijd $\vartheta$, welke waarden door $\Sigma\,C_1'^2$ en $\Sigma\,C_3'^2$ (§ 6) bepaald worden, van de oorspronkelijke waarden, die $= \frac{1}{2}\,I_2$ waren, niet meer afwijken dan in § 2 gezegd is.

§ 9. *Theorie van het medetrillen en de absorptie.* De in § 3 besproken absorptie geschiedt natuurlijk aldus dat door de lichtstra-

len die van de achterste deelen der vlam uitgaan periodieke krachten op de ionen in het voorste deel worden uitgeoefend; daardoor kan de trillingstoestand van deze worden versterkt, maar op deze of gene wijze, door een of anderen „weerstand", wordt de meerdere energie die de ionen verkrijgen, in warmte omgezet.

Den weerstand kan men zich zoo voorstellen dat een molekuul gedurende een zekeren tijd $t$ (veel langer dan de trillingstijd) buiten den invloed van andere trilt, maar dan bij eene botsing het gewonnen arbeidsvermogen weder verliest. Overeenkomstig dit denkbeeld zullen wij nagaan, hoe de beweging van een ioon door de bedoelde periodieke kracht gewijzigd wordt, en den arbeid der kracht gedurende een groot aantal trillingen als de maat beschouwen voor de hoeveelheid arbeidsvermogen, die in warmte wordt omgezet.

Wij beschouwen de stralen die in de richting L van het achterste deel der vlam uitgaan en tot de *eerste* component van het triplet behooren. Ten gevolge van deze stralen zal op een ioon in het voorste deel der vlam eene verticale kracht werken, die door

$$m\,k\cos n_1 t$$

kan worden voorgesteld. De bewegingsvergelijkingen van dit ioon worden dientengevolge, als wij de $x$-as verticaal kiezen,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a^2x + b\frac{dy}{dt} + k\cos n_1 t, \quad \dots\dots\dots \quad (12)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -a^2y - b\frac{dx}{dt}. \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (13)$$

De algemeene oplossing hiervan is

$$x = \frac{kt}{4\sqrt{a^2+\frac{1}{4}b^2}}\sin n_1 t - \frac{k}{2bn_1}\cos n_1 t + C_1\cos(n_1t+p_1) + C_3\cos(n_3t+p_3),$$

$$y = \frac{kt}{4\sqrt{a^2+\frac{1}{4}b^2}}\cos n_1 t - C_1\sin(n_1t+p_1) + C_3\sin(n_3t+p_3).$$

De gezochte arbeid gedurende het interval van 0 tot $t$ is

$$A = \int_0^t k\cos n_1 t.\frac{dx}{dt}\,dt.$$

14*

Is nu $t$ maar groot genoeg, dan overweegt in $\frac{dx}{dt}$ de term

$$\frac{k\, n_1\, t}{4\sqrt{a^2 + \frac{1}{4} b^2}} \cos n_1 t$$

boven alle andere.

Ten naaste bij is dan

$$A = \frac{k^2\, n_1}{4\sqrt{a^2 + \frac{1}{4} b^2}} \int_o^t t \cos^2 n_1 t\, dt \ ,$$

of, met eene nieuwe verwaarloozing,

$$A = \frac{1}{16} k^2 t^2.$$

Bestond het magnetisch veld niet, dan zou men in plaats van (12) hebben

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -a^2 x + k \cos at.$$

De oplossing hiervan is

$$x = \frac{kt}{2a} \sin a\, t + C \cos (a\, t + p)$$

en op dezelfde wijze als boven vindt men voor den arbeid

$$A' = \frac{1}{8} k^2 t^2.$$

Tot een dergelijk verschil tusschen $A$ en $A'$ komt men ook wanneer men de werkelijke weerstanden door eene wrijving, evenredig met de snelheid, vervangt, en dus in (12) en (13) de termen

$$-c \frac{dx}{dt} \quad \text{en} \quad -c \frac{dy}{dt}$$

invoert, daarbij $c$ veel kleiner dan $b$ onderstellende.

Door eene synthetische behandeling, waarvoor hier de plaats ontbreekt, kan men de theorie in een vorm brengen, die zich aansluit aan de in § 3 gegeven voorstelling.

**Natuurkunde.** — De Heer VAN DER WAALS spreekt: „*Over de grafische voorstelling van evenwichten door middel van de ζ functie*".

Voor een mengsel van twee verschillende stoffen kunnen de voorwaarden voor de evenwichtsverschijnselen bij gegeven temperatuur het natuurlijkst gevonden worden, door gebruik te maken van de eigenschappen der $\psi$ functie. Wordt de waarde van $\psi$ uitgedrukt als afhankelijk van volume en samenstelling, dan is zij een zoogenoemde karakteristieke functie, en zijn dus hare partieele differentiaalquotienten en bekende combinaties daarvan voldoende om de andere thermodynamische grootheden te doen kennen. De bijzonderheid, dat de $\psi$ dan eenwaardig is, en dat de meetkundige voorstelling dus slechts tot één continue verloopend blad voert, is de hoofdreden, dat zij verkozen moet worden boven elke andere mogelijke functie, die voor kwestiën van evenwicht zouden kunnen dienen. In mijne Théorie Mol. Arch. Neerl. XXIV heb ik er mij dan ook van bediend, evenwel eerst na mij de vraag gesteld te hebben of de functie $\zeta = \psi + pV$ niet misschien nog gemakkelijker tot het doel zou voeren. De functie $\zeta$, uitgedrukt in temperatuur, druk en samenstelling van het mengsel is evenzeer een karakteristieke functie en kan dus ook dienen om de voorwaarden van het evenwicht te vinden. In sommige opzichten biedt zij zelfs voordeelen aan boven het gebruik der $\psi$ functie. Bij gegeven $\tau$ en $p$ n.l. wordt de waarde van $\zeta$ bij een mengsel van twee stoffen niet door een oppervlak maar door een lijn voorgesteld. Bij evenwicht van twee phasen naast elkander worden die phasen niet bepaald door dubbelrakende platte vlakken, maar door een dubbelraaklijn. Laat men den druk veranderen dan ontstaat weder een oppervlak, waarbij de verschillende coëxisteerende phasen door de meetkundige plaats gevonden worden van de punten, waarin zulke dubbelraaklijnen de verschillende doorsneden raken, welke loodrecht op de $p$-as getrokken worden. Er is echter ook een groot nadeel aan het gebruik der $\zeta$-functie verbonden — en wel dat voor elke homogene phase in het algemeen de waarde van $\zeta$ een drievoudige is zooals in fig. 1 mijner Théor. Mol. is geteekend.

Bij een meetkundige voorstelling der waarde van $\zeta$ voor een gegeven mengsel, zelfs als temperatuur en drukking gegeven is, verkrijgen wij in het algemeen drie punten. Bij veranderlijke samenstelling van een mengsel van 2 stoffen, dus drie lijnen en bij een mengsel van 3 stoffen een oppervlak dat uit 3 bladen bestaat. Die drie punten bestaan voor elk mengsel dat bij de gegeven tempera-

tuur en onder den gegeven druk in damp- en vloeistof-toestand kan voorkomen. Daarvan ligt het punt, dat tot den labielen toestand behoort het hoogst; of het punt dat onderaan ligt tot den gastoestand behoort, of tot den vloeistoftoestand hangt van den druk af. Er is steeds een druk, waarbij zij samenvallen. Boven dien druk ligt het punt voor den vloeistoftoestand onder, en omgekeerd. Bij een onsplitsbare stof noemt men den druk, waarbij deze punten samenvallen „maximum-spanning of druk van den verzadigden damp". Bij een mengsel heeft die drukking wel de zelfde meetkundige maar niet de zelfde physische eigenschappen. Wij kunnen ze dus daarbij niet den zelfden naam geven, en zullen ze „coïncidentiedrukking" noemen.

Stel nu in de eerste plaats, dat bij een mengsel van 3 stoffen de drukking zoo gekozen wordt, dat zij voor alle mogelijke samenstellingen hooger dan de coïncidentiedrukking is. Dan zijn de drie bladen die de waarde van $\zeta$ aangeven over hun geheele uitgestrektheid gescheiden. Daar voor evenwicht bij gegeven druk en temperatuur de waarde van $\zeta$ een minimum moet zijn, hebben wij alleen te doen met het onderste blad, en zijn dus ook alleen de eigenschappen van het vloeistofblad beslissend. Is dit overal convex, dan is slechts één homogene vloeistofphase mogelijk; bij andere vormen kunnen of twee of drie vloeistofphasen coëxisteeren, die dan bepaald worden door de punten waarin een zelfde plat vlak het blad aanraakt. En dikwijls zal het dan mogelijk zijn uit de eigenschappen, die de 3 stoffen twee aan twee vertoonen te besluiten tot de verschijnselen bij het bijeenbrengen van alle drie, — of meetkundig gesproken: uit de eigenschappen, die het vloeistofblad aan de randen vertoont kan dikwijls besloten worden tot eigenschappen van het geheele blad.

Denken wij nu in de tweede plaats, dat de drukking, waarbij men de mogelijke evenwichten wil nagaan, kleiner is dan den coïncidentiedruk van een willekeurig mengsel, wat zeker het geval is, zoodra de gekozen druk kleiner is dan de maximumspanning van een der samenstellende stoffen, dan is het niet meer waar, dat over de geheele uitgestrektheid het vloeistofblad het onderste der 3 bladen is, waaruit het $\zeta$-oppervlak bestaat. Voor al die samenstellingen, waarvoor de gekozen druk kleiner is dan de coïncidentiedruk, ligt het dampblad onder het vloeistofblad. Daar nu, als het $\zeta$-oppervlak bij vaststaande waarden van $r$ en $p$ geconstrueerd is, het evenwicht wordt gevonden door raakvlakken aan te brengen, of aan een zelfde blad, of aan verschillende bladen, is ook evenwicht mogelijk tusschen damp- en vloeistofphasen. Bij veranderlijke waarde van $p$ verandert èn de gedaante van het vloeistofblad èn de betrekkelijke ligging van het dampblad ten opzichte van het vloeistofblad. Verwaarloost

men bij de dampphase de afwijkingen van de wetten der volkomen gassen, dan is de vorm van het dampblad onveranderlijk. Voor een homogene phase toch is bij standvastige $r$ de waarde van $d$ gelijk $\zeta$ aan $V dp$. In den gasvorm is voor een molekulaire hoeveelheid $V$ onafhankelijk van den aard der molekulen, en dus van alle mengsels evengroot. In den vloeistoftoestand is $V$ veranderlijk en dus bij toenemende waarde van $p$ wordt elk punt van het $\zeta$ oppervlak niet evenveel naar boven geschoven. Daar staat tegenover dat dan ook $V dp$ klein geacht kan worden, en dat dus bij verandering van $p$ de gedaante van het vloeistofblad slechts weinig verandert. Zoolang de druk zoodanig is, dat het dampblad zich beneden het vloeistofblad vertoont, zijn al die vloeistofmengsels, wier samenstellingen punten opleveren binnen den omtrek gelegen van de doorsnede der beide bladen, alleen door vertragingsverschijnselen te verwezenlijken. Maar niet alleen is dit het geval met genoemde punten; het geldt n.l. voor alle punten gelegen binnen den omtrek van de meetkundige plaats, die men op het vloeistofblad afteekent, als men een raakvlak laat rollen, tegelijk rakende aan vloeistof- en dampblad. Van de mogelijke evenwichten, tot welker bestaan men zou besluiten uit de eigenschappen van het vloeistofblad alleen, vallen er dus in het algemeen meerdere weg. Zoo kan een connodale lijn worden afgebroken — een plooipunt kan wegvallen.

Een bijzonder geval heeft men als de druk zoo gekozen is, dat het dampblad juist raakt aan het drievoudig raakvlak van het vloeistofblad — een toestand die onmiddellijk verwezenlijkt is, als men in een ledige ruimte een zoodanig mengsel brengt, dat behalve de drie niet volkomen mengbare vloeistoffen nog damp aanwezig is. Ligt het raakpunt van het dampblad in dat geval binnen den driehoek, welke gevormd wordt door de raakpunten der vloeistofphasen, dan is de besproken bijzondere druk tegelijk de grootste druk waarbij nog damp aanwezig zijn kan. Ligt het daarentegen buiten den driehoek, dan kan de druk opgevoerd worden tot de hoogste maximumspanning van de drie samenstellende stoffen.

Mocht de temperatuur en de drukking zoo gekozen zijn, dat ook de vaste toestand, hetzij van een of meer der samenstellende stoffen, hetzij van bepaalde verbindingen dier stoffen, mogelijk is, dan moeten aan het $\zeta$-oppervlak voor vloeistof en gas, nog nieuwe punten worden toegevoegd, die als toppen van omhullingskegels dienst moeten doen [1]).

[1]) Zie o.a. F. A. H. Schreinemakers, Zeitschrift Ph. Ch. XXIII, pag. 656 fig. 3. In deze teekening komt echter in dit opzicht een onnauwkeurigheid voor, n.l. de lijn $aMm$ behoort bij het punt $M$ een discontinuiteit te vertoonen. De tak $aM$ is een

De hierboven beschreven constructie en de gebezigde eigenschappen van het $\zeta$-vlak volgen rechtstreeks uit het evenwichtsprincipe in den volgenden vorm: Een stof schikt zich onder gegeven druk en bij gegeven temperatuur zoodanig, dat de gezamenlijke waarde van $\zeta$ zoo klein mogelijk wordt.

Hebben wij een mengsel van drie stoffen, en stellen wij het aantal molekulen door $1-x-y$, $x$ en $y$ voor, dan is $\zeta$ alleen veranderlijk met $x$ en $y$. De waarde van $\zeta$ heeft dan den volgenden vorm:

$$\zeta = MRT\{(1-x-y)\log(1-x-y) + x\log x + y\log y\} +$$
$$+ pV - MRT\log(V-b_{xy}) - \frac{a_{xy}}{V} + Ax + By + C$$

De grootheid $V$ moet gedacht worden uitgedrukt te zijn in $p$, $T$, $x$ en $y$. In het algemeen is zij zoodanig van $p$ afhankelijk dat zij driewaardig is, vandaar de hiervoren genoemde drie bladen van $\zeta$. De waarden van $\zeta$ zijn alleen bestaanbaar voor punten binnen den rechthoekigen driehoek gelegen, die door de $X$-as en de $Y$-as gevormd wordt en door een lijn als hypothenuse, die van genoemde assen stukken gelijk aan de eenheid afsnijdt. Uit het evenwichtsprincipe volgt dan, dat $\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_y$ en $\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_x$ door de geheele ruimte heen gelijke waarden moeten hebben. Evenzoo $\zeta - x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_y - y\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_x$. De voorwaarden van stabiliteit zijn $\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}$ en $\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\right)^2$ positief. Elk blad heeft aan zijn grenzen, d.w.z. boven den omtrek van het grondvlak een vertikaal raakvlak, maar bij hoogere temperaturen en bij behoorlijken druk (kritische omstandigheden) kunnen boven een gedeelte van het grondvlak de drie bladen samengevallen zijn. Elke vertikale doorsnede van het vloeistofblad, zoolang dit als afzonderlijk blad bestaat, begint en eindigt met de bolle zijde naar beneden, en kan of geen of twee buigpunten vertoonen. Zijn in vloeistoftoestand de drie samenstellende stoffen $A$, $B$ en $C$ volkomen mengbaar dan is het vloeistofblad overal convex-convex. Is $A$ en $B$ en $A$ en $C$ volkomen mengbaar, maar niet $B$ en $C$ dan vertoont zich een plooi, die zeker een plooipunt op het blad moet bezitten. Is alleen $A$ en $B$ volkomen mengbaar, dan scheidt de plooi het oppervlak in twee convex-convexe deelen, die niet meer samenhangen, en als ook $A$ en $B$ niet volkomen mengbaar zijn, in drie zulke gedeelten. Wat bij het $\psi$-vlak voor een mengsel van twee stoffen voorkomt, kan

deel der connodale lijn van het vloeistofblad en $Mm$ is een deel van den omhullingskegel.

bijna geheel op dit $\zeta$-vloeistofblad voor een mengsel van drie stoffen worden overgedragen. Het blijft echter nog een open vraag of ook de gevallen kunnen voorkomen, dat een plooi zich in twee plooien splitst, en dat op het blad een geheel gesloten plooi voorkomt, die dan twee plooipunten bezitten moet. Op het $\psi$-vlak liet zich dit vooraf voorspellen.

Ook uit de eigenschappen der $\psi$-functie kunnen de hierboven gevonden regels voor de $\zeta$-functie worden afgeleid. Zal er evenwicht zijn dan moet $\frac{\partial\psi}{\partial V}$, $\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_V$, $\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_V$ en $\psi - V\frac{\partial\psi}{\partial V} - x\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_V - y\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_V$ door de geheele ruimte constant zijn [1]). En de voorwaarde van stabiliteit is

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}(\delta V)^2 + \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}(\delta x)^2 + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}(\delta y)^2 + 2\frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial x}\delta V\delta x + 2\frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial y}\delta V\delta y + 2\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y}\delta x\delta y > 0.$$

Daar

$$-\frac{\partial\psi}{\partial V} = p,\ \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_V = \left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_p,\ \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_V = \left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_p$$

is, vinden wij ook

$$\psi - V\frac{\partial\psi}{\partial V} - x\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_V - y\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_V = \zeta - x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_p - y\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_p$$

De voorwaarden van evenwicht zijn dus teruggevonden, alleen wordt door het gebruik der $\psi$-functie nog afgeleid, wat het gebruik der $\zeta$-functie als bekend onderstelt, dat de druk door de geheele ruimte gelijk moet zijn, ten minste bij afwezigheid van uitwendige krachten.

De voorwaarde van stabiliteit kan men aldus schrijven

$$\frac{1}{\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}}\left\{\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}\delta V + \frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial x}\delta x + \frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial x}\delta y\right\}^2 + \left\{\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial x}\right)^2}{\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}}\right\}\delta x^2 + \left\{\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} - \frac{\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial y}\right)^2}{\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}}\right\}\delta y^2 + 2\left\{\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} - \frac{\frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial x}\frac{\partial^2\psi}{\partial V\partial y}}{\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}}\right\}\delta x\,\delta y > 0$$

[1]) Zie Arch. Neerl. XXIV.

Deze voorwaarde wordt korter aldus:

$$\frac{1}{\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}}(-\delta p)^2+\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\right)_p\delta x^2+\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right)_p\delta y^2+2\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\right)_p\delta x\,\delta y>0$$

of

$$\frac{(\delta p)^2}{\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}}+\frac{\left[\delta\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)\right]^2}{\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}}+(\partial y)^2\left\{\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}-\frac{\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\right)^2}{\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}}\right\}>0$$

Voor veranderingen, waarbij $p$ constant gehouden wordt, komen wij op de vorige voorwaarden van stabiliteit terug — terwijl daarenboven blijkt, dat $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}$ mede positief zijn moet, wat bij het gebruik der $\zeta$-functie bekend ondersteld wordt.

Verandert men den druk of de temperatuur, dan wordt het $\zeta$-vlak gewijzigd, en verandert ook de gedaante der plooi op het vloeistofblad — zoodat ook de projectie der connodale lijn een verandering ondergaat. De differentiaalvergelijking, die de eigenschappen dezer wijziging leert, kan onder de volgende gedaante geschreven worden:

$$V_{21}\,dp=\frac{W_{21}\,d\tau}{\tau}+\left\{(x_2-x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1^2}+(y_2-y_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\,\partial y_1}\right\}dx_1+$$

$$+\left\{(x_2-x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\,\partial y_1}+(y_2-y_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial y_1^2}\right\}dy_1 \quad . \quad (1)$$

De beteekenis van de grootheden $V_{21}$ en $W_{21}$, die in deze vergelijking voorkomen, is de volgende: $V_{21}$ stelt voor de volumevermindering, die tot stand komt, als een molekulaire hoeveelheid van uit de tweede phase in de eerste overgaat, daarbij ondersteld dat de eerste phase in zoo groote hoeveelheid voorhanden is, dat de concentratie daarbij niet verandert, — en $W_{21}$ stelt voor de hoeveelheid warmte, die bij dien overgang vrij komt.

De vergelijking (1) kan aldus worden afgeleid: men heeft nl.

$$d\varepsilon=\tau\,d\eta-p\,dV+\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)_{\eta Vy}dx+\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}\right)_{\eta Vx}dy$$

$$d\psi=-\eta\,d\tau-p\,dV+\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{\tau Vy}dx+\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_{\tau Vx}dy$$

$$d\zeta=-\eta\,d\tau+V\,dp+\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{\tau py}dx+\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_{\tau px}dy \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

De laatste dezer vergelijkingen leert met welk bedrag de grootheid $\zeta$ verandert voor onveranderde waarde van $x$ en $y$ als of $p$, of $\tau$, of beiden veranderen.

Verder leiden wij uit (2) af:

$$\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial p}\right)_{\tau y}=\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{p\tau y},\quad \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y\,\partial p}\right)_{\tau x}=\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{p\tau y}.$$

$$\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial \tau}\right)_{py}=-\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_{py\tau} \text{ en } \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y\,\partial \tau}\right)_{px}=-\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)_{px\tau}.$$

Uit

$$\zeta = M_1\,\mu_1\,(1-x-y)+M_2\,\mu_2\,x+M_3\,\mu_3\,y$$

of

$$\zeta = M_1\,\mu_1 + x\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{yp\tau}+y\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_{xp\tau}$$

vinden wij

$$d\zeta = d\,M_1\,\mu_1 + x\,d\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{yp\tau}+y\,d\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_{xp\tau}+\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{yp\tau}dx+\left(\frac{\partial\zeta}{dy}\right)_{xp\tau}dy$$

Verbinden wij deze laatste vergelijking met (2), dan verkrijgen wij:

$$V\,dp=\eta\,d\tau+d\,M_1\,\mu_1+x\,d\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{yp\tau}+y\,d\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_{xp\tau}\quad . \quad . \quad (3)$$

Nu is

$$d\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{yp\tau}=\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\,dx+\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\,dy+\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial p}\,dp+\frac{\partial^2\zeta}{\partial y\,\partial \tau}\,d\tau$$

of

$$d\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{yp\tau}=\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\,dx+\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\,dy+\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{yp\tau}dp-\left(\frac{\partial\eta}{\partial x}\right)_{py\tau}d\tau$$

Evenzoo vindt men:

$$d\left(\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)_{yp\tau}=\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\,dx+\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\,dy+\frac{\partial V}{\partial y}\,dp-\frac{\partial\eta}{\partial y}\,d\tau$$

Heeft men nu een paar phasen, die naast elkander in evenwicht bestaan onder den druk $p$ en de temperatuur $\tau$, waarvoor dus ook $\frac{\partial\zeta}{\partial x}$ en $\frac{\partial\zeta}{\partial y}$ gelijk zijn, en een ander paar phasen, die onder verander-

den druk en veranderde temperatuur coëxisteeren, dan geldt zoowel

$$V_1\, dp = \eta_1\, d\tau + dM_1\, \mu_1 + x_1\, d\frac{\partial\zeta}{\partial x_1} + y_1\, d\frac{\partial\zeta}{dy_1}$$

als

$$V_2\, dp = \eta_2\, d\tau + dM_1\, \mu_1 + x_2\, d\frac{\partial\zeta}{\partial x_1} + y_2\, d\frac{\partial\zeta}{\partial y_1}$$

of

$$(V_2 - V_1)\, dp = (\eta_2 - \eta_1)\, d\tau + (x_2 - x_1)\, d\frac{\partial\zeta}{\partial x_1} + (y_2 - y_1)\, d\frac{\partial\zeta}{\partial y_1}$$

Ontwikkelt men $d\frac{\partial\zeta}{\partial x_1}$ en $d\frac{\partial\zeta}{\partial y_1}$, dan verkrijgt men:

$$\left[V_2 - V_1 - (x_2 - x_1)\frac{\partial V_1}{\partial x_1} - (y_2 - y_1)\frac{\partial V_1}{\partial y_1}\right] dp =$$

$$= \left[\eta_2 - \eta_1 - (x_2 - x_1)\frac{\partial\eta_1}{\partial x_1} - (y_2 - y_1)\frac{\partial\eta_1}{\partial y_1}\right] d\tau +$$

$$+ \left[(x_2 - x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1^2} + (y_2 - y_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\, dy_1}\right] dx_1 +$$

$$+ \left[(x_2 - x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\, \partial y_1} + (y_2 - x_1)\frac{\partial_2\zeta}{\partial y_1^2}\right] dy_1,$$

wat onder den vorm van (1) geschreven kan worden.

Stellen wij $dp$ en $d\tau$ gelijk 0, dan vinden wij als differentiaalvergelijking der connodale lijn:

$$\left[(x_2 - x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1^2} + (y_2 - y_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\, \partial y_1}\right] dx_1 +$$

$$+ \left[(x_2 - x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\, \partial y_1} + (y_2 - y_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial y_1^2}\right] dy_1 = 0$$

Het verband tusschen de richting van de lijn, die de node's 1 en 2 verbindt, en de richting der connodale lijn in het punt 1 [1]) kan aldus worden aangegeven. Denken wij de ellips

[1]) Een dergelijk verband is het eerst door Korteweg opgemerkt (Arch. Neerl. T. XXIV, pag. 295).

$$\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}x^2 + \frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}y^2 + 2\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}xy = 1$$

trekken wij daarin een lijn volgens de eene dier richtingen, dan is de andere dier richtingen de aan die lijn geconjugeerde.

Stellen wij $dr$ gelijk 0, dan geeft

$$V_{21}\,dp = \left\{(x_2 - x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1{}^2} + (y_2 - y_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\partial y_1}\right\}dx_1 + $$
$$+ \left\{(x_2 - x_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1\,\partial y_1} + (y_2 - y_1)\frac{\partial^2\zeta}{\partial y_1{}^2}\right\}dy_1$$

een middel om te vinden hoe bij toenemenden druk een connodale lijn zich verplaatst. Wordt $dx_1$ en $dy_1$ langs de connodale lijn gekozen, dan is $dp = 0$ ; voor waarden van $dx_1$ en $dy_1$, die naar punten voeren, welke aan de eene zijde dier lijn liggen, zal $dp$ positief zijn, en omgekeerd. Kiezen wij $dx_1$ en $dy_1$ zoo, dat wij naar een punt gaan, liggende in de lijn der node's, dus zoo dat $\frac{dx_1}{x_2 - x_1} = \frac{dy_1}{y_2 - y_2}$ dan wordt $V_{21}\,dp$ positief, daar voor alle waarden van $\varphi$ de uitdrukking

$$\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\cos^2\varphi + \frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\cos^2\varphi + 2\frac{\partial^2\zeta}{\partial x\,\partial y}\cos\varphi\ \sin\varphi > 0.$$

Dit geldt natuurlijk ook voor de andere node.

In geval dus van $V_{21} > 0$, zal bij toenemenden druk de connodale lijn zich verplaatsen naar mengsels, die onder den geringeren druk zich nog splitsen. Mocht ook $V_{12} > 0$ zijn, dan kan er dus gesproken worden van een ineenkrimpen van het heterogene gebied. Was daarentegen $V_{12} > 0$, met behoud der onderstelling $V_{21} > 0$ dan zou er gesproken kunnen worden van een verschuiving van het heterogene gebied. Is daarentegen $V_{21} < 0$ en $V_{12} < 0$ dan zal bij vermeerderden druk het heterogene gebied zich verruimen. Beide gevallen zullen, ten minste voor een gedeelte van het gebied kunnen voorkomen.

In de nabijheid van het plooipunt heeft echter $V_{12}$ en $V_{21}$ steeds hetzelfde teeken. In het plooipunt zelf is deze uitdrukking wel gelijk nul, maar er is toch geen overgang van positief tot negatief. De uitdrukking $V_{21}$ kan, als $x_2 - x_1$ en $y_2 - y_1$ zeer klein zijn, geschre-

ven worden gelijk aan

$$\frac{1}{2}\left\{(x_2-x_1)^2\frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2}+2(x_2-x_1)(y_2-y_1)\frac{\partial^2 V}{\partial x_1\partial y_1}+(y_2-y_1)^2\frac{\partial^2 V}{\partial y_1^1}\right\}$$

Liggen nu de punten $P_1$ en $P_2$ ter weerszijde van het plooipunt, zoo dicht bijeen dat aan $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$ enz. de waarde kan toegekend worden, die deze grootheden in het plooipunt zelf hebben, dan blijkt dat $V_{12}$, dat uit $V_{21}$ ontstaat door indexverwisseling, evengroot als $V_{21}$ is. Dus bij het plooipunt komt niet voor het geval dat hierboven *verschuiving* van het heterogene gebied is genoemd. Mocht dus ver van het plooipunt toch verschuiving voorkomen, dan moeten connodale lijnen tot verschillenden druk behoorende elkander snijden, en een enveloppe bezitten. Dit zal alleen kunnen geschieden in punten, waarin de grootheid $V_{21}$ of $V_{12}$ gelijk nul is en van teeken verandert. [1])

Houdt men $p$ standvastig en stelt men $\tau$ veranderlijk, dan gelden dergelijke beschouwingen voor de beweging en vervorming der connodale lijn, alleen met dit onderscheid, dat de invloed van vermeerderden druk en verhoogde temperatuur tegengesteld is, als $V_{21}$ en $W_{21}$ gelijk teeken hebben. Is dus $W_{21}$ en $W_{12}$ beide positief dan zal bij verhoogde $\tau$ het heterogene gebied zich verruimen.

Het is licht in te zien, dat zoowel wat over den invloed der drukking, als wat over den invloed der temperatuur is opgemerkt, in overeenstemming is met de algemeene regels, die reeds door Gibbs gegeven zijn over den zin, waarin zich het evenwicht verschuift, als men druk of temperatuur verandert. Heeft men bijv. een homogene phase en daarnaast de coëxisteerende in zeer kleine hoeveelheid; bij verhooging van druk verschuift zich het evenwicht naar die zijde, die met verkleining van volume gepaard gaat. Is er dus een positieve volumevermindering bij menging, dan zal verhoogde drukking de menging tot stand brengen, en het evenwicht zich dus verschuiven in de richting naar de tweede phase. Bij verhooging van temperatuur verschuift zich het evenwicht in die richting, welke warmte eischt. Eischt de menging warmte, is dus $W_{21}$ negatief, dan zal bij toenemen van $\tau$ zich evenzeer het evenwicht verschuiven in de richting der tweede phase.

[1]) Denkt men voor alle waarden van $x$ en $y$ bij gegeven druk en bij gegeven temperatuur $V$ als ordinaat, dan stelt $V_{21}$ het bedrag voor, dat $V_2$ grooter is dan de ordinaat van het punt 2 van het raakvlak in het punt 1 aangebracht.

**Scheikunde.** — De Heer HOOGEWERFF doet, namens den Heer BEHRENS eene mededeeling „over eenige microchemische reacties" en biedt daarover een opstel aan voor het Verslag der Vergadering, getiteld: *„Mittheilungen über einige Mikrochemische Reaktionen"*.

1. *Nachweis von Perchlorsäure.*

Im Mai 1896 gab ich als Mittel für mikrochemischen Nachweis von Perchlorat in Chilesalpeter die Ueberführung in Rubidiumperchlorat und Färbung der Kryställchen von Rubidiumperchlorat durch Kaliumpermanganat an, das *vor* dem Rubidiumchlorid zugesetzt wird. Durch Herrn VAN BREUKELENVEEN, Assistent im chem. Laboratorium der Polyt. Schule, wurde dies Verfahren im Sommer 1897 weiter ausgearbeitet und von genügender Zuverlässigkeit und Empfindlichkeit befunden. Versuche, die ich um dieselbe Zeit anstellte, um zu ermitteln, ob die Entstehung rother Mischkrystalle auch zu einer Reaktion auf Permangansäure verwerthet werden könne, gaben ungünstige Resultate. Die Abscheidung von Permanganat aus verdünnten Lösungen durch Zusatz von Perchloraten fiel durchaus unbefriedigend aus, auch nach mehrmaligem Auskrystallisiren rother Mischkrystalle enthielt die letzte Mutterlage noch eine beträchtliche Menge von Permanganat. Bei dem Auswaschen der Mischkrystalle mit einer kalt gesättigten Lösung von Perchlorat lief die Waschflüssigkeit nach kurzer Zeit farblos ab. Diese Beobachtung führte zu dem Versuch, Mischkrystalle von $KMnO_4$ und $KClO_4$ in eine reichliche Menge einer gesättigten Auflösung des letzteren Salzes zu bringen, einen Theil nach sorgfältigem Absaugen zu trocknen. Nach vier Wochen erschien die Flüssigkeit farblos, die darin liegenden Krystalle unverändert; auch unter dem Mikroskop zeigten sie gleichmässige Färbung und waren von Krystallen der trocken bewahrten Probe nicht zu unterscheiden. Die gesättigte Lösung von Kaliumperchlorat, welche das Dreifache des in den Krystallen vorhandenen Permanganats hätte aufnehmen können, war also nicht im Stande gewesen, aus den *Mischkrystallen* das Kaliumpermanganat auszuziehen.

---

2. Ganz anders ist es mit der Ansammlung von *Chromsäure* in Mischkrystallen von $Ag_2CrO_4$ und $Ag_2SO_4$ bestellt, die ich bereits bei früherer Gelegenheit für den Nachweis löslicher Chromate empfohlen habe. Eine verdünnte Lösung von Kaliumbichromat kann durch einmaligen Zusatz von verdünnter Schwefelsäure und Silbernitrat entfärbt werden. Aus der Mutterlauge wurden ausserordentlich schwach gefärbte Krystalle erhalten, es war also fast alle anwesende

Chromsäure durch die erste Krystallisation aufgenommen, und zwar als *normales* Silberchromat, trotz der Anwesenheit einer beträchtlichen Menge freier Schwefelsäure, welche die Bildung von Dichromat begünstigte. Setzt man Chromsäure zu einer verdünnten Lösung von Silbersulfat, so fallen dunkelrothe Nadeln und Blättchen von Silberdichromat aus, reibt man diese mit ein wenig Wasser und der vierfachen Menge Silbersulfat zu einem gleichförmigen Brei, so zeigt dieser abgeblasst die Färbung des Silberdichromats und unter dem Mikroskop sieht man die beiden Silberverbindungen neben einander. Bei etwa 60° geht die Farbe schnell in bräunliches Roth über, die Krystallkörner sind homogen geworden und die dazwischen befindliche farblose Flüssigkeit enthält freie Schwefelsäure. Erwärmt man nach reichlichem Zusatz von Wasser bis zu vollständiger Lösung, so setzen sich unter dem Erkalten Krystalle von Silberdichromat ab, dann folgen Mischkrystalle von $Ag_2CrO_4$ und $Ag_2SO_4$. Aus diesen Beobachtungen kann man folgern, dass zunächst in heissem Wasser Hydrolyse von Silberdichromat statt hat, dass die abgespaltene Chromsäure aus dem Silbersulfat Schwefelsäure frei macht und dass das normale Silberchromat sogleich in Mischkrystallen festgelegt und der Einwirkung der Schwefelsäure entzogen wird. Verzögert man durch Zusatz von Wasser und stärkeres Erwärmen die Krystallisation des Silbersulfats, so gelangt die Schwefelsäure zur Wirkung: es scheidet sich Silberdichromat aus bis zu dem Augenblick, wo mit fortschreitender Abkühlung die Krystallisation des Silbersulfats beginnt. Durch einen Zusatz von Salpetersäure kann die Ausscheidung von Silberdichromat verhindert werden. Was hierbei vorgeht sieht man am besten, wenn eine solche Lösung in einem flachen Uhrglase concentrirt und dann heiss unter das Mikroskop gebracht wird. War nicht zu viel Chromsäure zugegen, so sieht man zunächst einen weissen Saum, der ausschliesslich aus Krystallen von Silbersulfat zusammengesetzt ist, die in hoher Temperatur entstanden sind. Unter dem Erkalten sieht man gelbe, dann orangefarbene, zuletzt rothe Mischkrystalle entstehen. Offenbar wird bei diesem Versuch das Silberdichromat in hoher Temperatur vollständig zersetzt, so dass am Rande reines Silbersulfat auskrystallisiren kann, mit dem Sinken der Temperatur bildet sich Silberchromat in zunehmender Menge, das sogleich in Mischkrystallen festgelegt und vor Umwandlung in Silberdichromat geschützt wird. Wie weit dieser Schutz geht, zeigte sich an einem Präparat, das unbedeckt zur Seite gelegt wurde. Nach zehn Tagen waren die Mischkrystalle unverändert, und doch musste die Schwefelsäure in der Mutterlauge während dieser Zeit eine beträchtliche Concentration erreicht haben.

Um zu ermitteln, ob man hier mit Undurchdringbarkeit von Krystallen für gesättigte Lösungen derselben krystallisirbaren Substanz zu thun habe, wurden farblose Krystalle mit farbigen Einschlüssen herangezogen. In heissem Wasser wurden zunächst Mischkrystalle von $KMnO_4$ und $KClO_4$ bis zur Sättigung gelöst, sodann, ebenfalls bis zur Sättigung, Kaliumchlorat. Nach langsamem Erkalten fanden sich grosse farblose Tafeln mit zahlreichen rothen Einschlüssen. Sie wurden mit kalt gesättigter Lösung von Kaliumchlorat abgespült und in eine reichliche Menge dieser Lösung gebracht, die mehrmals erneuert wurde. Nach zwei Tagen waren einzelne der Einschlüsse, nach vier Tagen waren alle verschwunden. Von Undurchdringlichkeit schlechthin kann hiernach nicht die Rede sein, es muss eine andere Erklärung für das Verhalten der Mischkrystalle gesucht werden. Bis auf weiteres kann man annehmen, dass die Diffusion bei dem letztbeschriebenen Versuch in den Fugen zwischen grösseren Gruppen von Molekülen, den Subindividuen, vor sich ging, die auch bei der Bildung von Aetzfiguren betheiligt sind.

3. *Nachweis freier Schwefelsäure.*

Eine brauchbare Mikroreaction auf *freie* Schwefelsäure wurde zu Anfang dieses Jahres im Laufe einer Untersuchung über Herapathite gefunden. Die Angabe von JÖRGENSEN, dass in normalem Chininherapathit auf 1 Mol. Chinin 2 Mol. Schwefelsäure kommen, erwies sich als richtig, ebenso seine Angabe, dass bei der Bildung dieser Verbindung neben Jod auch Jodwasserstoff betheiligt ist. Aus einer Lösung von Chininchlorhydrat schlage man durch ein Uebermass von Jod-Jodkaliumlösung theerähnliches Chininperjodid nieder, wasche dies gut aus, vertheile es mittelst Alkohol auf einigen Objectträgern zu einer dünnen gelben Firnislage und bringe nach dem Verdunsten des Alkohols Wassertropfen darauf. In einen der Tropfen bringe man normales Chininsulfat und ein Tröpfchen verdünnte Schwefelsäure, in den zweiten Jodkalium und Chininsulfat, in den dritten Jodkalium, verdünnte Schwefelsäure und Chininsulfat. In den beiden ersten Tropfen entsteht nur eine geringe Trübung, in dem dritten bilden sich sehr bald dünne rautenförmige Blättchen und Spiesse von Chininherapathit mit prächtigem Dichroismus von farblos zu carminroth, an dickeren Blättchen von blass olivengrün zu schwarz. Setzt man statt Schwefelsäure andere Säuren zu, so kommen die Blättchen von Herapathit langsamer zum Vorschein, mit Salzsäure nach 2—3 Minuten, mit Essigsäure nach einer halben Stunde. Man hat hier

ein vortreffliches Mittel, um zu zeigen, dass auch schwächere Säuren Schwefelsäure in Freiheit zu setzen vermögen. Nimmt man statt des normalen Chininsulfats Chininchlorhydrat, so wird *nur* freie Schwefelsäure angezeigt. Die Blättchen von Herapathit erscheinen langsamer und weniger reichlich als bei Anwendung von Chininsulfat, doch ist die Empfindlichkeit noch vollkommen ausreichend. Die Methode lässt nur insofern zu wünschen übrig, als dafür die Objectträger mit Chininperjodid präparirt werden müssen. Man kann diese Vorarbeit in folgender Weise umgehen. Auf einem Objectträger zieht man einen Wassertropfen zu einem Streifen aus der dreimal so lang als breit ist und bringt behutsam an das eine Ende ein Körnchen Chininchlorhydrat und ein wenig der auf freie Schwefelsäure zu untersuchenden Flüssigkeit, an das andere ein Tröpfchen Jod-Jodkaliumlösung, so dass die Vermischung langsamer Diffusion überlassen bleibt. Die Reaktion erfolgt langsam ($^1/_2$ bis $1^1/_2$ Stunden), aber sehr sicher; um das Verdunsten von Wasser und Jod zu verhindern bedeckt man den Tropfen mit einem kleinen Uhrglas. Es braucht kaum gesagt zu werden, dass dies Verfahren mit einer kleinen Abänderung auch für das Aufsuchen und die Identificirung von Chinin vortreffliche Dienste leisten kann.

—

4. *Nachweis von freiem Ammoniak.*

Es liegt nahe, hierfur die ausserordentlich empfindliche Reaction heranzuziehen, welche auf der Bildung von Ammonium-Magnesiumphosphat beruht, es hält indessen schwer, die Anwendung von Ammoniaksalzen bei Herstellung des Reagens zu umgehen. Mit Anwendung von Palladochlorid als Reagens gelangt man zu einer Reaction, die allerdings weniger empfindlich, dafür aber von dem eben erwähnten Übelstand frei ist. Man hat sich vor Übermass des Reagens und vor freier Säure zu hüten, man fügt deshalb ein wenig NaOH zu, bis eine schwache Trübung von Palladohydroxyd entsteht, welche nicht schadet. Kommt zu einer solchen Lösung Ammoniak, so bildet sich das Chlorid von Palladodiammonium, welches in farblosen Nadeln auskrystallisiren kann, aber meistens in Lösung bleibt. Wird nun Salzsäure bis zu stark saurer Reaction zugesetzt und gelinde erwärmt, so entstehen alsbald rechtwinklige bräunlich gelbe Rosetten von Palladosammoniumchlorid ($N_2H_6PdCl_2$), oft in auffallender Weise nach Art von Hobelspänen gerollt und gewunden. Mit dieser Reaction ist die Dissociation von Ammoniumsalzen sehr gut zur Anschauung zu bringen. Von Chlorammonium erhält man auch bei

Siedhitze keine Palladammoniumverbindungen, während die Spaltung von Ammoniumacetat schon bei 60° bemerklich wird.

5. *Nachweis freier Alkalien.*

Handelt es sich nur darum, die Anwesenheit von freiem Alkali festzustellen, so kann Bleichromat als Reagens dienen. In Ammoniak und in Lösungen von Kalium- und Natriumcarbonat geht es in orangefarbenes basisches Chromat über, von ätzenden Alkalien wird es aufgelöst. Aus der gelben Lösung schlägt Essigsäure ein gelbes Pulver von Chromat, Ammoniumcarbonat orangefarbige Kryställchen von basischem Chromat nieder. Für denselben Zweck können auch die Hydroxyde von Blei und Zinn verwendet werden.

Soll auch ausgemacht werden, ob Kalium- oder Natriumhydroxyd zugegen ist, so hat man nur die Wahl zwischen Antimonsäure und den Säuren des Columbits. Sie geben alle schwerlösliche und gut krystallisirende Natriumsalze, während ihre normalen Kaliumsalze verhältnissmässig leichtlöslich sind. Antimonsäure und Tantalsäure bleiben in Lösungen von Kalium- und Natriumcarbonat auch bei Siedhitze unverändert, dieser Vortheil wird indessen durch den Übelstand aufgewogen, dass beide eine Neigung haben, schwerlösliche saure Kaliumsalze zu bilden. *Niobsäure* löst sich leicht und vollständig in verdünnter Kalilauge. Kaliumsalze ändern hieran nichts, während Natriumsalze in der alkalischen Lösung die Bildung farbloser Nadeln und Stäbchen von Natriumniobat ($NaNbO_3 + 3H_2O$) veranlassen. Dies Verhalten lässt der Niobsäure den Vorzug geben, obwohl dieselbe in heissen Lösungen alkalischer Carbonate nicht ganz unlöslich ist. Niobsäure, die aus einer Lösung von Natriumniobat gefällt ist, pflegt natriumhaltig zu sein, sie muss durch Ausfällen aus einer Lösung in Kalilauge gereinigt werden. Auch hat man sich bei den Versuchen vor einem Uebermass des Reagens zu hüten, da dies zur Bildung von saurem Kaliumniobat führen würde, welches von minder Geübten und bei flüchtigem Besichtigen mit Natriumniobat verwechselt werden kann. Man erwärme bis zum Kochen, nöthigenfalls mit Zusatz von Wasser, und lasse auf dem Objecttisch erhalten. War nur KOH zugegen, so erhält man eine klare Lösung, in welcher um ein hineingesetztes Körnchen NaCl eine starke Krystallisation von Natriumniobat entsteht; war ausserdem NaOH zugegen, so ist das Gesichtsfeld mit Nadeln von Natriumniobat erfüllt, und die klar abgezogene Mutterlauge liefert mit NaCl wiederum starke Krystallbildung. Man lasse sich nicht durch vereinzelte Kryställchen täuschen, die auch aus Mutterlauge von reinem Natriumniobat durch Aussalzen erhalten werden können.

**Aardkunde**. — De Heer MARTIN doet eene mededeeling: „*Over de geologie der Molukken*", naar aanleiding van een door Spreker met ondersteuning van de Regeering uitgegeven werk: „Reisen in den Molukken, in Ambon, den Uliassern, Seran (Ceram) und Buru; geologischer Teil".

Uit zijne onderzoekingen is o. a. gebleken, dat het noordelijk schiereiland van Ambon, genaamd Hitoe, en de Oeliassers in hoofdzaak uit jongere eruptiefgesteenten zijn opgebouwd, terwijl op Ambon zelf nog een werkende vulkaan voorkomt, nl. de Wawani, die op 17 Febr. 1674 zijne laatste uitbarsting had. Als vanzelf rijst nu de vraag, met welke vulkaanreeks de Wawani in verband te brengen is, en hierbij valt het oog in de eerste plaats op het noordelijke Halmahera.

De voortzetting der vulkaanbergen van het genoemde eiland, waartoe o. a. de Gamma Koenòrra behoort, kan men in zuidelijke richting over Ternate, Tidore, Mareh, Motir en Makjan tot Batjan nagaan, maar verder zuidelijk was die tot nu toe niet aan te wijzen. Weliswaar meende WALLACE te mogen aannemen, dat een gedeelte van Boeroe, het westelijk Seran en de tusschen gelegen kleinere eilanden (Boeano, Kelang en Manipa) van vulkanischen oorsprong waren; maar sprekers onderzoekingen konden deze veronderstelling niet bevestigen. De Tomahoe, aan den Noordwesthoek van Boeroe, door den Engelschen natuuronderzoeker als een werkende vulkaan beschouwd, bleek uit kalksteen te bestaan, en het meer van Wakollo, in het binnenste gedeelte van hetzelfde eiland gelegen, heeft met een kratermeer, waarvoor het herhaaldelijk werd aangezien, niets te maken. Evenzeer ontbreekt iedere aanwijzing voor de existentie van vulkanen in het noordwestelijke Seran en op de nabijgelegen, kleinere eilanden.

Toch schijnt er een samenhang tusschen de vulkaanreeks van Halmahera en den Wawani op Ambon te bestaan; want het is zeer opmerkenswaard, dat in betrekkelijk zeer korten tijd de hieronder genoemde natuurverschijnselen, die alle door bijzondere hevigheid uitmuntten, op elkaar zijn gevolgd:

20 Mei 1673 had de Gamma Koenorra eene geweldige uitbarsting, waarbij een groot gedeelte van den berg werd weggeslingerd, terwijl de aschregen zich tot Mindanao uitstrekte.

12 Juli 1673 ondervond men op Ambon eene buitengewoon hevige aardbeving.

12 Aug. 1673 scheurde de Piek van Ternate aan de zuidzijde van onder tot boven uiteen.

17 Febr. 1674 werd de top van den Wawani weggeslingerd en aldaar een kratermeer gevormd.

Het is, alsof zich het uitgangspunt der geweldige explosiën langs eene N.—Z. loopende lijn, vanaf den Gamma Koenorra over de Piek van Ternate naar den Wawani, had verplaatst — zooals men dit ook bij de stootpunten eener aardbevingslijn veelvuldig heeft waargenomen. Bestaat er reden om aan te nemen, dat N.—Z. gerichte scheuren in dit gedeelte der aardkorst aanwezig zijn?

Terwijl de hoofdstrekking van Boeroe en Seran, evenals die der Noordkusten van genoemde eilanden, W.—O. is en ook de verbindingslijn tusschen de noordelijke Soela-eilanden en Misol hiermede samenvalt, is de strekking van Soela Besi N.—Z. en ligt de zuidhoek van dit eiland precies noordelijk van den Tomahoe op Boeroe. De kust van Boeroe is in overeenstemming hiermede zoowel in het Noordwesten als in het Oosten N.—Z. gericht, en dezelfde richting bemerkt men wederom in de algemeene strekking van het schiereiland Hoeamoeal, hetgeen hierdoor in sterke tegenstelling tegen het overige gedeelte van Seran komt. Eindelijk zoude de lijn, die de rechte voortzetting der van Halmahera tot Batjan zich uitstrekkende vulkaanreeks vormt, in de straat uitkomen, die zich tusschen Boeroe en Seran bevindt. Over 't algemeen wijst het relief in verband met de geologische opnemingen er op, dat in dit gedeelte der aardkorst een netwerk van zich kruisende scheuren voorkomt, die in hoofdzaak W.—O. en N.—Z. loopen, en wier tegenovergestelde richting bij de Soela-eilanden het meest in 't oog valt. Wellicht zijn de oostkust van Boeroe en de westkust van Hoeamoeal breukranden en is het ontstaan der tusschen gelegen straat door verzakking te verklaren.

Is deze opvatting juist, dan kan de oorzaak voor de verplaatsing der hierboven aangehaalde vulkanische uitbarstingen, van Halmahera over Ternate naar Ambon, in langer aanhoudende verschuivingen van gedeelten der aardkorst gelegen zijn. Zoodanige verschuivingen hebben dan ook werkelijk plaats gehad; zij zijn op de meest afdoende wijze bewezen door het feit, dat zeer jonge koraalkalken met duidelijke strandlijnen verre boven den tegenwoordigen zeespiegel zijn gelegen. Deze koraalkalken bevinden zich op het zuidelijke schiereiland van Ambon (Leitimor) 480 m., op het noordelijke (Hitoe) 237 m., op Saparoea 221 m. boven het niveau van den oceaan. Hier hebben dus belangrijke opheffingen plaats gehad; want het spreekt van zelf, dat eene zoo geweldige strandverschuiving niet met behulp der theorie van den veranderlijken stand van den zeespiegel kan verklaard worden. Zoowel deze opheffingen als de vulkanische uitbarstingen kunnen zoodoende op eenzelfde oorzaak worden terug-

gebracht, op scheurvorming en daarmede in verband staande verplaatsingen van gedeelten der aardschors.

Voor de rest wordt door den spreker op den inhoud der verhandeling gewezen en op de vroeger door hem in de Vergadering der Kon. Akad. gedane mededeeling (27 October 1894).

**Scheikunde.** — De Heer MULDER biedt voor de werken der Akademie aan, eene verhandeling getiteld: „*Over het peroxy-salpeterzuurzilver en een zilverbioxyde*" (4[de] Verhandeling).

**Natuurkunde.** — De Heer VAN DER WAALS, biedt voor het Verslag der Vergadering eene mededeeling aan, van Dr. D. F. TOLLENAAR, getiteld: „*Deflexie en Reflexie bij twee kathoden*".

De proefnemingen, welke ik in eene vorige mededeeling [1]) beschreef, kunnen voor bolle elektroden op eene, naar 't mij toeschijnt, vrij eenvoudige wijze verklaard worden.

*a.* Indien men twee bolvormige kathoden bezigt, dan ziet men, wanneer hare onderlinge afstand en de gasverdunning juist gekozen zijn, achter elke kathode twee heldere groene ringen: volgens GOLDSTEIN's regels der deflexie zou men hier slechts één ringsysteem verwacht hebben.

*b.* Bij verzwakking van een der kathoden bewegen de buitenste ringen zich op eene wijze, die in volkomen overeenstemming is met de voor deflexie-figuren door GOLDSTEIN gegeven regels. De binnenste ringen vertoonen echter een afwijkend gedrag: de verplaatsing van den binnensten ring aan den kant der sterkere kathode is lastig waar te nemen, die aan den kant der zwakkere kathode verplaatst zich echter in *tegengestelden* zin aan die, waarin hij zich zou bewogen hebben, indien hij een eenvoudig deflexie-figuur geweest ware.

*c.* In de buis zijn bij minder vergevorderde verdunning twee stellen van hyperboloïdische lichtvlakken te zien, welker snijding met den glaswand de beide bovengenoemde ringsystemen levert. Bij verzwakking van een der kathoden ziet men van de sterkere kathode zich zulk een hyperboloïdisch vlak losmaken, dat dan in de donkere ruimte zweeft; van de beide lichtvlakken op de zwakkere kathode verkrijgt het eene een wijdere, het andere een nauwere opening.

Dit waren in 't kort de verschijnselen, welke ik opmerkte. [2])

[1]) Verslag van de gew. verg. der Wis- en Natuurk. Afd. van 2 Jan. 1897.

[2]) Voor eene uitgebreidere beschrijving zie de vorige mededeeling.

De verklaring, welke ik voor de bovengenoemde verschijnselen vond, gaat uit van de veronderstelling, dat de kathodestralen bestaan uit negatief geladen ionen, welke van de kathode worden weggeworpen. Komen deze ionen in een zoodanig elektrisch veld, dat de elektrische kracht met de voortplantingsrichting der ionen niet samenvalt, dan zullen deze eene richtingsverandering ondergaan. Een dergelijk elektrisch veld vindt men in de buurt van eene andere kathode. Wanneer dus kathodestralen in de nabijheid eener andere kathode komen, zullen zij een richtingsverandering ondergaan; dit is de deflexie.

Schuster vond voor den potentiaal in de nabijheid eener kathode de formule $V = V_o\,(1 - e^{-kx})$, $V_o$ den potentiaal in de glimlichtlaag, $x$ den afstand tot de kathode voorstellende. Neemt men nu eens aan, dat wij een bolvormige kathode hebben met straal $a$, dan wordt de formule $V = V_o\,(1 - e^{-k\,(r-a)})$, als $r$ de afstand tot het middelpunt van den bol is.

Zij het middelpunt van den bol de oorsprong van ons coördinatenstelsel, en beschouwen wij een deeltje met massa $m$, negatieve elektriciteitslading $\epsilon$, snelheid $v$, zich voortbewegend in het $XY$-vlak. De bewegingsvergelijkingen voor dit deeltje worden nu, bij gebruik van poolcoördinaten:

$$1^0. \quad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = 2\,(U + E)$$

$$2^0. \quad r^2 \frac{d\varphi}{dt} = h$$

Hierin is $U$ = potentieele energie met omgekeerd teeken, $E = {}^1/_2\, v_o^2 - U_o$ = totale energie per eenheid van massa, $h$ is constant. De vergelijking der baan wordt:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{h}{r\sqrt{2\,(U + E)\,r^2 - h^2}}$$

Veronderstellen wij nu, dat het beschouwde deeltje een negatief ion is, evenwijdig aan de $X$-as afgezonden door een andere kathode, welker potentiaal wij evenals dien der deflecteerende kathode gelijk nul nemen (daar wij voor $V$ de formule van Schuster gebruiken), en die wij ons ver verwijderd denken. 't Deeltje heeft dan, wanneer het, om zoo te zeggen, in de werkingssfeer der deflecteerende kathode treedt, een snelheid, die nog evenwijdig aan de $X$-as is en welker grootte bepaald wordt door ${}^1/_2\, mv^2 = \epsilon V_0$, daar $V$ reeds op zeer kleinen afstand met groote benadering gelijk $V_0$ wordt. Komt het deeltje

van den kant der positieve $x$-en, dan wordt dus

$$h = r^2 \frac{d\varphi}{dt} = x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = y_0 \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m} V_0},$$

indien $y_0$ de waarde van $y$ is in 't aanvangspunt. Daar $U_0 = \frac{\varepsilon}{m} V_0$, wordt de vergelijking der baan:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{y_0}{r \sqrt{r^2 (1 - e^{-k(r-a)}) - y_0^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

Evenzoo vindt men voor de baan, die een ion beschrijft, uitgezonden vanuit een punt op de $X$-as, op afstand $b$ en onder een hoek $\theta_0$:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{b \sin \theta_0}{r \sqrt{r^2 (1 - e^{-k(r-a)}) - b^2 \sin^2 \theta_0}} \quad . \quad . \quad . \quad (B)$$

Vergelijking (A) zal bij variable $y_0$ de verandering van een evenwijdigen stralenbundel opleveren in de nabijheid eener bolvormige kathode; vergelijking (B) zal bij variable $\theta_0$ dit voor een uitzendenden bol doen.

De waarde van $k$ vindt men uit SCHUSTER's gegevens ongeveer gelijk 8, $a$ (de straal van den bol) was 0,5 cM. Maakt men dan voor $r$ tusschen 0,5 en 1 de waarden op voor $(1 - e^{-k(r-a)}) r^2$, dan ziet men, dat men hiervoor bij benadering $2(r-a)$ mag zetten.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $r =$ | 1. | 0.9 | 0.8 | 0.7 | 0.6 | 0.55 | 0.5 |
| $(1 - e^{-k(r-a)}) r^2 =$ | 0.982 | 0.777 | 0.582 | 0.391 | 0.198 | 0.099 | 0 |
| $2(r-a) =$ | 1. | 0.8 | 0.6 | 0.4 | 0.2 | 0.1 | 0. |

Vergelijking (A) wordt dan:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{y_0}{r \sqrt{2(r-a) - y_0^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A')$$

het minteeken heeft betrekking op den centripetalen, het plusteeken op den centrifugalen tak der baan.

Integreerend vindt men:

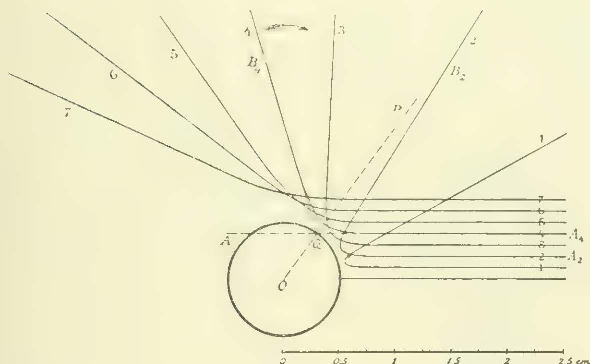
$$\varphi = \mp \frac{2 y_0}{\sqrt{2a + y_0^2}} \, Bg.\, tg. \sqrt{\frac{2(r-a) - y_0^2}{(2a + y_0^2)}} + C$$

Bij $r = 1$ is:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \mp \frac{y_0}{\sqrt{1 - \text{[illegible]} - y_0^2}};$$

indien de straal geheel evenwijdig aan de $X$-as ware gebleven, zou $\frac{d\varphi}{dr} = - \frac{y_0}{\sqrt{1 - y_0^2}}$ geweest zijn. Daar deze waarden echter weinig verschillen, nemen wij aan, dat de stralen tot $r = 1$ evenwijdig aan de $X$-as blijven. Hierdoor is 't dan mogelijk $C$ te vinden:

$$C = Bg.\ sin.\ y_0 + \frac{2\,y_0}{\sqrt{1 + y_0^2}}\, Bg.\ tg. \sqrt{\frac{1 - y_0^2}{1 + y_0^2}}$$




Aldus kan men de banen der stralen construeeren, zooals ik dit voor eenige in de hierbovenstaande figuur heb gedaan. Voor 't geval, dat de stralen uit een punt komen, behoeft men slechts in bovenstaande formules voor $y_0$ $b\,sin.\,\theta_0$ te zetten.

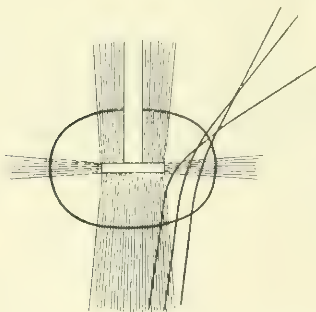
Wil men de grootte der richtingsverandering van een straal kennen, d.w.z. $\angle A'QB_4$, dan moet men de waarde van $\angle A_4QP$ zoeken, d.i. die waarde van $\varphi$, waarbij de baan haar pericentrum heeft. Dan is $\frac{d\varphi}{dr} = \infty$ en dus $\varphi = C$.

De richtingsverandering, de deflexie, is dus

$$D = \pi - 2\left(Bg.\ sin.\ y_0 + \frac{2\,y_0}{\sqrt{1 + y_0^2}}\, Bg.\ tg. \sqrt{\frac{1 - y_0^2}{1 + y_0^2}}\right).$$

Uit de algemeene formule voor $\frac{d\varphi}{dr}$ ziet men, dat de deflexie onafhankelijk is van de absolute waarde van de potentialen der kathode en van den aard van het gas, daar nòch $V_0$, nòch $\frac{\varepsilon}{m}$ erin optreden.

Beschouwt men de hierbovenstaande figuur, dan ziet men, dat de gedeflecteerde stralen elkander onderling snijden. Tot deze uitkomst was ik reeds gekomen ten gevolge van de waarnemingen van GOLDSTEIN, welke aantoonen, dat de deflexie zeer snel afneemt, naarmate de gedeflecteerd wordende straal op grooter afstand van de kathode verloopt. Dit toch zal ten gevolge moeten hebben, dat, indien een evenwijdige kathodestraalbundel langs eene kathode valt, die stralen, welke op een zekeren afstand en verder alle stralen, die op grooteren afstand er voorbijgaan, geen deflexie meer ondervinden, dus ongehinderd doorloopen, terwijl die stralen, welke er dichter voorbijstrijken, een afwijking ondergaan, m.a.w. achter de deflecteerende kathode zullen de stralen elkander onderling moeten snijden. Nevenstaande figuur is naar een fotografie geteekend, welke ik bij eene proefneming om dit aan te toonen, genomen heb. Drie kathodestraalbundeltjes in de nabijheid eener kathode komend, snijden elkaar op de aangegeven wijze. Deze wijze van onderlinge snijding is in overeenstemming met die, welke in de eerste figuur zichtbaar is. Maar tevens is het duidelijk, dat indien de opeenvolgende stralen elkander aldus snijden, deze een omhullende zullen hebben, waarvan de niet meer gedeflecteerd wordende stralen de asymptoten zullen vormen. In de eerste figuur ziet men deze omhullende, die een paraboloïdischen vorm zal hebben, reeds voor den dag komen. Bij divergeerende kathodestralen zullen deze omhullenden hyperboloïdisch van vorm worden. *De hyperboloïdische lichtvlakken bij mijne proefnemingen zijn de omhullenden der gedeflecteerde stralen.*



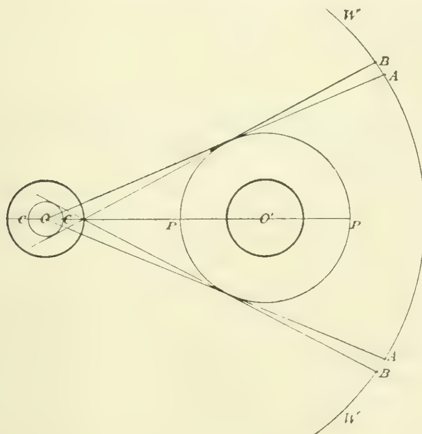
Op deze wijze zou men echter slechts één systeem van omhullenden, één systeem lichtvlakken, één systeem phosphorescentieringen verkrijgen. Maar beschouwt men nog eens de eerste figuur, dan

ziet men, dat stralen, zooals 1 en 2, zóó sterk gedeflecteerd worden, dat men geneigd is van reflexie te spreken. De bolvormige kathode in de figuur zichtbaar schijnt dus naar den kant der positieve $X$-as behalve hare eigen stralen nog andere te zenden, welke ik in het vervolg *gereflecteerde* stralen zal noemen. Hoewel hier van gewone lichtreflexie natuurlijk geen sprake is, en het verschijnsel zelf in den grond der zaak eigenlijk niets anders is dan een sterke deflexie, zoo meen ik toch, dat deze benaming geen onjuiste voorstelling zal veroorzaken, daar zij als 't ware een voorbeeld is van NEWTON's voorstelling der lichtreflexie.

De proefnemingen, welke ik verrichtte om deze reflexie der kathodestralen waar te nemen, toonden inderdaad deze ombuiging aan. [1])

De gereflecteerde stralen vormen nu als 't ware een nieuw stralensysteem, dat elk der twee kathoden naar elkander uitzendt. De verwachting, dat dit nieuwe, tweede stralensysteem aanleiding zal geven tot het tweede ringensysteem, ligt voor de hand. We zullen echter moeten zien, of dit nieuwe ringensysteem ten opzichte van het eerste zóó ligt als de proef dit heeft geleerd, d.w.z. of inderdaad dit ringensysteem het binnenste der beide systemen zal vormen.

Hiervoor moet men bedenken, dat de grens van een deflexievlak gevonden wordt, door de snijpunten van die stralen met den glaswand te zoeken, welke aan de werkingssfeer der deflecteerende kathode raken: deze toch zijn de asymptoten der bovengenoemde omhullende.




[1]) Een uitgebreidere beschrijving dezer proefnemingen vindt men in mijn proefschrift: Deflexie en Reflexie bij twee kathoden.

De rechtstreeksche stralen van de kathode $O$ (zie bovenst. fig.) zullen dus aan den kant van $O'$ een deflexiefiguur vertoonen, welker grenzen worden aangegeven door $AA$, indien $PP$ de werkingssfeer van $O'$ voorstelt. Wat zullen de grenzen echter zijn van de deflexiefiguur, gevormd door de door $O$ gereflecteerde stralen van $O'$? De gereflecteerde straal is op eenigszins grooten afstand (buiten de werkingssfeer der reflecteerende kathode) gegeven door $r\frac{d\varphi}{dr} = + \frac{h}{\sqrt{r^2-h^2}}$ (formule $B$), waarin $h = b \sin \theta_o$ ($b$ = de afstand van de middelpunten der bollen). Is nu $h = OC$, dan raakt het verlengde van den gereflecteerden straal den cirkel $CC$, want voor elke lijn, die dezen cirkel raakt, geldt $tg . \mu = r\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{h}{\sqrt{r^2-h^2}}$. De gereflecteerde straal, welke $PP$ raakt, moet dus eveneens $CC$ raken, en deze raking moet inwendig zijn, daar anders $\frac{d\varphi}{dr}$ negatief is, en wij hier met den centrifugalen tak, dus met het positieve teeken te doen hebben. Er ontstaat dus een nieuw deflexiefiguur $BB$, zooals de figuur dit aangeeft. Dit is in volkomen overeenstemming met de proefnemingen.

Zijn de bollen ver van elkander verwijderd, dan zal de $h$ van den straal, die aan $PP$ raakt, na gereflecteerd te zijn, zeer klein zijn: $AA$ en $BB$ liggen dan vlak bij elkaar. Bij nadering neemt de $h$ toe en zal $BB$ zich dus sneller bewegen dan $AA$. De proefnemingen zijn ook hiermede in overeenstemming. [1])

Tot dusver hebben wij de verschijnselen verklaard, welke zich voordoen, indien beide kathoden gelijk in sterkte zijn. We zullen nu nagaan, wat onze beschouwingswijze zegt omtrent het geval, dat een der kathoden sterker is.

Indien wij den potentiaal der uitzendende kathode niet meer gelijk nul, maar gelijk $P$ veronderstellen (dus zwakker kathodisch), dan wordt de vergelijking voor de baan van een uitgezonden deeltje

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{y_o\sqrt{1-\frac{P}{V_o}}}{r\sqrt{(1-e^{-k(r-a)})r^2 - \frac{P}{V_o}r^2 - y_o^2\left(1-\frac{P}{V_o}\right)}}$$

[1]) Zie vorige mededeeling.

Immers $U = \frac{\varepsilon}{m} V; E = {}^1/_2\, v_o^2 - U_o = {}^1/_2\, v_o^2 - \frac{\varepsilon}{m} V_o$. Daar nu ${}^1/_2\, v_o^2 = \frac{\varepsilon}{m}(V_o - P)$, wordt $E = -\frac{\varepsilon}{m} P$. Gemakkelijk berekent men weder $h$: $h = y_0 \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m} V_0 \left(1 - \frac{P}{V_0}\right)}$. Substitueert men deze waarden in: $d\varphi = \pm \frac{h\, dr}{r\sqrt{2(U+E)r^2 - h^2}}$, dan verkrijgt men bovenstaande vergelijking. Schrijft men haar aldus:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{y_0}{r\sqrt{r^2\left(1 - \frac{1}{1 - \frac{P}{V_0}} e^{-k(r-a)}\right) - y_0^2}},$$

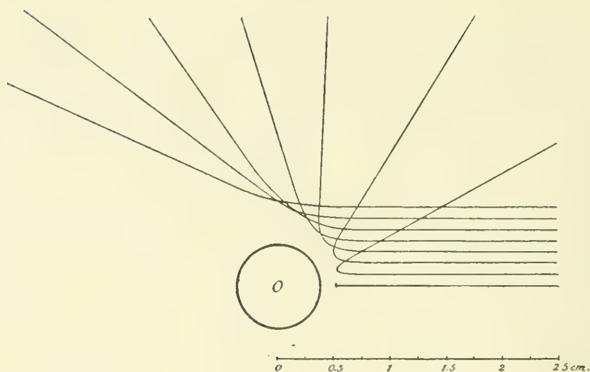
dan ziet men, dat de pericentra der banen nu verder van $O$ liggen, dan in het geval, toen de kathoden gelijk in sterkte waren. Dit wil dus zeggen, dat de omhullende, die toen de deflecteerende kathode in één punt raakte, zich van haar heeft losgemaakt en bij versterking der kathode zich van haar af beweegt. Op deze wijze wordt dus de in de donkere ruimte zwevende hyperbool verklaard. Schrijft men de bovenstaande vergelijking aldus:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \pm \frac{y_0}{r\sqrt{r^2\left(1 - e^{-k(r-a) - l_n\left(1 - \frac{P}{V_0}\right)}\right) - y_0^2}}$$

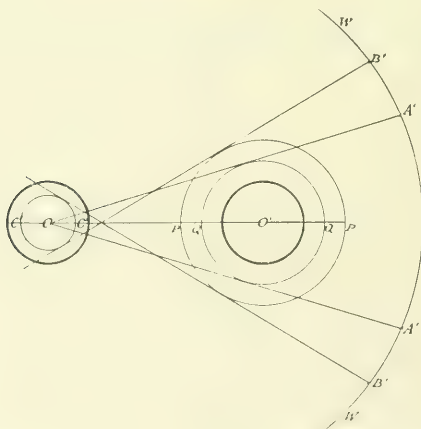
dan ziet men, indien men haar met (4) vergelijkt, dat zij dezelfde zijn, indien men slechts voor $a$ in vergelijking (4) in de plaats stelt

$$a' = a - \frac{1}{k} l_n \left(1 - \frac{P}{V_o}\right),$$

d. w. z. men verkrijgt dezelfde verandering in deflexie indien men den deflecteerenden bol grooter laat worden. De loop der stralen in fig. 1 is dus ook de loop der stralen, afkomstig van een kathode met potentiaal $P$ in de nabijheid eener bolvormige kathode, wier straal nu niet $= 0.5$ maar $= 0.5 + l_n\left(1 - \frac{P}{V_0}\right)$. Dit geeft onderstaand figuur weer, waar $P$ ongev. $= 0.12\ V_o$ is. Men ziet nu, hoe een deel der omhullende zich van de kathode heeft losgemaakt.




We zullen nu moeten zien, wat er met de deflexiefiguren $AA$ en $BB$ gebeurt bij verzwakking van $O'$. De werkingssfeer van $O'$ voor directe stralen van uit $O$ wordt nu kleiner, $QQ$, en het deflexievlak trekt zich samen tot een mikrovlak $A'A'$ (zie onderst. fig.). Voor




de gereflecteerde stralen blijft de werkingssfeer echter dezelfde. Immers, indien $O$ in dezelfde mate zwakker was geworden als $O'$, zou de werkingssfeer $PP$ ook voor de directe stralen van $O'$ dezelfde zijn gebleven, want de deflexiefiguren veranderen niet, wanneer

beide kathoden in dezelfde mate versterkt of verzwakt worden. Nu schijnt 't wel, alsof de gereflecteerde stralen van uit $O$, dus van een sterkere kathode, worden uitgezonden, maar in werkelijkheid zijn zij toch afkomstig van een kathode, die in dezelfde mate verzwakt is als $O'$ : $O'$ zelf immers zendt ze uit. Bleven de gereflecteerde stralen dus dezelfde richting behouden, dan zou de deflexiefiguur $BB$ zich in het geheel niet verplaatsen; maar de gereflecteerde stralen veranderen van loop, indien de reflecteerende kathode sterker wordt en wel zóó als in fig. 1 door een pijltje is aangeduid. Dit wil zeggen: Raakte eerst (bij gelijke sterkte der kathoden) bijv. straal 1 in fig. 1 de werkingssfeer $PP$, dan zal nú straal 2 dit doen, m. a. w. de straal, die nu $PP$ raakt, bezit een grootere $h$ dan die, welke dit in het vorige geval deed. Het cirkeltje $CC$ wordt dus grooter, wordt $C'C'$ en de deflexiefiguur $BB$ wordt $B'B'$, verplaatst zich dus in *tegengestelden* zin als de deflexiefiguur $AA$.

De verschijnselen bij verschillende sterkte der kathoden worden dus door onze beschouwingswijze volkomen verklaard, zoodat wij kunnen zeggen:

*De dubbele phosphorescentieringen zijn deflexiefiguren van rechtstreeksche en gereflecteerde stralen.*

Een enkel woord wensch ik nog over dit deflexievlak $B'B'$ te zeggen. Hoewel het zich bij verzwakking van $O'$ vergroot en zich dus in zijne phosphorescentie voordoet als een makrovlak, dient men er op te letten, dat het in den grond der zaak geen gewoon makrovlak is. Immers bij een makrovlak wordt de vergrooting van het deflexievlak veroorzaakt: primo, doordat de elektrische kracht in de buurt der sterkere kathode grooter is geworden, en secundo, doordat de aankomende stralen minder groote snelheid bezitten, dan bij gelijke sterkte der kathoden het geval was. Van geen dezer oorzaken is hier sprake. De eenige reden, dat dit deflexievlak zich vergroot is deze, dat de richting der opvallende stralen veranderd is. Hier zal dus ook geen sprake kunnen zijn van een loslaten der omhullende van de reflecteerende kathode, een verschijnsel, dat zich alleen bij een werkelijk makrovlak voordoet. Wat wij verwachten zouden is, dat de omhullende aan de kathode blijft raken, maar alleen van vorm verandert en wel zóó, dat hare asymptoten (dit zijn de raaklijnen $B$ en $B'$ in fig. 3 en 5) sterker gaan divergeeren. Zooals men ziet is dit juist dat, wat de proef leerde: alleen van de sterkere kathode maakte zich een lichtvlak los, op de zwakkere bleven de beide lichtvlakken rusten en veranderden alleen van vorm. Aan dit deflexievlak, hetwelk zich in zijne phosphorescentie als een makro-

vlak voordoet, maar inderdaad er geen is, heb ik den naam van *Pseudo-Makrovlak* gegeven.

In 't kort de uitkomsten resumeerende, waartoe onze beschouwingswijze ons gevoerd heeft en welke door de proefnemingen in allen deele bevestigd werden, kunnen wij dus zeggen:

1°. Achter de deflecteerende kathode snijden de kathodestralen elkander en geven aldus aanleiding tot een omhullend lichtvlak.

2°. Indien twee kathoden hare stralen naar elkander uitzenden, dan wordt een deel van de stralen der eene kathode zóó sterk door de andere gedeflecteerd, dat zij weder naar de uitzendende kathode worden teruggeworpen.

3°. Deze gereflecteerde stralen geven bij ieder der beide kathoden aanleiding tot een tweede omhullend lichtvlak en een overeenkomstig deflexiefiguur.

4°. Indien men beide kathoden verschillend in sterkte maakt, vergroot het deflexievlak, gevormd door deze gereflecteerde stralen, zich aan den kant der zwakkere kathode. Dit deflexievlak is echter geen gewoon GOLDSTEIN's makrovlak, maar verdient den naam van Pseudo makrovlak.

De vergadering wordt gesloten.

---

**(6 October 1897).**

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van Zaterdag 30 October 1897.**

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

---

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 237. — Mededeeling van den Heer J. C. KAPTEYN: „Over de snelheid, waarmede het zonnestelsel zich verplaatst in de ruimte, en de gemiddelde parallax der sterren van verschillende grootte", p. 238. — Mededeeling van den Heer HUBRECHT, namens Dr. G. C. J. VOSMAER: „On the retrograde development of the blood-vessels in the omentum of the rabbit", p. 245 (met 4 platen). — Aanbieding door den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM der dissertatie van den Heer E. C. J. MOHR: „Over salmiak en ijzerchloride", p. 250. — Mededeeling van den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM, namens Dr. E. COHEN: „Over de oorzaak der onregelmatigheden van het Weston-element", p. 252. — Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens Dr. E. A. KLOBBIE: „Het evenwicht in de stelsels wateraether, watermalonzuur, aethermalonzuur, en de isotherm van het stelsel water aether-malonzuur bij 15°", p. 253. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. P. ZEEMAN: „Over doubletten en tripletten in het spectrum teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten (III)" p. 260. — Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT, namens Dr. P. VAN ROMBURGH: „Over het voorkomen van eenige vluchtige producten in tropische planten", p. 262. — Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT: „Bijdrage tot de kennis van het methylnitramine", p. 265. — Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Over de vraag of de aarde bij hare jaarlijksche beweging den aether al dan niet medesleept. Opmerkingen naar aanleiding eener verhandeling van den Heer A. A. MICHELSON", p. 266. — Aanbieding door den Heer STOKVIS der dissertatie van den Heer J. KEIJZER, getiteld: „Ueber Haematoporphyrin im Harn", p. 274 en der dissertatie van den Heer J. DE HARTOGH JR., getiteld: „Ueber Peptonurie und den Nachweis des Peptons im Harn", p. 275. — Aanbieding van Boekgeschenken, p. 276.

---

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Ingekomen is eene kennisgeving van den Heer HOOGEWERFF, dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen.

**Sterrenkunde.** — De Heer J. C. Kapteyn spreekt over: „*de snelheid, waarmede het zonnestelsel zich verplaatst in de ruimte, en de gemiddelde parallax der sterren van verschillende grootte.*"

In 1892 is door Kempf uit de door Vogel bepaalde snelheid in den gezichtsstraal van 51 sterren, voor de snelheid ($h$) van ons zonnestelsel afgeleid de waarde

$$h = 12.3 \pm 3.0 \text{ (w. f.) kilom. per sec.}$$ [1]

Van dit resultaat zegt Vogel terecht, dat het zekerder is dan alle vroegere bepalingen die op de schijnbare eigenbeweging der sterren gegrond waren. Toch is blijkens de groote waarschijnlijke fout, die nagenoeg een vierde deel is van de gemeten grootheid, ook Kempf's bepaling verre van bevredigend.

Ik heb uit het zelfde materiaal dat Kempf ten dienste stond eene nieuwe waarde afgeleid, waarvan de betrouwbaarheid aanzienlijk grooter is.

De weg, dien Kempf bij de afleiding van zijn resultaat ongetwijfeld gevolgd is, is ook in de eerste plaats door mij ingeslagen.

Zij $t$ de snelheid in Kilometers per seconde van eene willekeurige ster in de gezichtslijn, positief gerekend als de ster zich verwijdert; $h$, in Kilometers per seconde, de snelheid van het zonnestelsel in de richting naar het Apex, voor welks coördinaten de waarden

$$\alpha = 276^\circ \qquad \delta = +34^\circ$$

zijn aangenomen;

$\lambda$ de hoekafstand ster-Apex;

$v$ de gemeten snelheid, waarmede ster en zonnestelsel zich van elkaar verwijderen;

dan is

$$v = t - h \cos \lambda \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Voor elk van de 51 sterren voor welke Vogel de snelheid $v$ gemeten heeft laat zich zulk eene vergelijking opstellen. De gewone methode bestaat nu daarin, dat men in deze vergelijkingen de grootheden $t$ als waarnemingsfouten behandelt, d. i. $h$ zoo goed mogelijk tracht te bepalen uit het geheel der vergelijkingen

$$h \cos \lambda = v.$$

[1]) Inderdaad geeft Kempf (Astr. Nachr. N°. 3150) verschillende bepalingen. Het hier geciteerde is datgene aan hetwelk eene althans benaderd richtige positie van het Apex der zonsbeweging ten grondslag ligt, wat bij zijne andere bepalingen niet het geval is.

Men wordt tot deze behandeling geleid door de hypothese, tot dusver door niets weêrsproken, dat in de werkelijke eigenbewegingen der sterren in het algemeen geen voorkeur voor bepaalde richtingen bestaat.

Onder een aanzienlijk getal sterren zullen er in deze hypothese evenveel zijn, die tot het zonnestelsel naderen als er zijn, die zich daarvan verwijderen. Verwaarloost men nu deze *peculiaire* beweging der sterren, zoo zullen sommige der vergelijkingen (1) $h$ te groot, andere $h$ te klein geven en het eindresultaat zal toch correct zijn, mits maar het aantal sterren groot genoeg zij om eene volledige compensatie te verzekeren. Het aantal sterren nu is in ons geval uiterst klein; het gevolg daarvan is, dat de compensatie der verschillend gerichte eigenbewegingen onvolledig en dientengevolge de nauwkeurigheid van het eindresultaat eene niet zeer groote zijn zal.

Dezen weg volgende, vindt men (aan de 6 sterren die het slechtst bepaald zijn half gewicht gevende)

$$h = 10.7 \pm 3.1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(a)}$$

Het kleine verschil met Kempf berust wel, deels op het verschil in de aangenomen plaats van het Apex, deels waarschijnlijk op eene eenigszins andere gewichtsverdeeling.

Naast dit resultaat laat zich nu uit het zelfde materiaal nog eene andere, van de vorige geheel onafhankelijke waarde van $h$ afleiden, wanneer men uitgaat van de door mij in Mei 1895 aan de Akademie medegedeelde bepaling der gemiddelde lineaire snelheid ($\bar{s}$) der sterren. De daar gevonden uitkomst is

$$\bar{s} = 1.86 \; h \pm 0.02 \, h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Uit deze gemiddelde waarde der totaal eigenbeweging laat zich afleiden de gemiddelde waarde $\bar{t}$ der projecties van die snelheden, alle positief genomen, op eene willekeurige lijn, waarvoor we hier de gezichtslijn willen aannemen, alweer in de hypothese dat in de beweging der sterren geen voorkeur voor bepaalde richtingen bestaat.

Men vindt [1])

$$\bar{t} = \tfrac{1}{2} \bar{s} = 0.93 \, h \pm 0.01 \, h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

De waarschijnlijke fout is zoo klein, dat die hier in 't geheel niet in aanmerking komt.

Zoodra men nu eene benadering voor $h$ bezit, leveren de vergelij-

[1]) Verslag der Vergad. 25 Mei 1895 (18).

kingen (1) de waarden van $t$ en dus ook het gemiddeld bedrag $\bar{t}$ daarvan. Deze levert dan op hare beurt een meer benaderde waarde voor $h$ door middel van de betrekking (3).

Men vindt in de praktijk, dat deze successieve benaderingen zeer snel verloopen.

Op deze wijze werd gevonden:

1°. alle sterren gelijk gewicht gevende $h = 17.2 \pm 1.22$;

2°. de twee groepen $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ Orionis en $\beta, \gamma, \varepsilon, \zeta$ Urs. Maj.[1]), die *mogelijkerwijze* als bijeenbehoorende stelsels zijn op te vatten elk als èèn ster in rekening brengend $h = 17.6 \pm 1.2$;

3°. de vier slechtst bepaalde sterren uitsluitende, en de overige alle gelijk gewicht gevende $h = 17.9 \pm 1.2$.

Het is tamelijk onverschillig welk resultaat men aanneemt. Het gemiddelde is

$$h = 17.6 \pm 1.22 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (b)$$

Blijkens de waarschijnlijke fout is het gewicht van deze bepaling 6.5 maal grooter dan dat van de bepaling (a). Vereenigt men de twee waarden, rekening houdend met deze gewichten, zoo heeft men als eindresultaat

$$h = 16.7 \pm 1.15 \text{ (w.f.) Kilom. per sec.} \quad . \quad . \quad . \quad (c)$$

Hieruit volgt, naar (2), voor de gemiddelde lineaire snelheid der vaste sterren:

$$\bar{s} = 31.1 \pm 2.2 \text{ (w.f,) Kilom. per sec.} \quad . \quad . \quad . \quad (d)$$

Ter vergelijking zij opgemerkt, dat de gemiddelde snelheid der aarde in hare baan is 29.8 Kilom. per sec.

Uitgedrukt in zonsafstanden per jaar is

$$\left.\begin{aligned} h &= 3.53 \pm 0.24 \\ \bar{s} &= 6.57 \pm 0.46 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (e)$$

In eene vroegere mededeeling (Zittingsverslag 28 Jan. 1893) is de waarde van de seculaire parallax $q$, d.i. van den hoek waaronder de sterren op 90° afstand van het Apex de jaarlijksche verplaat-

[1]) De astronomische eigenbeweging toont ten duidelijkste aan, dat Vogel ten onrechte $\eta$ Urs Maj. ook tot de groep rekent; eveneens blijkt daaruit, dat van eene gemeenschappelijke eigenbeweging der sterren $\alpha$, $\beta$, $\delta$ Leonis geen sprake kan zijn.

sing van het zonnestelsel zien, aangegeven voor sterren van verschillende grootte en verschillenden spectraaltypus.

Deze getallen kunnen met behulp van de boven voor de zonsnelheid gevonden waarde (e) in gewone, jaarlijksche parallaxen worden omgerekend. Ik heb echter sinds de mededeeling van 1893 de toen gegeven berekeningen herhaald met eene waarde van de praecessie-constante, die nabij met die van LUDW. STRUVE overeenkomt n.l. met

$$\text{Praec. } O \Sigma \left(1 - \frac{1}{2000}\right)$$

Verder zijn de grootten, zooals die in AUWERS BRADLEY zijn aangegeven tot photometrische grootten naar het Postdammer stelsel herleid (helderheids logar. = 0.4; grootten overeenstemmend met die van de B. D. tusschen $6^m0$ en $7^m5$), naar dit tabelletje

TABLEAU I.

| Auw. Bradl. | Photometrisch [1]. |
|---|---|
| 1.0 | 1.78 |
| 2.0 | 2.60 |
| 3.0 | 3.42 |
| 4.0 | 4.25 |
| 5.0 | 5.07 |
| 6.0 | 6.00 |

en verder beide schalen identisch.

Eindelijk zijn ook de volledig waargenomen sterren van BRADLEY opgenomen, waarvan het spectrum niet bekend is en tot deze klasse zijn gerekend alle sterren tusschen de grootten $6^m6$ en $7^m5$.

Het tableau 12 van de mededeeling van 1893 verandert daardoor in het volgende, in hetwelk weer:

$\mu$ = gemiddelde totaal eigenbeweging.

$\tau$ = gemiddelde componente der eigenbeweging loodrecht op grooten cirkel door Apex.

$q$ = seculair parallax.

$\pi$ = parallax.

---

[1]) Hierbij is aangenomen dat de schaal van AUWERS BRADLEY overeenstemt met die van de B D, voor welke naar Publ. des Astrophys. Obs. zu Potsdam Bd. 9 p. 487, voor sterren helderder dan $6^m0$, is aan te nemen Potsd. — B D = 0.177 ($5^m4$ — mag. B D) terwijl voor zwakkere sterren de schalen identisch zijn.

# TABLEAU II.

| Spectr. Typus. | Photom. grootte grenzen. | Phot. grootte. | $\mu$ | $\tau$ | $q$ | $\pi$ | aant. sterren | $\pi$ naar form. (4) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | 0.0—3.5 | 2.86 | 0″137 | −0″.0014 | +0″1005 | +0″.0286 | 66 | 0″0234 |
| | 3.6—4.5 | 4.14 | .062 | + 0030 | + .0438 | + .0124 | 149 | .0150 |
| | 4.6—5.5 | 5.07 | .048 | + .0053 | + .0316 | + .0090 | 324 | .0108 |
| | 5.6—6.5 | 5.98 | .047 | + .0047 | + .0329 | + .0093 | 549 | .0079 |
| II. | 0.0—3.5 | 3.02 | .246 | — 0.0077 | +0.1735 | +0.0493 | 60 | 0.0502 |
| | 3.6—4.5 | 4.15 | .231 | + .0081 | + .1115 | + .0317 | 153 | 0339 |
| | 4.6—5.5 | 5.07 | .154 | — 0078 | + .0814 | + .0231 | 335 | .0247 |
| | 5.6—6.5 | 6.00 | .121 | + .0078 | + .0746 | + .0212 | 488 | .0179 |
| onbe- | 0.0—3.5 | 2.97 | .345 | — 0.0333 | +0.3280 | +0.0932 | 6 | |
| kend. | 3.6—4.5 | 4.13 | .126 | — .0131 | + .0916 | + .0260 | 13 | |
| | 4.6—5.5 | 5.07 | .073 | + .0091 | + .0411 | + .0117 | 32 | |
| | 5.6—6.5 | 6.13 | .063 | + .0034 | + .0294 | + .0084 | 156 | |
| | 6.6—7.5 | 6.93 | .066 | — .0082 | + .0348 | + .0099 | 254 | |
| alle | 0.0—3.5 | 2.94 | .196 | — 0.0057 | +0.1489 | +0.0423 | 132 | 0.0383 |
| sterren | 3.6—4.5 | 4.14 | .147 | + .0048 | + .0799 | + .0227 | 315 | .0253 |
| samen. | 4.6—5 5 | 5.07 | .101 | — .0009 | + .0570 | + .0162 | 691 | .0183 |
| | 5.6—6.5 | 6.01 | .079 | + .0058 | + .0505 | + .0143 | 1193 | .0132 |
| | 6.6—7.5 | 6.93 | .066 | — .0082 | + .0348 | + .0099 | 254 | .0096 |
| totaal gem. | 0.0—7.5 | 5.47 | .098 | + 0.0019 | +0.0583 | +0.0166 | 2585 | 0 0159 |

De gemiddelde waarde + 0″0019 van $\tau$ is uiterst klein geworden, een bewijs, dat de nu gebruikte praecessie nabij richtig moet zijn; eene vergelijking met de vroeger daarvoor gevonden waarde zou door eenvoudige interpolatie zeer nabij de meest aannemelijke waarde van de praecessie-constante geven, althans als men veronderstelt dat de equinox, waarop de AUWERS BRADLEY'sche plaatsen berusten, geene correctie behoeft. Deze kwestie eischt echter een afzonderlijk

onderzoek, dat ik bij eene latere gelegenheid aan de Akademie hoop voor te leggen.

Tracht men de hier in de 7e kolom gevonden parallax voor te stellen door eene formule als

$$\pi_m = k^m \pi_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (4)$$

zoo vindt men, uit alle sterren samen, eene waarde voor $k$ die zoo nabij $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ uitkomt, dat gemakshalve deze waarde kan worden aangenomen Daarmeê komt dan verder

voor Typus I $\pi_0 = + 0''063$
„ „ II $\pi_0 = + 0.143$
„ alle sterren samen $\pi_0 = + 0.106$

Met deze waarden is de laatste kolom van tableau II gerekend. Verder geven deze waarden voor de sterren van verschillende grootte de volgende parallaxen.

TABLEAU III.

| Photom. grootte. | Grootte B D. | $\pi$ Typus I. | $\pi$ Typus II. | $\pi$ alle sterren. | Afstand in lichtjaren. [1] |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.0 | 0.1 | 0''0445 | 0''1010 | 0''0749 | 43 |
| 2.0 | 1 3 | .0315 | .0715 | .0530 | 61 |
| 3.0 | 2.5 | .0223 | .0505 | .0375 | 87 |
| 4.0 | 3.7 | .0157 | .0357 | .0265 | 122 |
| 5 0 | 4.9 | .0111 | .0253 | .0187 | 174 |
| 6.0 | 6.0 | .0079 | .0179 | .0132 | 245 |
| 7.0 | 7.0 | .0056 | .0126 | .0094 | 348 |
| 8.0 | 8.0 | .0039 | .0089 | .0066 | 490 |
| 9.0 | 9.0 | .0028 | .0063 | .0047 | 695 |

Deze uitkomsten stemmen uiterst slecht overeen met de waarden die men trekt uit de empirische formule van GYLDÈN (Astr. Nachr.

[1]) Deze kolom geeft het aantal lichtjaren correspondeerende met de waarden van $\pi$ in de laatste kolom. Deze afstanden zijn waarschijnlijk merkbaar verschillend van den gemiddelden afstand der sterren van de 1e, 2e . . . grootte.

N⁰. 3258 (1894)). Inderdaad zijn de waarden van GYLDÈN meer dan tweemaal zoo groot. Spreker meent, dat dit toch geen wantrouwen in de nu verkregen uitkomsten mag wekken, want het lijdt geen twijfel of GYLDÈN's formule geeft de afhankelijkheid der parallaxen van de grootte der eigenbewegingen te zwak. Bedenkt men daarbij, dat zijne uitkomsten in hoofdzaak getrokken zijn uit sterren met zeer sterke eigenbewegingen, zoo is het duidelijk, dat zijne parallaxen voor de sterren met gemiddelde eigenbeweging te groot moeten zijn.

Een betere controle schijnt nog te verwachten van de parallaxen van die sterren, die niet juist met het oog op hunne abnorm groote eigenbeweging voor parallaxbepaling zijn uitgekozen. Tot deze rubriek behooren uitsluitend of bijna uitsluitend de volgende sterren:

10 sterren van de *eerste* grootte gemeten door ELKIN; [1])

3 sterren ($\alpha$ Can. Maj.; $\alpha$ Argûs; $\beta$ Centaur) gemeten door GILL en ELKIN; [2])

26 sterren van de *tweede* grootte. De parallax dezer sterren is door PRITCHARD [3]) met behulp van de photographie bepaald.

In het volgend tableautje zijn de gemiddelde waarden dezer bepalingen en die welke form. (4) geeft voor dezelfde grootte, bijeengebracht.

| | Grootte B D. | Photom. grootte. | $\mu$ | Grootte verg. St. | $\pi$ relat | $\pi$ absol | Kapt | Gyldèn. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 13**Gill, Elkin | 0.6 | 1.5 | 0″576 | 8.0 | +0″108 | +0″114 | +0″063 | +0″178 |
| 26** Pritchard | 2.2 | 2.9 | 0.139 | 9.3 | +0.058 | +0.062 | +0.039 | +0.117 |

De afwijking der naar (4) berekende waarden van de waargenomene zijn aanzienlijk. Toch zal men ook daaraan geen groot gewicht hechten, als men bedenkt uit hoe uiteenloopende waarden de gemiddelden der 6e kolom getrokken zijn. De uitsluiting van $\alpha$ Can. Maj. alleen b.v. doet de gemiddelde parallax der GILL-ELKIN sterren 0″032 dalen. Daardoor zou reeds de overeenstemming redelijk goed worden.

---

[1]) Zie: Report for 1891—92 of the Obs. of Yale-Univ.

[2]) Zie: Heliometer Determ. of stellar Parall. in the Southern Hemisph. Mem. of the Roy. Astr. Soc. Vol. 48.

[3]) Zie: Astr. Obs. made at the Univ. Obs. Oxford N⁰. IV.

**Dierkunde**. — De Heer HUBRECHT biedt voor het Verslag der Vergadering een opstel aan van den Heer Dr. G. C. J. VOSMAER te Utrecht, getiteld: „*On the retrograde Development of the Blood-vessels in the Omentum of the Rabbit.*"

In the omentum of very young rabbits, it is easy to observe blood-vessels, which contain blood-corpuscles, and which are in no communication whatever with other blood-vessels. They appear to be of various sizes and they often show reticular arrangements. RANVIER was the first (1874) to draw attention to this fact and to give accurate descriptions and illustrations of these so called „cellules vasoformatives" and „réseaux vasoformatifs". SCHÄFER found (1874) similar cells in the subcutaneous connective tissue of the new-born rat, and since then these observations have been confirmed by numerous authors, especially by WISSOZKY (1877), HAYEM (1889), KUBORN (1890), NICOLAIDES (1891) and FRANÇOIS (1895). As the conclusions drawn from these observations would involve an intracellular origin of the red blood-corpuscles in Mammalia, it was but natural that they should encounter strong opposition. One of the last authors to attack the views, advocated by RANVIER and SCHÄFER, was SPULER (1892). In 1896 DISSE gave a summary of the different views concerning the development of the blood-corpuscles. This author says (p. 52) about the „cellules vasoformatives" of RANVIER: — „Die Existenz dieser Zellenform ist überhaupt ausserordentlich fraglich geworden. SPULER hat . . . . gezeigt, dass die „gefässbildenden Zellen" RANVIER's teils Kapillare Wundernetze sind, in deren Maschen grosskernigen Zellen liegen, teils aber blind endigende Sprossen von Kapillaren, die mit Blutkörperchen gefüllt sind. Infolge der Behandlung vor dem Härten, der man dünnere Membranen aussetzen muss, auch wohl durch die Wirkung der Fixierungsmittel, kommt es zum Ablösen der Sprossen von der Wand der Kapillaren, auch wohl zu einem Zerfall einzelner Kapillaren in mehrere, scheinbar getrennte Stücke. Die sind dann für blutkörperchenhaltige Zellen erklärt worden und die in ihnen gelegenen Blutkörperchen fasste man als Produkte endogener Zellbildung auf".

By what I had myself seen of the cells of RANVIER I was however inclined to believe that the question was by no means solved. I more especially distrusted the value of SPULER's contention, that the isolated so-called vasifactive cells are artificially torn off from existing blood-vessels in the course of the preparation, and I was anxious to see whether one could not succeed in making prepa-

rations in which *this* posibility was excluded. I therefore began to prepare the omentum of the rabbit with the utmost care and I believe I succeeded.

As the methods I followed are not without importance for the formation of an independent opinion on the value of the results, I will here describe them.

My observations have been made on about forty or fifty rabbits, from birth to adult age, which were killed either by chloroform or by disarticulation of the atlas. After opening the abdominal cavity the whole animal was placed in fluid for fixation. I used 4 $^0/_0$ and 8 $^0/_0$ solutions of commercial formol, FLEMMING's fluid, osmic acid, LANG's corrosive sublimate, strong picro-sulfuric acid and concentrated picric acid. The latter gives by far the best results, especially if the fluid be agitated. After an hour the stomach and viscera are removed together, washed in water and the omentum now cut out very carefully. With a pair of scissors one can detach the omentum from the stomach, without touching it with a forceps. The entire membrane is then (under water) brought on a slide, on which all the further manipulations take place. For colouring the preparations I used various stains; I especially recommend the Ehrlich-Biondi-Heidenhain mixture (GRÜBLER), and MAYER's haemalum (GRÜBLER) with after-treatment of weak picric acid. Mounted in xylol-balsam or glycerin. — Finally I must add that, in order to avoid strain, I never tried to stretch the omentum when once on the slide, as is generally done for the microscopic study of membranes. If the folds, which thus inevitably arise and which sometimes persist, are too great impediments to observation, one or more incisions can be made. It seems to me that by these methods artificial ruptures or strains are definitely excluded.

In all my preparations I found the isolated blood-vessels as described by RANVIER and others. *They do not always terminate in a point; frequently both ends are rounded.* They can be short or long; they can be ramified; they can form networks. These blood-vessels generally show a distinct lining of cells, with ellipsoid nuclei; in the lumen one finds red blood-corpuscles of exactly the same size and the same appearance as those in the circulating blood. In addition to these, there are smaller blood-corpuscles, in fact all transitions from the normal size down to simple granula. There can be no doubt as to the identity of the corpuscles in the isolated vessels with unquestionable blood-corpuscles. These corpuscles, if only they are prepared with great care, have by no means always such an irregular shape and such a degenerated appearance as in the illu-

strations of Spuler (1892, Pl. XXXI); they often look perfectly normal and still there is no doubt about the vessel, in which we find them being isolated. François (1895, p. 543) rightly remarked: — „Il est évident que, si tiraillement il y a eu, il ne doit pas seulement exercer une action sur ces traînées protoplasmatiques séparant des dilatations vasculaires, mais encore sur les autres éléments constitutifs du grand épiploon, ce qui doit pouvoir se constater". There is, however, nothing of this sort to be seen in any region of the omentum. On the contrary, in many places extremely thin filaments between two vessels can be traced. We learn from this fact, that the membrane is not torn, and secondly that, in addition to isolated portions of vessels there are also some which are united by thin solid filaments. In these filaments nuclei can often be observed.

It thus appears to me that the isolation of a certain number of blood-vessels is *not* an artefact. I, therefore, conclude that Spuler has failed in proving that Ranvier's „cellules vasoformatives" do not exist. A short time ago (1897) I was inclined to go yet one step further and to accept Ranvier's statement that red blood-corpuscles are being formed on isolated spots in the omentum. Ranvier himself has however not excluded another possibility. He writes (1875, p. 633—634): — „.... il y a lieu de se demander si ..... les cellules et les réseaux vasoformatifs du grand épiploon du lapin ne seraient pas des portions du réseau vasculaire séparées du système général par l'atrophie des branches intermédiaires. Cette hypothèse doit être écartée au moins pour la plupart des réseaux vasoformatifs, ceux des taches laiteuses par exemple, parce que, au lieu de s'atrophier, ils prennent un accroissement considérable à mesure que la membrane, qui au moment de la naissance était très-limitée, acquiert une étendue de plus en plus grande pour atteindre aux proportions que nous lui connaissons chez l'adulte. D'autre part, on ne trouve pas, entre ces réseaux vasoformatifs et les vaisseaux perméables de cordons solides, avec des éléments cellulaires atrophiés, qui seraient le dernier vestige de vaisseaux atrésiés". Ranvier supposes that the vasifactive cells originate in his „taches laiteuses". But François (1895, p. 539) is of opinion that the „taches laiteuses de Ranvier n'interviennent en rien dans le développement et dans l'extension de la vascularisation". I quite agree in this respect with François. My preparations never supplied me with any argument in favour of Ranvier's suggestion. If there is any connection between both elements, it is of quite another kind than the connection Ranvier supposed to exist. As to the „cordons solides", I have already stated above that they really exist in many

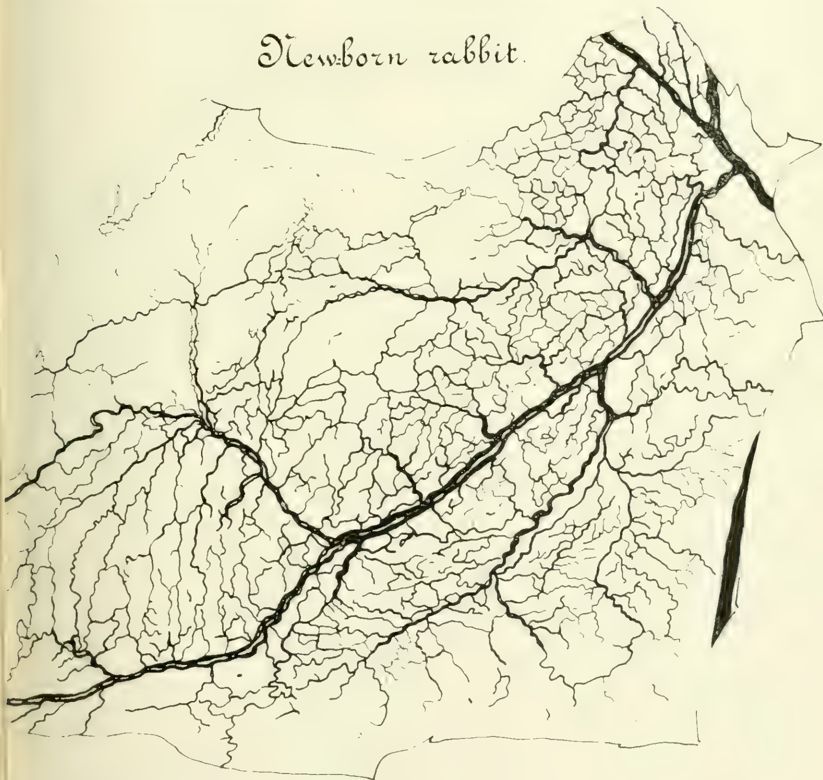
cases. The question therefore remained to be solved whether the isolation of RANVIER's vessels might not be a phenomenon of degeneration.

The extreme distinctness and the normal aspect of the greater part of the cells in isolated vessels is a strong argument against their being involved on a process of decay or degeneration. However, in a series of stages of development, there are always two possibilities; the development can be either progressive or regressive. To obtain certainty on this head, other facts were wanted.

It had often struck me, that in the omentum of the adult rabbit there are large portions without or nearly without blood-vessels. In rabbits of a few days, on the other hand, vessels appear to be ever so much more numerous. In order to make out in how far this is really true, I have drawn with the camera the whole complex of blood-vessels in a series of omenta of rabbits of different age. The result of this rather tedious work is, that a *retrograde development of the blood-vessels* in the omentum of the rabbit is an undeniable fact. A glance at Plate I—IV will demonstrate this phenomenon and will make it evident that it occurs on a large scale. Of course, one cannot expect to find always exactly the same state of development in different individuals of the same age. In order to minimise the influence of such individual deviations, I have here chosen illustrations of the omenta of four animals taken *from the same litter*. [The figures are drawn on the same scale].

RANVIER (1875, p. 631) says: — „chez un lapin nouveau-né, le grand épiploon ne possède pas encore de taches laiteuses; son réseau vasculaire est peu développé, et je n'y ai pas rencontré de cellules vasoformatives". I regret that I have to differ from the great French histologist. I did find „taches laiteuses" and „cellules vasoformatives" in new-born rabbits. It is possible that RANVIER's specimens were somewhat younger, as the term new-born is rather vague. But this is of little moment and, if anything, in favour of my views. I cannot understand how RANVIER can say that the network of blood-vessels is little developed. True, the diameter of the vessels is on the whole rather insignificant, but the network is on the contrary highly developed. In the youngest stages of development I saw an almost uninterrupted network of blood-vessels. On Plate I, I have figured what is to be seen with a very low power. Here and there vessels seem to terminate. If we look at the preparation with a higher power it is easily observed, that in some cases such vessels really end; in others, however, are united with their neighbours by thin filaments. Here and there, in the meshes of the network, RANVIER's vasifactive cells are visible.

ǐ. C. J. VOSMAER, Retrograde development of bloodvessels.



In the omentum of seven hours there is again a distinct network, but the number of interruptions is much more considerable and, with it, the number of thin processes and of isolated portions of vessels.

On Plate II I figured a camera-drawing of the omentum of a one-day-old rabbit. The whole omentum is of course larger than that of a new-born rabbit. But the total aspect of the vessels is considerably changed. We do not find the network with hundreds of small meshes. On the contrary there are comparatively few regions, where the vessels show so many anastomoses as to form a network. There are meshes of the same size as those on Plate I; but we see other meshes, which are much larger, and, in addition to these (especially in the middle of the figure) interrupted lines. If we unite these lines a network would appear like that on the first Plate. It is worthy of note that most of these lines — which are in fact isolated vessels, containing blood corpuscles — *are longer than the open spaces between them.*

In omenta of two or three days we find the process in further progress, until we observe on the fourth day a configuration as shown on Plate III. Of the small meshes hardly anything is visible. Even the large meshes are very few in number, while traces of their existence are obvious enough. Here too we can reconstruct meshes by uniting the small lines, but *the spaces between them are*, on the whole, *larger than the lines.* This observation can only be explained by a retrograde development of the vessels. If the fragments were to unite, we ought to find exactly the contrary.

On Plate IV I have figured an omentum of eight days. There are almost no meshes at all; in the middle of the figure remnants of vessels are still visible. Even in omenta of 26 days such remains are to be found, though they are rare. It thus seems to me that I have succeeded in proving by these preparations that in the omentum of rabbits from the moment of birth up to the adult stage, a process of resorbtion of blood-vessels takes place on a large scale. *Consequently the isolated blood-vessels are remnants* and not incipient stages of blood-vessels, nor, as SPULER pretended, artefacts.

A series of interesting questions still remains unsolved. First of all to trace the relation — if there is one — between the „taches laiteuses" and the disappearing blood-vessels. I have reason to believe that part of the cells of these patches act as phagocytes. This question, however, and many others, I do not wish to discuss for the present.

LIST OF PAPERS REFERRED TO.

1874 RANVIER, L. Du développement et de l'accroissement des vaisseaux sanguins. In: — Arch. Physiol. norm. et pathol. (2) I, pp. 429—445, 449—450; Pl. XVIII—XIX.

1874 SCHÄFER, E. A. Note on the Intracellular Development of Blood-corpuscles in Mamalia. In: — Proc. R. Soc. London. XXII, p. 243—245.

1875 RANVIER, L. Traité technique d'histologie, pp. 376—379, 615—635.

1877 WISSOZKY, N. Ueber das Eosin als Reagens auf Haemoglobin und die Bildung von Blutgefässen und Blutkörperchen bei Säugethier- und Hühnerembryonen. In: — Arch. mikr. Anat. XIII, p. 479—496; Taf. XXXI.

1889 HAYEM, G. Du Sang et de ses altérations anatomiques, p. 551.

1890 KUBORN, P. Du développement des vaisseaux et du sang dans le foie de l'embryon. In: — Anat. Anzeig. V, p. 277—282.

1891 NICOLAIDES, R. Ueber intracelluläre Genese von rothen Blutkörperchen im Mesenterium des Meerschweinchens. In: — Arch. f. Anat. et Physiol. (Phys. Abth.) p. 373—379; Taf. X.

1891 SCHÄFER, E. A. General Anatomy or Histology. In: — Quain's Elements of Anatomy. Vol. I, Pl. II, p. 372—375.

1892 SPULER, A. Ueber die intracelluläre Entstehung rother Blutkörperchen. In: — Arch. mikr. Anat. XL, p. 530—552; Taf. XXXI.

1895 FRANÇOIS, P. Recherches sur le développement des vaisseaux et du sang dans le grand épiploon du Lapin. In: — Arch. Biol. XIII, p. 521—558; Pl. XX—XXIII.

1897 [VOSMAER, G. C. J. Over de ontwikkeling van bloed en bloedvaten in het omentum van het konijn]. In: — Tijdschr. Ned. Dierk. Ver. (2) V, p. CII.

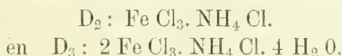
**Scheikunde.** — De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM biedt voor de Boekerij aan de dissertatie van den Heer E. C. J. MOHR: „*Over salmiak en ijzerchloride*", en deelt daaruit het volgende mede:

Uit oplossingen van salmiak en ijzerchloride, die niet teveel van het laatste zout bevatten, zetten zich regulaire mengkristallen af, die echter soms optische anomaliën vertoonen. In kleur gelijken zij

op het dubbelzout $Fe\,Cl_3 . 2\,NH_4\,Cl . H_2O$ *($D_1$)*, hetwelk echter niet regulair is, zoomin als het $Fe\,Cl_3$ of een zijner hydraten. Geen dezer verbindingen biedt eenige analogie aan met het $NH_4\,Cl$, zoodat hier hoogstwaarschijnlijk een voorbeeld aanwezig is van zoogenaamde anomale menging, welke niets met isomorfie uitstaande heeft.

Om hieromtrent meerdere zekerheid te verkrijgen onderzocht ik in 1892 de evenwichten met oplossing. Bij 15° zetten zich achtereenvolgens af als vaste phasen: $Fe_2\,Cl_6 . 12\,H_2\,O$, $D_1$ en Mengkristallen. De analyses van laatstgenoemden liet de mogelijkheid, dat het ijzer als hydratisch chloride aanwezig was. Kort daarop werd werkelijk uit eene ijzeroplossing een regulaire verbinding afgescheiden door SCHROEDER VAN DER KOLK. Ware dit als mengend bestanddeel aanwezig, dan moesten de optische anomaliën aan spanning worden toegeschreven.

De heer MOHR bestudeerde nu de oplossingsisothermen bij 25°, 35° en 45°. Bij al deze temperaturen bleven de mengkristallen optreden. Bij 45° kwamen er echter nog twee nieuwe Dubbelzouten bij:


$D_2$ : $Fe\,Cl_3 . NH_4\,Cl$.
en $D_3$ : $2\,Fe\,Cl_3 . NH_4\,Cl . 4\,H_2\,O$.

De afscheiding dezer verbindingen kostte veel inspanning. Met vrucht werd gebruik gemaakt van eene nieuwe methode om de bestaansgrenzen eener vaste phase te vinden door oplossingen van allerlei mengverhouding $NH_4\,Cl : Fe\,Cl_3$ te verdampen in een zoogenaamden micro-exsiccator, geplaatst op de objecttafel van een microscoop, onder eene inrichting welke op constante temperatuur gehouden werd door een stroom warm water. De uitkomsten dezer mikroskopische waarnemingen stelden in staat de nieuwe Dubbelzouten in het groot te bereiden.

De bestudeering der oplossingen waarin de Dubbelzouten bestaan kunnen, leidde tot tweeërlei merkwaardig resultaat.

1°. $D_3$ kan optreden in oplossingen die zoo uiterst weinig $NH_4\,Cl$. bevatten, dat zij als reagens kunnen dienen op de aanwezigheid van salmiak in de lucht. $D_3$ is de regulaire verbinding van SCHROEDER VAN DER KOLK.

2°. De oplossings-isotherme van $D_1$ heeft bij 45° zoodanig verloop, dat sommige oplossingen bij voortgaande verdamping eerst in toenemende mate $D_1$ doen afzetten, om het daarna weder op te lossen — een verschijnsel dat merkwaardige analogie vertoont met de retrograde condensatie bij evenwicht van gas- en vloeistofphasen uit twee stoffen samengesteld.

Wat de vraag aangaat naar het mengend bestanddeel in de ijzer-

salmiakkristallen, deze is evenmin als vroeger tot oplossing gekomen. Slechts is het vrij zeker geworden, dat de regulaire verbinding $D_3$ niet als zoodanig optreedt en is de waarschijnlijkheid grooter geworden dat $D_1$ bijgemengd is. Onverklaard blijft dan echter het feit, dat deze stof soms volkomen isotrope mengkristallen levert.

**Scheikunde.** — De Heer BAKHUIS ROOZEBOOM deelt, namens Dr. E. COHEN, het volgende mede: „*Over de oorzaak der onregelmatigheden van het Weston-element*".

Genoemd element ontstaat uit het Clarke-element door het Zink door Cadmium te vervangen. Het munt uit door een bijzonder standvastige electromotorische kracht en heeft twintigmaal kleiner temperatuur coëfficient dan het Clarke-element. Dientengevolge is het praktisch ongevoelig voor kleine temperatuurwisselingen. Daar het bovendien zich zeer snel in evenwicht stelt, zou zijne toepassing niets te wenschen overlaten, indien niet bij afkoeling beneden 15° onregelmatigheden in de waarden der electrom. kracht optraden, die niet verklaard konden worden.

De heer COHEN heeft gemeenschappelijk met den heer KOHNSTAMM de oorzaak dezer storingen onderzocht en is er in geslaagd deze te vinden in eene omzetting welke het gekristalliseerde cadmiumsulfaat ondergaat, dat in het element voorkomt naast oplossing.

Het bestaan dezer omzetting is langs drieërlei weg bewezen:

1°. door de studie der oplosbaarheidslijn, welke bij 13° ongeveer een knik vertoont, terwijl de lijn boven 13° nagenoeg horizontaal verloopt;

2°. door de verzadigde oplossing met eene onverzadigde oplossing te verbinden tot een overgangselement. Hierbij treedt beneden 13° verandering der electr. kracht op.

3°. door kristallen bij 0° verkregen met oplossing in een dilatometer te verwarmen. Bij 13° trad sterke contractie in.

Uit deze waarnemingen volgt, dat bij 13° het vaste hydraat eene omzetting ondergaat. Deze bestaat niet in verandering van watergehalte; integendeel blijft dit constant op $^8/_3$ mol.

Voorts bleek, dat de omslag, van hoogere temperatuur komende, eenigszins traag verloopt, zoodat daardoor de onregelmatigheden beneden 13° verklaard worden. Daar echter in omgekeerde richting de omslag zeer snel verloopt kan men de Weston-elementen bij allerlei temp. laten staan en behoeft ze voor het gebruik eventueel slechts $1^1/_2$ uur boven 15° te verwarmen om ze weder tot normalen toestand te brengen.

**Scheikunde.** — De Heer VAN BEMMELEN doet namens Dr. E. A. KLOBBIE eene mededeeling, getiteld: *„Het evenwicht in de stelsels water-aether, water-malonzuur, aethermalon-zuur, en de isotherm van het stelsel water-aether-malonzuur bij* 15°."

Bij de studie, waaraan de Heer SCHREINEMAKERS de evenwichten bij systemen van drie komponenten met twee vloeibare phasen onderwierp, bleek het uit de literatuur, dat dergelijke systemen wel is waar in handen van enkele onderzoekers geweest zijn, maar dat deze, het licht missende dat door den Heer SCHREINEMAKERS op dit gebied ontstoken werd, van elk systeem slechts een onvolledig overzicht gegeven hebben. SCHREINEMAKERS gaf de voorkeur aan de driehoek-voorstelling om zijne theoretische beschouwingen toe te lichten, en in deze voorstelling was een isotherme van den vorm van fig. 3 tot nog toe niet volledig verwezenlijkt.

De Heer KLOBBIE heeft thans een systeem bewerkt dat tot eene dergelijke figuur leidt, nl. het systeem water-aether-malonzuur. Hiervan werd de isotherme voor 15° C. volledig nagegaan. Bovendien werden, onder verwaarloozing der gasphase, de twee-phasen systemen: water-aether; water-malonzuur, en aether-malonzuur nauwkeuriger bestudeerd bij verschillende temperaturen.

1. *Het Systeem water-aether* werd vanaf het kryohydratisch punt —3°.85 tot ± 120° vervolgd en gaf aanleiding tot de volgende opmerkingen:

Bij verhooging van temperatuur is *vermindering* in de oplosbaarheid van aether in water, en *vermeerdering* van de oplosbaarheid van water in aether waar te nemen.

Bij konstante temp. lost, onder sterke drukking (van ± 100 Atm.), aether meer in water op, dan onder normale omstandigheden.

Voor temperaturen beneden 30° werden de vloeistoflagen, die in evenwicht waren, afgetapt en in elk, water en aether, met behulp van een luchtstroom gescheiden. De aether werd alzoo als verlies bepaald.

Voor temperaturen boven 30° werden gewogen hoeveelheden aether en water in gesloten glazen buizen verwarmd. Voor de oplosbaarheidsbepaling van aether in water kon dan eenvoudig verhit worden tot troebeling intrad. Voor die van water in aether, waarbij troebelwording minder goed zichtbaar was, werd het water met eene minimale hoeveelheid (0.1%) eener kleurstof, van hoog molekuul gewicht en onoplosbaar in aether, bedeeld.

17

De verkregen uitkomsten worden gegeven in Tab. I, Tab. II en fig. 1.

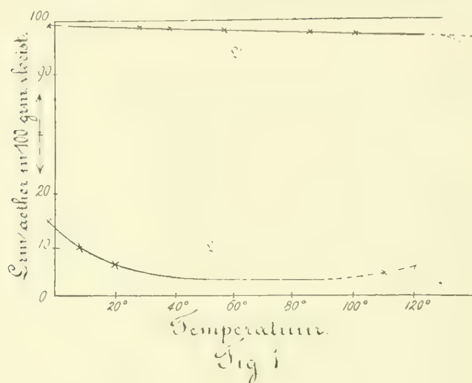


Fig 1

TABEL I.

| Temp. | Mol. water in 100 mol. vloeist. | Grm water in 100 grm. vloeist. | Temp | Mol. water in 100 mol. vloeist. | Grm. water in 100 grm vloeist. |
|---|---|---|---|---|---|
| —3°.5 tot —4° | 3.76 | 0.94 | 30° | 5.25 | 1.33 |
| " | 3.60 | 0.90 | 48—49° | 6.32 | 1.62 |
| 0° | 4.06 | 1.02 | 51—52° | 6.70 | 1.72 |
| 0° | 3.94 | 0.98 | 55—56° | 7.00 | 1.80 |
| 5° | 4.27 | 1.07 | 75° | 8.17 | 2.10 |
| 8° | 4.29 | 1.08 | 90° | 8.93 | 2.33 |
| 14°.5 | 4.41 | 1.11 | ± 95° | 10.28 | 2.71 |
| 14°.5 | 4.52 | 1.14 | | | |
| 18° | 4.80 | 1.21 | | | |
| 19° | 4.76 | 1.20 | | | |
| 20° | 4.71 | 1.20 | | | |
| 20° | 5 04 | 1.27 | | | |

TABEL II

| Temp. | Mol. aether in 100 mol. vloeist. | Grm aether in 100 grm. vloeist. | Temp. | Mol. aether in 100 mol vloeist. | Grm. aether in 100 grm. vloeist |
|---|---|---|---|---|---|
| —3°.5 tot —4° | 3.39 | 12.63 | 38° | 1.18 | 4.68 |
| 0° | 3.31 | 12.36 | 49° | 1.03 | 4.11 |
| 0° | 3.21 | 11 99 | 51—52° | 1.02 | 4.07 |
| 7°.5 | 2.61 | 9.92 | 62—63° | 0.90 | 3.60 |
| 8°.5 | 2.45 | 9.36 | 65° | 0.85 | 3.41 |
| 12° | 2.12 | 8.19 | 66°—67° | 0.78 | 3.12 |
| 16° | 1.98 | 7.63 | 71° | 0.75 | 2.98 |
| 19° | 1.68 | 6.69 | 72° | 0.73 | 2.90 |
| 19° | 1.64 | 6.42 | 82° | 0.68 | 2.70 |
| 30° | 1.27 | 5.04 | ? | 0.62 | 2.50 |

De bepalingen boven 30° kunnen als iets minder nauwkeurig beschouwd worden, aangezien hier de dampphase met haren invloed op koncentratie en druk der vloeistoflagen niet in rekening is gebracht.

De onderste lijn $L_1$ zal waarschijnlijk in haar verder beloop een minimum vertoonen, later echter niet in de andere lijn $L^1$ overgaan maar eindigen bij de temperatuur, waarbij voor water en aether de kritische toestand wordt bereikt. In de figuur zijn minder punten op de lijnen aangegeven dan bepaald werden.




Fig 2.

II. De *systemen water-malonzuur en aether-malonzuur* werden vervolgd tot het smeltpunt van malonzuur (132°).

De uitkomsten worden gegeven in Tab. III, Tab. IV en fig. 2, pag. 255.

TABEL III.

| Temp. | Mol. zuur in 100 mol. vloeist. | Grm. zuur in 100 grm. vloeist. |
|---|---|---|
| 10° | 18.66 | 56.99 |
| 10° | 18.05 | 56.00 |
| 10° | 18.32 | 56.44 |
| 15° | 19.52 | 58.36 |
| 18° | 20.35 | 59.61 |
| 24° | 21.80 | 61.69 |
| 25° | 22.27 | 62.33 |
| 53° | 30.54 | 71.75 |
| 93° | 51.60 | 86.03 |
| 132° | 100.— | 100.— |

TABEL IV.

| Temp. | Mol. zuur in 100 mol. vloeist. | Grm. zuur in 100 grm. vloeist. |
|---|---|---|
| 0° | 4.53 | 6.24 |
| 0° | 4.55 | 6.27 |
| 10° | 5.63 | 7.74 |
| 14° | 5.67 | 7.79 |
| 15° | 5.60 | 7.70 |
| 15° | 5.95 | 8.15 |
| 15° | 6.01 | 8.24 |
| 21° | 6.72 | 9.20 |
| 21° | 6.79 | 9.30 |
| 30° | 7.70 | 10.49 |
| 83° | 27.87 | 35.20 |
| 106° | 46.26 | 54.75 |
| 123° | 74.19 | 80.15 |
| 132° | 100.— | 100.— |

Bij de beoordeeling der cijfers moet in het oog gehouden worden dat, wanneer voor eene zelfde temperatuur meerdere bepalingen gemaakt werden, de methode volgens welke evenwicht werd verkregen opzettelijk werd gewijzigd.

III. *Het systeem water-aether-malonzuur.*

Hiervan werd de isotherme voor 15° C. tezamen gesteld.

Bij de analytische bepalingen werd het malonzuur getitreerd en de aether als verlies (in luchtstroom) bepaald.

De uitkomsten zijn, wat de gekonjugeerde punten betreft, vermeld in Tab. V en Tab. VI.

Tab. VII geeft de cijfers voor de systemen met vast malonzuur. Het geheel wordt graphisch voorgesteld in fig. 3.

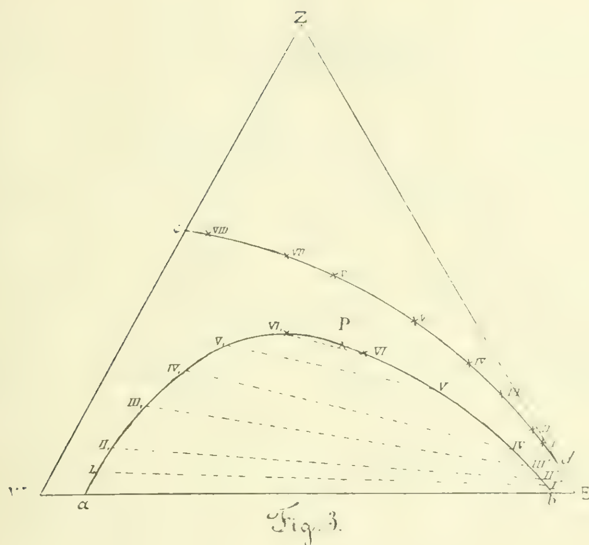



Fig. 3.

TABEL V.

| waterige laag. 15° C. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | in 100 mol. vloeist. | | in 100 gr. vloeist. | |
| | mol. zuur. | mol. aether. | gram zuur. | gram aether. |
| $a$(*) | 0 | 2.01 | 0 | 7.77 |
| I, | 0.89 | 2.11 | 4.63 | 7.91 |
| II, | 2.39 | 2.45 | 11.60 | 8.48 |
| III, | 4.69 | 3.22 | 20.45 | 9.99 |
| IV, | 6.95 | 4.27 | 27.13 | 12.00 |
| V, | 10.04 | 7.89 | 33.63 | 18.80 |
| VI, | 12.06 | 14.89 | 34.17 | 30.02 |
| VII, | 12.70 | 24.16 | 31.11 | 42.12 |

(*) graphisch uit fig. 1.

TABEL VI.

| aetherische laag. 15° C. | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | in 100 mol. vloeist. | | in 100 gr vloeist. | |
| | mol. zuur. | mol. water. | gram zuur | gram water. |
| $b$(*) | 0 | 4.75 | 0 | 1.20 |
| I' | 0.49 | 6.07 | 0.72 | 1.51 |
| II' | 1.47 | 7.76 | 2.19 | 1.99 |
| III' | 3.29 | 11.70 | 5.01 | 3.08 |
| IV' | 5.97 | 18.81 | 9.52 | 5.19 |
| V' | 11.39 | 40.71 | 21.69 | 13.12 |
| VI' | 12.73 | 61.29 | 30.14 | 25.37 |
| VII' | 12.70 | 63.13 | 31.11 | 26.76 |

(*) graphisch uit fig. 1.

TABEL VII.

| | dubbel-oplossing. 15° C. | | | |
|---|---|---|---|---|
| | in 100 mol. vloeist. | | in 100 gr. vloeist. | |
| | mol. zuur. | mol. water. | gram zuur. | gram water. |
| $d$(*) | 5.85 | 0 | 8.00 | 0 |
| I | 5.91 | 0.55 | 8.15 | 0.13 |
| II | 7.20 | 1.78 | 9.96 | 0.42 |
| III | 13.40 | 11.12 | 19.41 | 2.79 |
| IV | 17.87 | 19.84 | 27.22 | 5.23 |
| V | 20.52 | 35.83 | 35.51 | 10.73 |
| VI | 21.83 | 56.61 | 46.18 | 20.86 |
| VII | 21.87 | 64.74 | 51.33 | 26.30 |
| VIII | 19.90 | 78.38 | 57.37 | 39.10 |
| $c$(*) | 19.52 | 80.48 | 58.36 | 41.64 |

(*) graphisch uit fig. 2.

Twee vloeibare phasen k u n n e n in dit systeem alleen dàn bestaan, wanneer minder dan 34% malonzuur aanwezig is. Al het malonzuur is dan in oplossing en verdeelt zich tusschen de aetherische en de waterige laag. Bij eene bepaalde koncentratie van de waterige laag behoort eene bepaalde koncentratie van de aetherische laag. Eenige van deze bij elkander behoorende koncentraties zijn in de isotherme $a\,P\,b$ als gekonjugeerde punten door stippellijnen (de z.g. Tielines) verbonden.

Zoodra in het systeem meer malonzuur aanwezig is, dan opgelost kan worden, heeft men slechts éène vloeibare phase, welke verhouding ook gekozen worde tusschen water en aether. In dit geval kan men spreken van de oplosbaarheid van malonzuur in het dubbelsolvens (water-aether) en wordt deze voorgesteld door de dubbeloplossings isotherme $cd$.

Hoewel deze naam voor $cd$ een ongeoorloofden voorrang van eene stof ten opzichte van de beide andere in zich sluit, kan hij in het spraakgebruik dienen als korte uitdrukking voor: „de Isotherme welker punten de samenstellingen aangeven van de aetherisch-waterige oplossingen die in evenwicht zijn met vast malonzuur".

Men zoude analoog daaraan eene keukenzoutoplossing een dub-

belsolvens kunnen noemen tegenover andere zouten die men er in oplost.

Zonder nadere proefneming zijn nu uit fig. 3 verschillende voorspellingen te doen omtrent het gedrag van een gegeven komplex van malonzuur, water en aether.

De punten binnen *a P b* stellen labile systemen voor, die uiteenvallen in twee vloeibare phasen.

Elke oplossing waarvan de samenstelling uitgedrukt wordt door een punt in het veld, tusschen *a P b* en *c d* gelegen, is eene homogene vloeistof.

Elk komplex in het vlak *c Z d* valt uiteen in vast malonzuur en eene homogene vloeistof die door eenig punt van *c d* wordt voorgesteld.

Eene *oplossing* van malonzuur in water zal door genoegzame toevoeging van aether steeds twee lagen kunnen geven; een stelsel water-malonzuur daarentegen met meer dan 65°/₀ malonzuur zal zich door aethertoevoeging, in welke verhouding ook, niet in lagen scheiden.

Wanneer men eene waterige oplossing van malonzuur met aether wil uitschudden, kan men uit de figuur de gunstigste verhouding van aether berekenen. Het geval kan zich voordoen, wanneer men te veel aether gebruikt (dus bv. de waterige oplossing in aether uitschenkt) dat het systeem homogeen blijft.

Wanneer men bij eene waterige oplossing van malonzuur aether voegt totdat zich de tweede laag begint te vertoonen, kan men aan de figuur de vraag stellen, of zich deze tweede laag aan den bodem dan wel aan de oppervlakte zal afscheiden. Dit wordt beslist door de lijn *E P* wanneer men deze lijn doortrekt totdat zij *W Z* snijdt. Malonzuur oplossingen wier koncentratie tusschen *W* en dit snijpunt liggen geven met aether als bijkomende laag een aetherische, dus bovenste; bij koncentraties tusschen het snijpunt en *c* gelegen zal daarentegen de nieuw ontstaande laag eene waterige zijn.

Berthelot, meenende dat de wet van Henry ook toepasselijk zoude zijn op de verdeeling van eene stof tusschen twee niet mengbare vloeistoffen, verwachtte voor den verdeelingskoëfficient een standvastig getal te vinden, maar bemerkte alras bij zijne proeven dat van standvastigheid geen sprake was; slechts bij steeds afnemende koncentraties vertoonde de koëfficient eene *neiging* tot konstant worden, en wel des te beter naarmate de beide vloeistoffen elkander minder oplosten.

Nernst, die de zaak nader onderzocht, stelde drie voorwaarden voor de bruikbaarheid van Henry's wet bij het verdeelingsvraagstuk:

1°. de twee vloeistoffen moeten elkaar weinig oplossen,

2°. het molekuulgewicht van de opgeloste stof moet in beide mediën hetzelfde zijn,

3°. de koncentratie moet zeer klein zijn, en toch eene zoodanige, dat de jonisatie buiten beschouwing kan blijven.

De reeks der verd. koëff. bij het systeem water-aether-malonzuur nadert nu eenerzijds tot de eenheid, anderzijds (door extrapolatie voor oneindige verdunning) tot $\frac{1}{7}$. De koëfficient is dus in 't geheel niet konstant. Aan de voorwaarden van Nernst is in dit systeem dan ook niet voldaan, zoodat de tot nog toe geformuleerde verdeelingswetten op dit en analoge systemen niet toepasselijk verklaard moeten worden.

**Natuurkunde.** — De Heer van der Waals biedt, namens Dr. P. Zeeman een opstel aan, getiteld: „*Over doubletten en tripletten in het spectrum teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten* (III)."

18. *Photographische negatieven.*

Zooals uit § 16 blijkt had ik reeds eenigen tijd het voornemen door uitmeting van photographische negatieven het onderzoek der stralingsverschijnselen in het magnetisch veld quantitatief te vervolgen. Intusschen was het de vraag of het gelukken zou bruikbare negatieven te vervaardigen onder de voor spectraalphotographie ongunstige omstandigheden, waaronder moet gewerkt worden (zie § 19 einde).

Niet bemoedigend was in dit opzicht het bericht over de pogingen van Anderson en Adeney (Nature p. 420. Sept. '97). Immers, hoewel deze werkten met een tralie van 6.5 M. straal en een veld van 17.000 c.g.s. en met Cd-electroden een half uur exposeerden gelukte het hun niet de magnetische verbreeding der spectraallijnen op te nemen.

Het is mij echter gebleken, dat wanneer de omstandigheden goed worden gekozen zelfs voor metingen geschikte negatieven kunnen worden verkregen.

19. Met het vroeger door mij gebruikte tralie (§ 8) van 1.85 M. straal heb ik (voorloopig alleen in 't blauw-indigo) eerst zonder en later met magnetisch veld het cadmiumspectrum gephotographeerd. In beide gevallen werd juist denzelfden tijd geëxposeerd. Is het er alleen om te doen de verbreeding der spectraallijnen op te nemen dan kan de spleet zoo wijd worden gemaakt dat bij 10 minuten (voor iedere plaat) expositietijd het verschil tusschen de beide op-

namen (met en zonder magnetisch veld) in 't oog valt, terwijl de intensiteit van het veld ongeveer 20.000 c.g.s. kan bedragen. Voor metingen is het wenschelijk het triplet of de doublet te photographeeren, daar dan de afstand van twee lijnen kan gemeten worden. Spleetwijdte en veldsterkte moeten nu natuurlijk kleiner resp. grooter gekozen worden dan voor het constateeren alleen der verbreeding noodzakelijk is.

Het gunstigst zijn de omstandigheden wel voor het verkrijgen van de uiterste componenten van het triplet. Een Nicol werd voor de spleet geplaatst met zijn trillingsvlak verticaal, terwijl het licht loodrecht op de krachtlijnen uitgezonden onderzocht werd. Alleen het licht van de beide uiterste componenten van het triplet bereikt dan de plaat.

Bij een expositieduur van ruim 15 minuten en een stroom van 30 Amp. gelukte het negatieven, waarop die componenten zeer duidelijk waren, te verkrijgen. [1]) Langer kan de expositietijd, met 't oog op de temperatuursverhooging van de Rümkorffklos door den stroom, niet worden genomen. Hoewel natuurlijk op zich zelf het doublet even geschikt is als het triplet en daarbij de absorbeerende werking van een Nicol wegvalt, zoo verdient toch in de meeste gevallen het triplet de voorkeur. Immers de doorboorde polen maken het noodzakelijk voor een gewenschte zelfde intensiteit van het magnetisch veld, een sterker stroom te gebruiken; de verwarming van de klos wordt dan spoedig hinderlijk en de expositieduur moet weer korter genomen worden.

Het spreekt niet van zelf dat men een voor metingen bruikbaar negatief kan verkrijgen. Immers het intensieve veld moet uit den aard der zaak klein zijn. De vonk kan dus niet groot zijn. De lengte en de sterkte der spectraallijnen zijn kleiner dan die, welke buiten het magnetisch veld te verkrijgen zijn. De grenzen waaraan de expositietijd is gebonden, werden reeds genoemd. Men kan dus de verkregen negatieven wat uiterlijk schoon betreft, niet vergelijken met die van metaalspectra door andere natuurkundigen verkregen onder omstandigheden, waarbij expositieduur en lichtsterkte willekeurig gekozen kunnen worden. Als platen gebruikte ik die van Cadett & Neall, die van Marion, instantaneous, en die van Kidd & Morgan. De beide eerste bevielen mij het best. Als

[1]) Een paar der negatieven werden in de zitting der Akademie vertoond. Evenmin als bij directe waarneming was hierop in de intensiteit der beide componenten eenig verschil te zien. Zie over de beteekenis hiervan Lorentz, Verslag der Verg. v. 6 Oct. l.l., p. 197.

ontwikkelaar diende hydrochinon. Dr. ERNST COHEN was zoo vriendelijk mij bij enkele photochemische moeilijkheden bij te staan.

20. *Uitmeting der negatieven. Uitkomst bij cadmium.* Voor metingen blijken de verkregen negatieven echter volkomen voldoende te zijn. Ik stel mij voor bij de mededeeling der uitkomsten met andere stoffen verkregen, uitvoeriger de voor de metingen gebruikte methode te beschrijven. Ik bepaal er mij nu toe een paar bijzonderheden over de meting bij eene Cd-lijn mede te deelen. De golflengte der Cd-lijn en de schaalwaarde van de plaat werden door vergelijking met het zonnespectrum bepaald. De uitmeting der negatieven geschiedde met een comparateur.

De spoed van de micrometerschroef bedroeg 1 m.m., overeenkomende met 1 omwenteling van den trommel. Deze was in 100 deelen verdeeld, waarvan onderdeelen geschat moesten worden. $^1/_{500}$ m.m. kon aldus gemeten worden. De schaal van het negatief was zoodanig dat met 1 m.m. 4.588 Angström-eenheden overeenkwamen. De afstand van de beide componenten van het triplet bedroeg bij de Cd-lijn (4800) 0.191 mm., terwijl het veld ongeveer de intensiteit $30.10^3$ had. De intensiteit werd met een bismuthspiraal bepaald. Uit deze gegevens volgt voor de positieve en negatieve magnetische verandering der periode 0.0000918. De waarde van $\frac{e}{m}$ wordt hieruit berekend op $2,4.10^7$. Bij natrium werd in § 15 voor deze verhouding $1,6.10^7$ gevonden.

**Scheikunde.** De Heer FRANCHIMONT biedt, namens den Heer Dr. P. VAN ROMBURGH te Buitenzorg, eene mededeeling aan: „*Over het voorkomen van eenige vluchtige producten in tropische planten.*"

Mijne onderzoekingen naar het voorkomen van vluchtige producten in bladeren van tropische planten, die zich nu reeds over meer dan 900 soorten uitstrekken en hoofdzakelijk met de bedoeling ondernomen werden, om nieuwe aetherische oliën op te sporen, hebben mij o. a. eenige resultaten gegeven, die zoowel uit een plantenphysiologisch als uit een phytochemisch oogpunt wellicht van eenig belang zijn. Toonde ik vroeger reeds aan dat in vele tropische planten methylalkohol een zeer verspreid voorkomende stof is — zooals dit voor in Europa gecultiveerde door GUTZEIT en later door MAQUENNE aangetoond was — en dat ook aceton niet zeldzaam wordt aangetroffen (o. a. in *Hevea brasiliensis*, *Manihot Glaziovii*-*M. utilissima*, *Pogostemon Spec* (*Patchouly*), *Erythroxylon* (*Coca*), een nog veel algemeener optredend bestanddeel schijnt methylsalicylaat te zijn.

Bij deze onderzoekingen werd gewoonlijk ± 1 KG. bladeren (met de stelen en soms stukjes tak) met water gedistilleerd en het verkregen distillaat (± 600 cM³.) door een tweemaal herhaalde distillatie tot 10 cM³. teruggebracht. Met ijzerchloride werd dan op de aanwezigheid van methylsalicylaat gereageerd. Geelkleuring met kali, die op salicylaldehyde zou wijzen kon geen enkele maal geconstateerd worden. De hoeveelheid methylsalicylaat liep in de verschillende planten nogal uiteen. Terwijl in enkele distillaten de aether zich in den vorm van zware oliedruppels afscheidde en in andere ijzerchloride eene intensieve verkleuring gaf was de reactie bij velen, hoewel duidelijk, toch zeer zwak. In de distillatie van een 160-tal planten (d. i. in ongeveer 18 pCt van de onderzochte) trof ik het aan. Zeer verspreid komt 't voor in de familie der *Leguminosen*; verder in een of meerdere soorten van de volgende families: *Aurantiaceae*, *Celastrineae*, *Compositae*, *Cupuliferae*, *Ebenaceae*, *Euphorbiaceae*, *Gramineae*, *Jasmineae*, *Lonicereae*, *Meliosmeae*, *Myrtaceae*, *Olacineae*, *Polygaleae*, *Rhamneae*, *Rosaceae*, *Rubiaceae*, *Sapindaceae*, *Staphyleaceae* en *Tiliaceae*.

In eenige plantenspecies o.a. in twee *Ryparia*-soorten en in Hynocarpus alpinus komt het tegelijk voor met blauwzuur, dat GRESHOFF daarin vroeger aantoonde.

Bij sommige planten gaf het distillaat der *versche* bladeren de reactie op methylsalicylaat niet, terwijl in dat van bladeren die daags vóór de distillatie geplukt waren ijzerchloride eene violette verkleuring gaf. Dit feit zou er op kunnen wijzen dat, zooals voor andere planten o. a. door BOURQUELOT en door SCHNEEGANS en GEROCK reeds aangetoond werd, het methylsalicylaat glucosidisch gebonden voorkomt.

In eenige planten werd de hoeveelheid salicylzuur, die door verzeeping van den aether ontstond, quantitatief bepaald.

Zoo gaven:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 8.60 | KG. versche bladeren van | *Bambusa gigantea* | 22 | mg. salicylz. |
| 12.50 | „ „ „ „ | *Albizzia stipulata* | 100 | „ „ |
| 9.50 | „ „ „ „ | „ *moluccana* | 62 | „ „ |
| 1.00 | „ „ „ „ | „ *Saponaria* | 7 | „ „ |
| 0.25 | „ „ „ „ | *Abrus praecatorius* | 7 | „ „ |
| 11.00 | „ „ „ „ | *Spatholobus ferrugineus* | 22 | „ „ |
| 13.00 | „ „ „ „ | *Sarcocephalus cordatus* | 324 | „ „ |
| 11.00 | „ „ „ „ | *Briedelia lanceolata* | 15 | „ „ |
| 8.50 | „ „ „ „ | *Quercus spicata* | 23 | „ „ |
| 7.00 | „ „ „ „ | *Rubus Hasskarlii* | 165 | „ „ |
| 8.25 | „ „ „ „ | *Mappa tomentosa* | 160 | „ „ |

Het spreekt wel van zelve dat aan deze getallen niet te veel waarde gehecht mag worden. De leeftijd der bladeren, het uur van den dag waarop ze geplukt werden, de standplaats der boomen enz. zullen vermoedelijk wel op het gehalte van invloed zijn.

Over de rol, die het methylsalicylaat [1]) in het leven der plant speelt is nog niets bekend en het zou voorbarig zijn, zonder een reeks van physiologische proeven, daarover een hypothese op te stellen.

Na de onderzoekingen van TREUB over de rol, die het blauwzuur in *Pangium edule* speelt, nl. als eerste aantoonbaar product van de stikstof-assimilatie en ook als transportmiddel, verschijnt het feit van het voorkomen dezer stof in de plant in een ander licht dan vroeger. Hoe grooter het aantal planten uit verschillende families is, waarin het aangetoond kan worden, hoe meer de hypothese van TREUB steun verkrijgt.

Het was natuurlijk weinig moeite om in de distillaten der onderzochte planten tevens op blauwzuur te reageeren. Ik vond het in de bladeren van de hieronder genoemde:

| | |
|---|---|
| *Phaseolus lunatus* | (Fam. der *Leguminosae*). |
| *Colocasia gigantea* | ( „ „ *Aroideae*). |
| *Kurrimia Zeylanica* | ( „ „ *Celastraceae*). |
| *Pterocymbium spec* | ( „ „ *Sterculiaceae*). |
| *Cupania* „ | ( „ „ *Sapindaceae*). |
| *Passiflora quadrangularis* [2]) | ( „ „ *Passifloraceae*). |
| *Tacsonia spec.* | ( „ „ „ |
| *Plectronia dicocca Brck* | ( „ „ *Rubiaceae*). |

In de bladeren van *Phaseolus lunatus* komt tegelijk met het blauwzuur ook aceton voor; uit 3 KG. versch blad kon ik ongeveer 3 $cM^3$. daarvan afscheiden. In *Plectronia dicocca* werd behalve cyaanwaterstof ook benzaldehyde aangetroffen. In de overige schijnt het blauwzuur of vrij of zeer los gebonden voor te komen.

De distillatie van de onderzochte planten gaven — behoudens enkele weinige uitzonderingen — met jodium en kali afscheiding

[1]) Men vindt het in verschillende plantendeelen zooals bladeren, hout, bast, wortels en onlangs vond ik het ook in de bloemen der Liberia-koffie.

[2]) In de onrijpe vruchten dezer plant vindt men eveneens blauwzuur. Dit kon ook in andere soorten van *Passiflora* aangetoond worden o. a. in *P. laurifolia*, *P. princepo*, *P. Impératrice Eugénie.*

van jodoform; bij sommige oogenblikkelijk en in groote hoeveelheid, wat op aanwezigheid van aceton schijnt te wijzen. Ook reductie van ammoniakale zilveroplossing kwam dikwijls voor, hetgeen na de interessante onderzoekingen van CURTIUS en REINKE over de vluchtige reduceerende stof der groene plantencellen niet bevreemden kan. Door de distillatie van zeer groote hoeveelheden Indigo, Rameh en Suikerbietbladeren heb ik zeer geringe hoeveelheden van een in veel water oplosbare vloeibare verbinding kunnen afscheiden, die wellicht verwant of identisch kan zijn met de door REINKE en CURTIUS verkregen stof.

Uit een paar Fagraea-soorten kon ik een lichaam afscheiden met uitermate stekenden, aan allylalkohol herinnerenden reuk en uit een voorloopig door Dr. BOERLAGE *Paracasearia celebica* gedoopte plant een zeer waarschijnlijk tot de aetherische mosterdoliën behoorend lichaam, terwijl eindelijk nog een 15-tal nieuwe aetherische oliën verkregen werden, waarvan het verder onderzoek, door gebrek aan voldoende materiaal, nog wel eenigen tijd op zich zal laten wachten.

**Scheikunde.** — De Heer FRANCHIMONT levert eene: „*Bijdrage tot de kennis van het methylnitramine*".

Zooals ik in Februari besprak is voor de zure nitraminen in 't algemeen de vraag opgerezen of zij hunne zure eigenschappen te danken hebben aan een aan stikstof gebonden waterstofatoom dan wel of zij de groep hydroxyl bevatten en deze daarvan de oorzaak is.

Ik gaf toen als mijne meening te kennen dat de eerste opvatting niet alleen beter de vormingswijzen uitdrukt, maar ook voldoende de eigenschappen weergeeft, als men het eigenaardige dubbele gedrag, dat deze nitraminen soms vertoonen, als een gevolg van de eigenschappen der nitrogroep aanziet, en voerde eenige gronden voor mijne meening aan.

In Juni besprak ik eenige reacties die eenvoudiger schijnen als men de NH-groep aanneemt, deze reacties hadden plaats in waterige oplossing. Maar ook bij afwezigheid van water geeft het methylnitramine reacties die eenvoudiger schijnen bij de aanname der NH- dan bij die der OH-groep. Eene daarvan deel ik nu mede.

Beschouwt men het methylnitramine als het methylamide van het salpeterzuur, dan rijst de vraag hoe het zich met reëel salpeterzuur zal gedragen. Ik herinner even aan vroegere mededeelingen in 1887 en 1896 over de werking van salpeterzuur op methylamiden, waarbij bleek dat deze afhangt van de zuurrest, en dat resten van sterke zuren de werking van het salpeterzuur tegengaan, ofschoon ook nog

andere onbekende oorzaken daarbij soms eene rol spelen. Ik noem als voorbeelden : het methylamide van nitrobenzoëzuur, dat niet aangegrepen wordt, dat van oxaalzuur hetgeen een nitroderivaat levert, dat van azijnzuur waaruit stikstofoxydule, methylnitraat en azijnzuur ontstaan. Het methylnitramine gedraagt zich als 't laatste. Het geeft zelfs beneden 0° zoo goed als quantitatief stikstofoxydule en methylnitraat, maar voor zoover ik heb kunnen nagaan *niet* het totnogtoe onbekende dinitromethylamine. Dit gedrag pleit m. i. meer voor de opvatting, die door de formule $CH_3.NH.NO_2$ weergegeven wordt, dan voor de aanwezigheid der OH-groep.

Ik wil hier nog eene opmerking bijvoegen omtrent eene andere reactie, waaraan door HANTZSCH groote waarde gehecht wordt voor het aantoonen der OH-groep, n.l. de kleuring door ferrichloride.

Van de twee isomere phenylnitromethanen, waarvan het eene — het stabiele — indifferent is, het andere een zuur karakter heeft, geeft het laatste de bekende verkleuring met ferrichloride, welke bij de enolen optreedt en daar als bewijs voor de OH-groep aan een onverzadigd koolstofatoom gebonden (evenals in phenolen) aangemerkt wordt.

Deze reactie nu, welke ook BAMBERGER en zijne leerlingen voor tal van stoffen waarin de groep R.NOH voorkomt gevonden hebben, vertoont het vrije methylnitramine niet, en als men hieraan eenige waarde hechten wil zou men tot 't besluit moeten komen dat het vrije methylnitramine geen OH-groep bevat. Toch levert het een ferrizout, dat donkergeelbruin of roodbruin gekleurd is, en vermoedelijk tevens chloor bevat. Het vormt zich o. a. als men waterige oplossingen van kalium-, natrium- of bariumzout met ferrichloride-oplossing vermengt en wacht tot het eerst ontstaande neerslag van ferrihydroxyde na eenigen tijd weer oplost.

Mij komt dus nog altijd de meening van HANTZSCH dat $CH_3.NH.NO_2$ neutraal zou moeten zijn en zoo instabiel dat het zich spontaan in $CH_3.N \quad N\,OH$ omzet, twijfelachtig voor. Binnenkort hoop ik voor
$\diagdown O \diagup$
dien twijfel nieuwe gronden te kunnen aanvoeren.

**Natuurkunde.** — De Heer H. A. LORENTZ biedt eene mededeeling aan, getiteld : *Over de vraag of de aarde bij hare jaarlijksche beweging den aether al dan niet medesleept.* Opmerkingen naar aanleiding eener verhandeling van den Heer A. A. MICHELSON.

De Heer MICHELSON heeft onlangs [1]) eene belangrijke en op groote schaal genomen interferentieproef beschreven, die moest dienen om

[1]) American Journal of Science. 4th Ser., Vol. 3, p. 475, 1897.

te onderzoeken of eene relatieve beweging van den aether dicht bij den bodem ten opzichte van eene hoogere laag van deze middenstof kan worden waargenomen. Op de mededeeling zijner uitkomsten laat hij eenige opmerkingen volgen over de onderstellingen die in de aberratietheorie moeten of kunnen worden aangenomen. Daar ik mij met dit gedeelte der verhandeling niet geheel kan vereenigen, veroorloof ik mij in aansluiting aan mijne vroegere beschouwingen over het onderwerp de volgende uiteenzetting.

§ 1. In mijne verhandeling over den invloed dien de beweging der aarde op de lichtverschijnselen uitoefent [1]) heb ik de volgende onderstellingen gemaakt:

*A*. Doorschijnende ponderabele lichamen zijn met aether gevuld, die zich vrij bewegen kan. Zijn twee doorschijnende lichamen met elkander in aanraking (of een zoodanig lichaam met eene luchtledige ruimte), dan zijn aan het grensvlak de componenten der snelheid van den aether doorloopend.

*B*. De beweging van den aether is irrotationeel; er bestaat dus een snelheidspotentiaal.

*C*. Het meêsleepen der lichtgolven in doorschijnende isotrope [2]) stoffen wordt bepaald door den bekenden coëfficient van Fresnel.

Over de verschijnselen in ondoorschijnende stoffen werden geene onderstellingen gemaakt.

Het bleek dat men uit de hypothesen *A*, *B* en *C* de aberratie en verschillende daarmede samenhangende verschijnselen kan verklaren. De aldus verkregen theorie bevat als een bijzonder geval die van Fresnel, die den aether overal in rust onderstelt en eveneens *C* aanneemt. Aan den anderen kant kan mijne theorie beschouwd worden als eene wijziging van die, welke Stokes had voorgesteld. Deze natuurkundige nam n.l. de onderstelling *B* aan, maar voegde er aan toe:

*D*. dat overal aan het oppervlak der aarde de snelheid van den aether gelijk aan die der aarde is.

Het is duidelijk dat men, dit aannemende, *A* en *C* niet meer noodig heeft; deelt de aether in de beweging der aarde, dan zal natuurlijk ook alles wat b.v. in een stuk glas aanwezig is dit eveneens doen; van een meêsleepen, zooals in *C* bedoeld wordt, is dan geen sprake.

[1]) Versl. en Meded. der Akad. v. Wet., 3e Reeks, Deel 2, p. 297, 1886; Arch. néerl., T. 21, p. 103, 1887.

[2]) Zie, wat de uitbreiding tot anisotrope lichamen betreft: Lorentz, Over den invloed van de beweging der aarde op de voortplanting van het licht in dubbelbrekende lichamen. Zittingsverslagen der Akad. v. Wet., Deel I, p. 149, 1893.

De theorie van STOKES kan echter niet worden aangenomen, daar de onderstellingen $B$ en $D$ met elkander in strijd zijn.

Het was daarom noodig, daar er weinig uitzicht scheen te bestaan [1]) om zonder $B$ tot eene verklaring der aberratie te komen, $D$ te laten vallen, en dus aan het oppervlak der aarde eene relatieve beweging van den aether ten opzichte van de aarde toe te laten. Dit maakte echter weder de onderstellingen $A$ en $C$ noodig.

Kortheidshalve moge de theorie die op $A$, $B$ en $C$ berust de *gewijzigde* theorie van STOKES heeten; men heeft, voor zoover ik kan nagaan, geene andere keus dan tusschen deze theorie en die van FRESNEL, die trouwens een bijzonder geval van de algemeene theorie is.

§ 2. Bij de thans door MICHELSON genomen proef doorliepen de twee met elkander interfereerende lichtbundels denzelfden weg in tegengestelde richting, en wel den omtrek van een rechthoek, met twee verticale zijden en twee horizontale zijden in de richting van Oost naar West. De hoogte was 50, en de lengte 200 voet, zoo groot als de afmetingen van het Ryerson-laboratorium te Chicago toelieten. Aan het eene uiteinde $A$ van de basis $AB$ was een met een doorschijnend zilverlaagje bedekte glasplaat $P$ geplaatst, waarvan het vlak den hoek van den rechthoek middendoordeelde; aan de andere hoekpunten $B$, $C$ en $D$ bevonden zich spiegels, waarvan de nadere beschrijving hier achterwege kan blijven. Eene lichtbron was geplaatst op het verlengde der basis aan de zijde van $A$; de stralen vielen van hier in horizontale richting op $P$ en werden gesplitst in een doorgelaten en een teruggekaatst gedeelte. Het eerste volgde den weg $A\ B\ C\ D\ A$ en werd, bij $P$ teruggekomen, voor een deel door de glasplaat doorgelaten. Het gedeelte dat eerst teruggekaatst was, plantte zich voort volgens $A\ D\ C\ B\ A$ en werd dan voor een deel door $P$ verticaal naar beneden gereflecteerd. Zoo verkreeg men dus in een kijker die in verticalen stand beneden $P$ was opgesteld twee bundels die tot een interferentieverschijnsel aanleiding gaven. Te 12 uur des middags en te middernacht had de beweging der aarde eene richting die weinig van de horizontale zijden van den rechthoek afweek; werd nu de aether door de aarde medegesleept en wel die nabij de bovenste zijde minder dan die nabij de basis, dan zou de eene lichtbundel met den aetherstroom medegaan, waar deze de grootste, en tegen dien stroom in, waar hij de kleinste snelheid heeft, en de andere lichtbundel juist omge-

[1]) LORENTZ, De aberratietheorie van STOKES. Zittingsverslagen der Akad. v. Wet., Deel 1, p. 97, 1892.

keerd. Het verschil der snelheden boven en beneden zou dus eene verandering der phaseverschillen teweegbrengen, welke verandering des middags in de eene en te middernacht in de andere richting zou zijn. Er werd derhalve onderzocht of de interferentiestrepen op verschillende uren al dan niet denzelfden stand hadden. Het bleek dat, zoo eene standverandering al bestond, zij stellig minder bedroeg dan $^1/_{20}$ streepafstand. De grootste verplaatsing die uit de gemiddelden van vele instellingen volgde had ongeveer deze waarde, maar de verkregen getallen loopen te veel uiteen om van die uitkomst zeker te kunnen zijn.

§ 3. In het bovenstaande werd alleen gesproken van de snelheid die de aether aan de horizontale zijden van den rechthoek in de richting daarvan heeft. Maakt men geenerlei onderstelling over de aetherbeweging, dan wordt, zooals men gemakkelijk aantoont, de invloed op de phaseverschillen bepaald door de lijnintegraal van de aethersnelheid langs den omtrek van den rechthoek; deze is 0 als de beweging irrotationeel is. Mocht men derhalve uit de proeven afleiden dat de strepen zich in den loop van den dag *niet* verplaatst hebben, dan zou de uitkomst zoowel vereenigbaar zijn met de gewijzigde theorie van STOKES (trouwens ook met de oorspronkelijke theorie van STOKES) als met de theorie van FRESNEL, dus met de beide theorieën, die men kan aannemen.

Zelfs is de steun dien deze theorieën aldus verkrijgen, krachtiger dan ik eerst uit de beschouwingen van MICHELSON meende te mogen opmaken. Hij merkt op, dat de negatieve uitkomst der proef ook verklaard zou kunnen worden als men aannam, dat de aarde den aether medesleept en dat deze werking zich uitstrekt tot op eene hoogte die vergelijkbaar is met de middellijn der aarde; immers, in dat geval zou de vermindering der snelheid bij eene rijzing van 50 voet zeer weinig bedragen. Terwijl hij nu een zoo ver reikenden invloed der aarde onwaarschijnlijk acht, zou ik dien juist verwachten, wanneer nu eenmaal de aarde den aether medesleepte. Eene verdeeling der snelheden, zooals men die heeft wanneer een bol zich verplaatst door eene vloeistof met wrijving, die niet langs het oppervlak kan glijden, ware dan, naar het mij voorkomt, niet ondenkbaar. In dit geval zou in een vlak, door het middelpunt der aarde, loodrecht op de bewegingsrichting, gebracht, op eene hoogte boven het aardoppervlak, gelijk aan den straal der aarde, de snelheid van den aether nog het $^{13}/_{32}$, en op eene hoogte gelijk aan de middellijn der aarde nog het $^{7}/_{27}$ van de snelheid der aarde bedragen.

Waren nu de uitkomsten van MICHELSON met eene dergelijke snelheidsverdeeling te vereenigen, dan zouden zij wel is waar ver-

bieden eene veel snellere afname der snelheid met de hoogte aan te nemen, maar m. i. zeer goed denkbare bewegingstoestanden zonder snelheidspotentiaal niet uitsluiten.

De berekening leert echter dat het anders met de zaak gesteld is. Neemt men aan dat des middags en te middernacht de waarnemingsplaats in het bovengenoemde vlak ligt en dat dan de rechthoek van MICHELSON loodrecht op dat vlak staat, dan vindt men dat de strepen zich van het eene tijdstip tot het andere over $1/6$ streepafstand hadden moeten verplaatsen. Zelfs eene vrij wat kleinere verplaatsing zou niet aan den waarnemer ontsnapt zijn.

Daaruit blijkt wel dat het niet gemakkelijk zal zijn een bewegingstoestand van den aether, waarbij deze door de aarde wordt medegesleept en aan *D* voldaan is, zoo te bedenken, dat men niet met de proef van MICHELSON in strijd komt.

Hierbij mag niet over het hoofd worden gezien, dat de proef alle bewijskracht zou verliezen, wanneer hetzij de wanden van het gebouw, hetzij de sluitplaten der buizen, waardoor MICHELSON de lichtstralen liet loopen, ondoordringbaar voor den aether waren. Van de buizen is echter in dit opzicht wel niet te vreezen; het is m. i. aan geen twijfel onderhevig, dat glas den aether kan doorlaten, en dan kunnen de sluitplaten der buizen, die de onderste en de bovenste zijde van den rechthoek uitmaken, de lichtstralen niet tegen een horizontalen aetherstroom beschut hebben.

§ 4. Van de beide theorieën die volgens § 1 nog kunnen worden aangenomen is ontegenzeggelijk die van FRESNEL de eenvoudigste; ik heb daarom bij latere onderzoekingen die theorie aangenomen en ondersteld dat *alle* ponderabele lichamen den aether *volkomen* doorlaten.[1]) Intusschen gebiedt de voorzichtigheid, de meer algemeene theorie, de gewijzigde van STOKES, niet uit het oog te verliezen. De afleiding van den meêsleepings-coëfficient, dus van de onderstelling *C*, uit de electromagnetische lichttheorie blijft gelden, zoodra slechts de volkomen permeabiliteit der doorschijnende lichamen wordt aangenomen. En het lijdt wel geen twijfel, dat de verklaring van een aantal verschijnselen uit de bewegingsvergelijkingen van het licht zoo kan worden gegeneraliseerd, dat zij niet meer alleen past in de theorie van FRESNEL, maar ook in de gewijzigde theorie van STOKES; ik bedoel dat men de bewegingsvergelijkingen zal kunnen opstellen en er de noodige gevolgtrekkingen uit zal kunnen afleiden,

[1]) LORENTZ, La théorie électromagnétique de MAXWELL et son application aux corps mouvants. Leiden. Brill, 1892. (Ook versch. en in Arch. néerl., T. 25); LORENTZ, Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden. Brill, 1895.

ook wanneer men aanneemt dat de relatieve snelheid van den aether ten opzichte van de ponderabele stof niet in alle punten dezelfde is, maar uit een snelheidspotentiaal van dezen of genen vorm moet worden afgeleid.

Een paar moeilijkheden blijven nog altijd over. Eene daarvan is gelegen in eene vroegere, welbekende proef van MICHELSON en MORLEY, waarin twee lichtstralen met elkander interfereerden, die, de een in de eene richting en de andere in eene richting loodrecht daarop, over een zekeren afstand heen en weer liepen. Het bleek dat de beweging der aarde geen invloed had op den stand der onder deze omstandigheden waargenomen interferentiestrepen.

Om deze uitkomst te verklaren heb ik de volgende onderstelling gemaakt, waartoe ook FITZGERALD gekomen is: [1])

*E.* De afmetingen van het vaste lichaam (metaal of steen) dat bij deze proeven als drager van het optische apparaat diende, ondergaan eene verandering, zoodra het zich met eene zekere snelheid $v$ ten opzichte van den aether in de onmiddellijke omgeving beweegt. Trekt men in het lichaam twee lijnen $L_1$ en $L_2$, de eerste in de richting van $v$, de tweede loodrecht daarop, welke lijnen even lang zouden zijn, wanneer $v=0$ was, dan zal tengevolge der beweging de verhouding $L_1 : L_2$ de waarde $1-\frac{v^2}{2V^2}$ aannemen, als $V$ de snelheid van het licht is.

Toen ik deze hypothese opstelde sprak ik alleen van de theorie van FRESNEL, en verstond dus onder $v$ de snelheid der aarde. Het is echter duidelijk dat de negatieve uitkomst der bedoelde interferentieproef alleen dan zonder eenige hypothese verklaarbaar zou zijn, wanneer aan de oppervlakte der aarde de aether en de ponderabele stof geene relatieve snelheid ten opzichte van elkander hadden, wat in de oorspronkelijke theorie van STOKES werd ondersteld. Deze theorie mag echter, zooals wij zagen, niet worden aangenomen. Voor elke theorie die *wel* kan worden aangenomen, voor de gewijzigde van STOKES evengoed als voor die van FRESNEL, levert de proef van MICHELSON en MORLEY hetzelfde bezwaar op. Dit kan echter steeds door mijne onderstelling worden opgeheven, wanneer men deze formuleert, zooals ik het boven gedaan heb.

De onderstelling $E$ moet derhalve in elk geval worden gemaakt.

*Iets over de voortplanting van het licht ingeval de beweging van den aether niet irrotationeel is.*

§ 5. Ofschoon MICHELSON de theorie der laatstelijk door hem

[1]) Zittingsverslagen der Akad. v. Wet., Deel I, p. 74, 1892.

genomen proef reeds heeft ontwikkeld, is het misschien de moeite waard, iets uitvoeriger na te gaan, welken invloed eene beweging van den aether zonder snelheidspotentiaal moet hebben. Ook voor het geval dat er doorschijnende stoffen (lenzen) in het spel zijn, wordt dit betrekkelijk eenvoudig, wanneer men de onderstellingen $A$ en $C$ blijft aannemen.

Ik beschouw zoowel voor den aether als voor de lichtgolven de relatieve beweging ten opzichte van de ponderabele stof, dus ten opzichte van de aarde, en duid de snelheid van den aether in eenig punt door $p$, de snelheid van het licht in rustenden aether door $V$ aan. Grootheden van de orde $p^2/V^2$ zullen worden verwaarloosd. Men mag dan, indien een lichtstraal een hoek $\vartheta$ met de snelheid $p$ maakt, voor de snelheid van dien lichtstraal stellen :

in den aether: $$V + p \cos \vartheta$$

en in eene ponderabele stof:

$$\frac{V}{n} + \frac{p}{n^2} \cos \vartheta .$$

In den tweeden term dezer laatste uitdrukking is de hypothese $C$ uitgedrukt; $n$ is de brekingsindex.

De tijd dien de lichtstraal behoeft om een element $ds$ te doorloopen is in den aether

$$\frac{ds}{V + p \cos \vartheta} = \frac{ds}{V} - \frac{p}{V^2} \cos \vartheta \, ds,$$

en in eene ponderabele stof

$$\frac{ds}{\frac{V}{n} + \frac{p}{n^2} \cos \vartheta} = \frac{n\, ds}{V} - \frac{p}{V^2} \cos \vartheta \, ds .$$

De „tijdsbesparing" wegens de beweging van den aether is dus in elk geval

$$\frac{p}{V^2} \cos \vartheta \, ds.$$

Wanneer men zich bij de behandeling van de verschijnselen der terugkaatsing en breking, interferentie en buiging van het beginsel van Huygens bedient, kan alles teruggebracht worden tot de vraag:

Gesteld dat het licht langs twee wegen $APB$ en $AQB$ van een punt $A$ naar een punt $B$ gaat, welken invloed heeft dan de beweging van den aether op het phaseverschil der in $B$ samenkomende trillingen?

Klaarblijkelijk wordt de verandering van het phaseverschil bepaald door het verschil der tijdsbesparingen voor de beide wegen, en uit het bovenstaande volgt hiervoor

$$\frac{1}{V^2}\left[\int_{APB} p \cos \vartheta \, ds - \int_{AQB} p \cos \vartheta \, ds\right],$$

waarvoor wij, als wij den tweeden integratieweg omkeeren, mogen schrijven

$$\frac{1}{V^2}\left[\int_{APB} p \cos \vartheta \, ds + \int_{BQA} p \cos \vartheta \, ds\right] = \frac{1}{V^2}\int_{APBQA} p \cos \vartheta \, ds.$$

De verandering van het phaseverschil hangt dus af van de lijnintegraal der snelheid $p$ langs den gesloten weg $APBQA$; zij is natuurlijk des te kleiner, naarmate de twee beschouwde wegen minder uiteenloopen. Inderdaad hangt volgens eene bekende stelling de lijnintegraal langs eene gesloten lijn samen met de grootte van een oppervlak dat deze lijn tot rand heeft.

§ 6. Bij de toepassing van het bovenstaande op de proef van Michelson kunnen wij eerst nagaan, welke lichtbeweging in het waarnemingsvlak wordt teweeggebracht door de golven die zich langs den *eenen* weg hebben voortgeplant, vervolgens de golven beschouwen, die den *anderen* weg hebben gevolgd, en eindelijk de interferentie der twee lichtbewegingen.

Bij de behandeling der eerste vraag kiezen wij een bepaald punt $L$ der lichtbron en een bepaald punt $W$ van het waarnemingsvlak uit. Wij kunnen dan tal van gebroken lijnen $L\alpha\beta\gamma \ldots W$ trekken, waarvan het hoekpunt $\alpha$ ergens in het eerste terugkaatsende of brekende oppervlak ligt, het hoekpunt $\beta$ in het tweede dezer oppervlakken en zoo vervolgens. De beweging die het punt $L$ in $W$ teweegbrengt kan worden opgevat als te ontstaan door de interferentie van vele trillingen die zich langs deze verschillende lijnen hebben voortgeplant. Twee dier trillingen hebben b. v. de wegen $L\alpha\beta\gamma \ldots W$ en $L\alpha'\beta'\gamma' \ldots W$ doorloopen. De invloed der aetherbeweging op het phaseverschil dezer trillingen is evenredig met de lijnintegraal der snelheid $p$ langs den omtrek $L\alpha\beta \ldots W \ldots \beta'\alpha' L$. Deze gesloten lijn omvat nu een oppervlak, veel kleiner dan het oppervlak dat binnen den omtrek van den in § 2 genoemden rechthoek begrepen is; daarom mogen wij van de verandering van het thans beschouwde phaseverschil afzien, wanneer zelfs de verandering van het phaseverschil tusschen de *twee* lichtbundels eene kleine grootheid is. M. a. w., wij mogen de tijdsbesparing voor *al* de wegen $L\alpha\beta \ldots W$, $L\alpha'\beta' \ldots W$ enz. gelijkstellen; de in $W$ aankomende

trillingen interfereeren dus met elkander met dezelfde phaseverschillen als wanneer de aether in rust is. Derhalve wordt aan de amplitudo der resulteerende trilling niets veranderd, maar hare phase wordt evenveel gewijzigd als die der samenstellende trillingen, nl. zooveel als aan de tijdsbesparing voor den weg $L\alpha\beta\ldots W$ beantwoordt.

Dergelijke beschouwingen gelden voor den tweeden lichtbundel: ook de lichtverdeeling die deze op zichzelf in het waarnemingsvlak geeft, is onafhankelijk van de beweging van den aether en alleen de resulteerende phase wordt daardoor gewijzigd. De tijdsbesparing waarmede men thans te doen heeft kan, als men dezelfde punten $L$ en $W$ beschouwt als boven, worden verkregen uit de lijnintegraal der snelheid $p$ langs eene gebroken lijn $Lab\ldots W$, die den weg van den tweeden lichtbundel over de verschillende terugkaatsende of brekende oppervlakken volgt.

De verandering eindelijk, die de aetherbeweging brengt in het phaseverschil waarmede de beide bundels in $W$ interfereeren zal bepaald worden door het verschil der lijnintegralen voor de wegen $L\alpha\beta\ldots W$ en $Lab\ldots W$, en daarvoor mag de lijnintegraal langs den omtrek van den in § 2 genoemden rechthoek genomen worden.

**Pathologie.** — De Heer Stokvis biedt voor de Boekerij aan, de dissertatie van den Heer J. Keyzer: „*Ueber Haematoporphyrin im Harn*", en geeft daarvan het volgende overzicht:

Eerst sedert de laatste jaren heeft men in de normale urine van den mensch sporen eener kleurstof gevonden, die buiten het lichaam uit bloed het eerst door Mulder en Goudoever bereid, en als het ijzervrij haematine, het voor krystallisatie vatbare haematoporphyrine bekend is.

Dr. Keyzer heeft nu in het Pathol. Labor. te Amsterdam allereerst de waarde der verschillende methoden tot het afscheiden van het haematoporphyrine uit de urine ten opzichte van betrouwbaarheid en gemakkelijke uitvoerbaarheid nagegaan, en heeft daarbij gevonden, dat de methode van Saillet verreweg de beste resultaten geeft. Hij heeft verder, daar het vermoeden voorhanden scheen, dat de hoeveelheid haematoporphyrine met de voeding en het voedsel in verband stond, zich overtuigd, dat deze kleurstof bij gezonden bijna geheel uit de urine verdwijnt, indien zij wit vleesch zonder groenten gebruiken, maar duidelijk daarin aanwezig is, zoodra het voedsel uit rood vleesch, of uit wit vleesch en bladgroenten bestaat. Inderdaad schijnt deze urinekleurstof zoowel uit bloedkleurstof als uit plantenkleurstof, zoowel uit haemoglobine als uit chlorophyl in het dierlijk lichaam te kunnen ontstaan, geheel in overeenstemming met het door

SCHUNCK en MARCHLEWSKI gevonden feit, dat het uit chlorophyl bereid phylloporphyrine en het uit bloed te bereiden haematoporphyrine als volkomen identisch beschouwd moeten worden. Dr. KEYZER onderzocht verder de urine van zieken op de aanwezigheid van haematoporphyrine in 121 gevallen en vond deze kleurstof in 74 pCt. der gevallen aanwezig, in de grootste hoeveelheid bij loodkoliek tijdens den aanvang, verder in groote hoeveelheden bij koortsende zieken, bij leveraandoeningen, zoowel van primairen als secundairen aard, die met stoornissen der galafscheiding gepaard gaan; in zeer kleine hoeveelheden bij bloedziekten, bij uitterende koortsvrije ziekten, en merkwaardigerwijze ook bij lijders aan diabetes mellitus, schoon deze, op diëet gesteld, groote hoeveelheden rood vleesch en groenten nuttigen. Bij eene echte bloedziekte als leukaemie en bij alle vormen van nierziekten werd haematoporphyrine gemist. Van ware haematoporphynurie, van het voorkomen van haematoporphyrine in de urine in zóó groote hoeveelheden, dat het terstond door de kleur en het spectroscopisch onderzoek in de onbewerkte urine herkend kan worden, bleek slechts tijdens loodkoliek en bij sulfonalvergiftiging sprake.

**Pathologie.** — De Heer STOKVIS biedt voor de Boekerij de dissertatie aan van den Heer J. DE HARTOGH JR., getiteld: „*Ueber Peptonurie und den Nachweis des Peptons im Harn*”, en geeft daarvan het volgende overzicht:

Terwijl in de normale urine van den mensch evenmin eiwit als albumose of pepton voorkomt, beweert men, bij sommige ziektetoestanden albumose of pepton in eiwitvrije urine te hebben aangetroffen, onder omstandigheden dus, waarbij de mogelijkheid was buitengesloten, dat buiten het lichaam in de reeds geloosde urine albumose uit eiwit ontstaan was. Toen nu op het Pathol. Labor. te Amsterdam gebleken was, dat de methode waarvan men zich tot nog toe tot het aantoonen van pepton in de urine, tot het constateeren dus van de zoogenaamde peptonurie bediend had (praecipiteeren van het vermoedelijke pepton met phosphorwolframzuur of sulfas ammoniae, oplossen van het praecipitaat in water of alkaliën, en behandelen dier oplossing met sulfas cupri en natronloog) eene volkomen onbetrouwbare was, en dat de biuret-reactie, die men op de aanwezigheid van pepton (albumose) betrokken had, ook door een der best bekende en normaal voorkomende urine-kleurstoffen: het urobiline gegeven werd, rees de vraag, of het mogelijk was naast het urobiline pepton of albumose in de urine aan te toonen en zoo ja hoe het dan met de zoogenaamde pathologische peptonurie staat.

Dr. DE HARTOGH heeft nu in het genoemde Laboratorium eene poging gedaan om die vraag op te lossen. Na zich door controleproeven overtuigd te hebben, dat het mogelijk is tegelijkertijd in de urine aanwezig urobiline en pepton aan te toonen (het door phosphorwolframzuur, enz. verkregene neerslag wordt eerst met alkohol, daarna met alkohol en een zuur uitgewasschen, tot dat het urobiline verdwenen is en dan wordt de rest of het restje met alkali behandeld), heeft hij in 50 ziektegevallen de urine meer dan eens op pepton of albumose onderzocht. Hij is daarbij tot het resultaat gekomen, dat slechts in 4 daarvan albumose of pepton in de van urobiline vrije vloeistoffen kon worden aangetroffen. Maar deze vier urines waren alle oorspronkelijk eiwithoudend, zoodat hoogstwaarschijnlijk zich in de urine zelf bij het staan aan de lucht of de bewerking uit het eiwit albumose of pepton in uiterst geringe hoeveelheid gevormd had. In alle de andere gevallen werd pepton en albumose gemist. Het bestaan van een zoogenaamde pathologische peptonurie mag daarom worden betwijfeld, te meer omdat in de urine der ziektegevallen, waarin men vroeger pepton in de urine meende aangetroffen te hebben, door Dr. DE HARTOGH steeds zoo groote hoeveelheden urobiline gevonden werden, dat de verkregen foutieve resultaten daardoor gemakkelijk verklaard worden.

Voor de Boekerij worden aangeboden door den Heer KAMERLINGH ONNES, namens Dr. E. VAN EVERDINGEN JR., diens dissertatie, getiteld: „Metingen over het verschijnsel van HALL en de toename van den weerstand in het magnetisch veld", en door den Heer STOKVIS een overdruk uit het „Zeitschrift für Biologie", getiteld: „Ueber die Bedeutung der Blutreaction im Menschenharn".

De vergadering wordt gesloten.

**(10 November 1897).**

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van Zaterdag 27 November 1897.**

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 277. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS over: „Een benaderde regel voor den loop der plooipuntslijn van een mengsel" (met één plaat), p. 279. — Mededeeling van den Heer MOLL, namens den Heer C. VAN WISSELINGH: „Over den nucleolus van spirogyra" (met één plaat), p. 303. — Mededeeling van den Heer EIJKMAN: „Over den invloed van het jaargetijde op de menschelijke stofwisseling", p. 308. — Mededeeling van den Heer V. A. JULIUS, namens den Heer N. G. VAN HUFFEL: „Metingen omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren staaf, verricht in het Natuurkundig Laboratorium te Utrecht" (met één plaat), p. 312. — Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens den Heer SCHREINEMAKERS: „Uitkomsten van een onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 en 3 vloeistofphasen optreden", p. 313. — Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens Dr. W. VAN BEMMELEN te Utrecht: „Nieuwe aanwinsten voor de verzameling van oudere miswijzings-waarnemingen", p. 317. — Aanbieding door den Heer BEHRENS van een verhandeling van den Heer L. HOUWINK: „Onderzoek omtrent den bouw en de eigenschappen van het zoogenaamde Hardglas", p. 321. — Mededeeling van den Heer DIBBITS, namens den Heer Dr. A. SMITS te Utrecht: „Over een toestel om de spanning boven eene kokende vloeistof constant te houden" (met één plaat), p. 321. — Mededeeling van den Heer W. KAPTEIJN: „Over eenige bepaalde integralen", p. 329. — Mededeeling van den Heer VERBEEK, dat hij eerstdaags weder naar Indië vertrekt, p. 335. — Aanbieding van Boekgeschenken, p. 335. — Vaststelling der eerstvolgende vergadering op Vrijdag 24 December a.s., p. 335.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Bericht van de Heeren DIBBITS en W. KAPTEIJN, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van Z. Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken d.d. 25 November 1897, met verzoek om advies op de vraag, of het

19

wenschelijk is te bevorderen, dat alle torens worden voorzien van bliksemafleiders, dan wel, of de omstandigheid, dat een jaarlijks herhaald onderzoek daarvan niet met zekerheid te verwachten is, het gevaar voor het inslaan van den bliksem door het aanbrengen van geleiders eer vermeerdert.

In handen gesteld van de Commissie voor de bliksemafleiders.

3°. Missive van de natuurkundige Sectie van het Genootschap ter bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde te Amsterdam, ter begeleiding van 2 autogrammen van LAVOISIER welke aan de Akademie ten geschenke worden aangeboden.

Daar deze autogrammen niet geteekend zijn en, ten minste oppervlakkig gezien, verschillend schrift vertoonen, is aan den Secretaris der natuurkundige Sectie van het Genootschap gevraagd of deze misschien nadere inlichtingen zou kunnen geven om over de authenticiteit te oordeelen. Uit diens inlichtingen bleek niet anders dan dat het Genootschap deze stukken ontvangen had van den Heer GRIMAUX, den bekenden biograaf van LAVOISIER, en dat zij door den Heer GRIMAUX als echt waren erkend.

De Heer LOBRY DE BRUIJN neemt op zich het begeleidend schrijven van den Heer GRIMAUX zoo mogelijk aan de Afdeeling ter inzage te verschaffen.

Aan het Genootschap zal de dank der Afdeeling worden betuigd.

Alvorens tot de wetenschappelijke werkzaamheden over te gaan deelt de Voorzitter mede dat de openbare vergadering gevolgd zal worden door eene buitengewone, en wel in de volgende woorden.

„Dezer dagen verscheen de Memorie van Antwoord van den Minister van Justitie op het voorloopig verslag van de Commissie van Rapporteurs over Hoofdstuk IV der Staatsbegrooting.

De Minister beantwoordt hierin de opmerking van eenige kamerleden over het verslag door de natuurkundige Afdeeling der koninklijke Akademie van Wetenschappen op verzoek der Regeering uitgebracht over de middelen tot wegneming der gehoorigheid in de gevangenissen.

Daar volgens het gevoelen van de Commissie belast met het opstellen van dit verslag en van het bestuur der Afdeeling, dit antwoord geen juiste voorstelling van de denkbeelden dier Commissie geeft, vermoedelijk doordat de Minister zijne inlichtingen heeft ontvangen van een ter zake niet geheel deskundige, is het wenschelijk den Minister nadere inlichtingen te verstrekken.

Ik zal daartoe in eene buitengewone vergadering onmiddellijk na de gewone te houden de noodige voorstellen doen.

**Natuurkunde.** — De Heer VAN DER WAALS spreekt over: *„Een benaderde regel voor den loop der plooipuntslijn van een mengsel".*

De loop der plooipuntslijn voor een mengsel van twee stoffen is slechts in weinig gevallen experimenteel bepaald geworden. Voor een mengsel van koolzuur en chloormethyl is door KUENEN als resultaat van bepalingen voor enkele verhoudingen de plooipuntslijn geteekend (Zittingsverslagen der Kon. Akad. Amsterdam 1894—1895 pag. 96) en voor een mengsel van $N_2O$ en $C_2H_6$ in Phil. Magaz. 1895. Vol. 40, p. 173. De loop van deze twee lijnen is zeer verschillend — bij de eerste komt een punt voor, waarbij de druk een maximumwaarde bereikt; bij de tweede daarentegen een punt, waarbij de temperatuur een minimumwaarde heeft. Daar deze twee lijnen een zoo verschillend beloop vertoonen ligt de verwachting voor de hand, dat nog vele andere vormen te wachten zijn. En de vraag, welke andere vormen kunnen voorkomen, heeft dus recht van bestaan. De experimenteele bepalingen, zullen zij betrouwbaar zijn, zijn zoo moeilijk en tijdroovend, en het aantal mengsels, dat men zich denken kan, is zoo groot, dat een onafzienbare tijd zal moeten verloopen, voor wij ons uit deze experimenteele bepalingen een overzicht zullen kunnen vormen van alle gedaanten, die de plooipuntslijn zal kunnen aannemen. Reeds om deze reden zou het wenschelijk zijn, te beproeven of de theorie in staat is den mogelijken gang dezer lijnen aan te geven. Daarenboven is dikwijls alleen de theorie in staat over sommige bijzonderheden, die zich in den loop zullen kunnen voordoen, beslissing te geven. In vroegere mededeelingen heb ik de differentiaalvergelijking dezer lijn ontwikkeld [1], mij alleen grondende op regels der thermodynamica. De uitkomsten, daarbij gevonden, betroffen voornamelijk het continue beloop der lijn, wat door de proef in het onzekere was gelaten. In hoever de loop der plooipuntslijn in overeenstemming is met bijzondere onderstellingen mijner theorie van mengsels [2]) is daarbij slechts aangeroerd, en in de volgende bladzijden wil ik beproeven aan te geven, wat over den loop dezer lijn uit de *bijzondere* onderstellingen mijner theorie volgt.

In de eerste plaats wordt in deze theorie ondersteld, dat bij een mengsel, evenals bij een enkele stof, een molekulairdruk aanwezig is, die als de samenstelling niet verandert, evenredig is aan de

[1]) Zittingsversl. Kon. Akad. 1895/96. Dl. IV, p. 20—30 en 82—93. Archives Neerl. T. XXX pag. 266—277 en pag. 278—290.

[2]) Versl. en Meded. Afd. Natuurk. 3. VI. p. 163—66. Archives Neerl. T. XXIV.

tweede macht der densiteit, en dus voorgesteld kan worden door $\frac{a_x}{V^2}$. Voor de afhankelijkheid van $a_x$ van de samenstelling wordt aangenomen, dat de aanwezigheid der molekulen van de tweede soort, de aantrekking, welke de molekulen der eerste soort op elkander uitoefenen, niet wijzigt en omgekeerd — terwijl ook het bestaan van een aantrekking van ongelijksoortige molekulen op elkander wordt aangenomen, welke samengesteld evenredig zal moeten zijn aan het aantal, dat in de eenheid van volume aanwezig is. Dit voert tot de betrekking

$$a_x = a_1 (1-x)^2 + 2\, a_{12}\, x\, (1-x) + a_2\, x^2.$$

In de tweede plaats wordt ondersteld, dat het volume der molekulen van het mengsel een soortgelijken invloed op de drukking uitoefent, als dit bij een enkele stof het geval is. Voor de afhankelijkheid van het zoogenaamde co-volume $b_x$ van de samenstelling laat de theorie verwachten, dat $b_x$ evenals $a_x$ een functie van den tweeden graad zal zijn of :

$$b_x = b_1 (1-x)^2 + 2\, b_{12}\, x\, (1-x) + b_2\, x^2$$

of

$$b_x = b_1 + 2\, (b_{12} - b_1)\, x + (b_1 + b_2 - 2\, b_{12})\, x^2.$$

In de toepassingen biedt de onderstelling :

$$b_x = b_1 (1-x) + b_2\, x$$

(een vorm, waarin de tweede machtsvorm overgaat als $\frac{b_1 + b_2}{2} = b_{12}$) zooveel voordeelen aan, dat in de volgende bladzijden deze benaderde vorm zal aangenomen worden.

Bijna alle besluiten, waartoe ik in de theorie van een mengsel gekomen ben, en in het bijzonder de verklaring der kritische verschijnselen, de onderscheiding tusschen de twee kritische temperaturen, de eigenschappen der plooien op het $\psi$-oppervlak enz., zijn gevormd, zonder gebruik te maken van de beide genoemde onderstellingen, en rusten alleen op een veel algemeenere onderstelling, n.l. dat een mengsel, als dit de gegeven ruimte homogeen zou vullen, isothermen zou vertoonen, die beneden zekere temperatuur een labiel gedeelte bezitten, welk gedeelte kleiner wordt als de temperatuur stijgt, en bij zekere temperatuur tot een enkel punt is samengetrokken, en boven die temperatuur verdwenen is. De speciale temperatuur, waarbij het labiele gedeelte tot één punt is samengetrokken, kan dus in zekeren zin een kritische temperatuur genoemd worden,

terwijl het volume en de drukking van dat punt een kritisch volume en een kritische druk kunnen genoemd worden — evenwel alleen, als men het mengsel de eigenschappen van een enkelvoudige stof kon bijleggen. Nu het een mengsel betreft kan zulk een punt niet verwezenlijkt worden.

Reeds in mijn eersten arbeid omtrent mengsels (Versl. en Meded. Afd. Natuurk. 3. VI. Arch. Neerl. T. XXIV pag. 56) heb ik dit opgemerkt. Daar voor zulk een punt $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}$ gelijk 0 is, zal de uitdrukking $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial V}\right)^2$ negatief zijn en dus stelt zulk een punt een labielen toestand voor. Slechts in twee bijzondere gevallen n.l. als $\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial V}$ ook gelijk 0 is of als $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$ oneindig groot is zal $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial V}\right)^2$ niet negatief zijn, en dus zulk een punt verwezenlijkt kunnen worden, maar dan als plooipunt. (Zittingsversl. Kon. Akad. 1895/96. Dl. IV. Arch. Neerl. T. XXX). De grootheid $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\infty$ komt voor bij $x=0$ en $x=1$; dit beteekent dus, dat voor $x=0$ en $x=1$ de kritische verschijnselen gevonden worden bij die omstandigheden, waarbij zij voor enkele stoffen gevonden worden — iets wat dan ook uit den aard der zaak wel moest gevonden worden.

Het geval $\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial V}=0$ komt alleen voor bij zulke mengsels, die bij gegeven temperatuur, bij een bepaalde samenstelling, hetzij een maximumdruk of een minimumdruk vertoonen, als nl. die eigenschap is blijven bestaan tot bij de temperatuur, waarvan hierboven gesproken is. Omdat er dus uitzonderingsgevallen denkbaar zijn en voorkomen, heb ik (Versl. en Meded. Afd. Natuurk. 3. VI. Arch. Neerl. T. XXIV, pag. 56) mij aldus uitgedrukt: Le point $P$, *pourrait* même tomber dans la région des états labiles. Duidelijker zou ik mijn meening hebben uitgedrukt, als ik gezegd had: Het punt $P$ ligt in het labiele gebied, behalve in enkele zeer bijzondere gevallen.

Alleen in die uitzonderingsgevallen kan het plooipunt der dwarsplooi van het $\psi$-vlak, zoodanig gelegen zijn, dat de raaklijn aan de plooi evenwijdig aan de volume-as is, en dat dus het plooipunt met het kritisch raakpunt samenvalt. Noemt men

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}-\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial V}\right)^2=f$$

dan moet voor dat samenvallende punt $f$ en $\frac{\partial f}{\partial V}$ beide gelijk 0 zijn[1]). Tegelijker tijd moeten dan gelden:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\,\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2} - \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial V}\right)^2 = 0$$

en

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\,\frac{\partial^3\psi}{\partial V^3} + \frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}\,\frac{\partial^3\psi}{\partial V \partial x^2} - 2\,\frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial V}\,\frac{\partial^3\psi}{\partial x \partial V^2} = 0\ .$$

De gevallen, waarin aan deze beide vergelijkingen voldaan wordt zijn: 1°. $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2} = 0$, $\frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial V} = 0$ en $\frac{\partial^3\psi}{\partial V^3} = 0$; 2°. $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2} = 0$, $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \infty$ en $\frac{\partial^3\psi}{\partial V^3} = 0$.

In den regel dus is er verschil tusschen het raakpunt en het plooipunt. In de gevallen, waarin zij samenvallen, vallen zij tegelijk samen met dat punt eener isotherme, waarvoor $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}$ en $\frac{\partial^3\psi}{\partial V^3}$ of $\frac{\partial p}{\partial V}$ en $\frac{\partial^2 p}{\partial V^2} = 0$ is, en dat dus uit de vergelijking der isotherme op dezelfde wijze bepaald wordt, als het kritisch punt eener enkele stof.

Voor dat laatste punt is men in staat de betrekking tusschen $p$ en $\tau$ aan te geven, zooals die volgen zou uit de bijzondere onderstellingen, die ik hierboven heb aangegeven voor de toestandsvergelijking eener samengestelde stof, die de ruimte gelijkmatig vult. En in al die gevallen, waarin de drie genoemde punten zich niet ver van elkander verwijderen, zou men dus in staat zijn ten minste een benaderde plooipuntslijn te kunnen construeeren. De vergelijking van den loop dezer lijn met die van het experiment zal dan ook er over kunnen doen oordeelen in hoever die speciale onderstellingen bevestigd worden.

Nu zijn er gevallen, waarin de drie genoemde punten dicht bij elkander blijven, dus mengsels, waarbij voor alle verhoudingen het kritisch raakpunt en het kritisch plooipunt en dus ook het derde

[1]) De richting der raaklijn, aan de spinodale lijn is gegeven door $\frac{\partial f}{\partial v}\,dv + \frac{\partial f}{\partial x}\,dx = 0$. Zal een lijn, evenwijdig aan de volume-as, raken, dan moet voor het raakpunt $\frac{dv}{dx} = \infty$ of $\frac{dx}{dv} = 0$ zijn. Dit is het geval, als $\frac{\partial f}{\partial v} = 0$ is.

punt zelfs slechts met moeite van elkander onderscheiden kunnen worden. Voor het mengsel van $N_2O$ en $C_2H_6$ bleef het bestaan der retrograde condensatie bij de waarnemingen van KUENEN zelfs twijfelachtig, en eerst groote voorzorgen hebben hem later in staat gesteld ook voor die en andere analoge mengsels meer positieve uitspraken omtrent het bestaan te kunnen doen. Dit beteekent natuurlijk: de twee kritische punten liggen daarbij zoo dicht bijeen, dat alleen als men in staat is de temperatuur bij de waarnemingen volstrekt standvastig te houden, men het bestaan bemerken kan. En de theorie leert dat dit te wachten is, bij al zulke mengsels, waarbij maximaal- of minimaalspanning voorkomt [1]). Noemen wij (zie fig. 1) [2]) het plooipunt $P$, het raakpunt $R$, en het derde punt, waarvoor $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}$ en $\frac{\partial^3\psi}{\partial V^3} = 0$ is, $K$. Vallen deze punten samen dan hebben zij natuurlijk bij de temperatuur waarbij dit plaats heeft, een samenvallenden druk, en de lijnen $(p,\tau)_P$, $(p,\tau)_R$ en $(p,\tau)_K$, die reeds twee punten gemeen hebben, nl. het begin- en het eindpunt, hebben dan nog een derde punt gemeen. Maar er is meer, in het derde punt hebben zij een gemeenschappelijke raaklijn. Voor elk dier punten geldt:

$$\frac{dp}{d\tau} = \left(\frac{\partial p}{\partial \tau}\right)_{vx} + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{v\tau} \frac{dx}{d\tau} + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{\tau x} \frac{dV}{d\tau}$$

of

$$\frac{dp}{d\tau} = \left(\frac{\partial p}{\partial \tau}\right)_{vx} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial V}\frac{dx}{d\tau} - \frac{d^2\psi}{\partial V^2}\frac{dV}{d\tau}.$$

Voor het punt $K$ is $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}$ steeds gelijk nul en $\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial V}$ bij uitzondering in het door ons behandelde geval. Maar dan is dit voor beide grootheden voor de punten $P$ en $R$ evenzeer waar. Wij hebben dus:

$$\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_P = \left(\frac{dp}{d\tau}\right)_R = \left(\frac{dp}{d\tau}\right)_K = \left(\frac{dp}{d\tau}\right)_V.$$

Mochten er dus in andere gevallen groote verschillen kunnen

[1]) De hier bedoelde maximaal- of minimaalspanning moet niet verward worden met de drukking, die bij een plooipuntslijn zou kunnen voorkomen, als zij een hoogste of een laagste punt bezit.

[2]) In fig. 1 is de doorgetrokken lijn de connodale, de gestippelde de spinodale lijn. De derde lijn der fig. is de meetkundige plaats der punten, waar $\frac{\partial^2\psi}{\partial V^2}$ gelijk 0 is.

bestaan tusschen de lijnen $(p, \tau)$ voor de drie punten, telkens wanneer voor mengsels een maximaal- of minimaalspanning bestaat, die zelfs bij de kritische temperatuur nog aanwezig is, zal de lijn voor het punt $K$, praktisch nauwelijks kunnen onderscheiden worden, hetzij van de plooipuntslijn, hetzij van de lijn voor het kritisch raakpunt, en wij zullen dus kunnen beproeven of ten minste in zulke gevallen de waargenomen vorm der lijn in overeenstemming is met de *bijzondere* onderstellingen onzer theorie.

Op de volgende wijze kan de betrekking $(p, \tau)$ voor het punt $K$ gevonden worden. Even alsof het een enkele stof gold, vinden wij $V = 3b_x$.

$$\frac{\tau}{273} = \frac{8}{27}\frac{a_x}{b_x} = \frac{8}{27}\frac{a_1 + 2\,(a_{12} - a_1)\,x + (a_1 + a_2 - 2\,a_{12})\,x^2}{b_1 + (b_2 - b_1)\,x}$$

$$p = \frac{1}{27}\frac{a_x}{b_x^2} = \frac{1}{27}\frac{a_1 + 2\,(a_{12} - a_1)\,x + (a_1 + a_2 - 2\,a_{12})\,x^2}{[b_1 + (b_2 - b_1)\,x]^2}\,.$$

Elimineert men $x$ uit de twee laatste vergelijkingen, dan vindt men de gevraagde betrekking tusschen $p$ en $\tau$. Deze eliminatie geschiedt het gemakkelijkst, als men uit

$$b_x = b_1 + (b_2 - b_1)\,x = \frac{\tau}{8\,p \times 273}$$

$x$ oplost, en deze waarde in de vergelijking voor $\tau$ substitueert.

Men vindt dan:

$$(b_2 - b_1)^2 \frac{27}{(8.273)^2}\frac{\tau^2}{p} = (a_1\,b_2^2 + a_2\,b_1^2 - 2\,a_{12}\,b_1\,b_2) -$$
$$2\,\frac{1}{(8.273)}\,\frac{\tau}{p}\,(a_1\,b_2 + a_2\,b_1 - a_{12}\,b_1 - a_{12}\,b_2) +$$
$$+\,\frac{1}{(8.273)^2}\,\frac{\tau^2}{p^2}\,(a_1 + a_2 - 2\,a_{12}).$$

Schrijven wij deze vergelijking:

$$D\,\frac{\tau^2}{p} = A - 2\,B\,\frac{\tau}{p} + C\,\frac{\tau^2}{p^2}$$

of

$$D\,\tau = A\,\frac{p}{\tau} - 2\,B + \frac{C}{\frac{p}{\tau}}\,.$$

Denken wij den oorsprong van het coördinatenstelsel in het absolute nulpunt, dan is $\frac{p}{\tau} = tg\,\psi$, waarin $\psi$ de hoek is, dien de voerstraal met de $\tau$-as maakt. Dus dan kan men de laatste vergelijking ook schrijven :

$$D\,\tau = A\,tg\,\psi - 2\,B + \frac{C}{tg\,\psi}.$$

Door differentiatie vindt men

$$D\,d\tau = \left(A - \frac{C}{tg^2\,\psi}\right) d\,tg\,\psi\,.$$

Voor $tg^2\,\psi_m = \frac{C}{A}$ heeft $\tau$ een maximum- of minimumwaarde. Deze waarde is bestaanbaar als $C$ en $A$ gelijk teeken hebben; zijn beide waarden positief dan bestaat er voor $\tau$ een minimumwaarde, en omgekeerd.

De voorwaarden voor het bestaan van een maximum- of minimumtemperatuur heb ik reeds vroeger behandeld (Versl. en Med. Afd. Natuurk. 3. VI. Arch. Neerl. XXIV, pag. 23), en het kon den schijn hebben, alsof de voorwaarden, toen gevonden, verschillen van die welke nu gevonden worden. Toen gold het echter de voorwaarden voor het bestaan van zulk een temperatuur voor waarden van $x$, gelegen tusschen 0 en 1; of anders gezegd, toen gold het de voorwaarden, opdat zulk een temperatuur zou voorkomen op dat gedeelte der $(p, \tau)$-lijn, dat gelegen is tusschen de punten, die de samenstellende stoffen bepalen. En de door ons nu in discussie gebrachte lijn, die voor alle waarden van $x$ zou gelden, van negatief oneindig tot positief oneindig toe, zal slechts voor een zeer klein gedeelte praktisch gebruikt mogen worden, en dus voor een zeer groot gedeelte als parasitische tak moeten beschouwd worden. De voorwaarden, vroeger gevonden, die aan hoogere eischen beantwoorden, zullen dus tot die welke nu gevonden worden in zoodanig verband moeten staan, dat de nu gevondene uit de vroegere kunnen afgeleid worden, zonder dat dit omgekeerd het geval behoeft te zijn.

Nu was de vroeger gevonden voorwaarde voor een minimumtemperatuur

$$\frac{2\,a_{12}}{b_1 + b_2} < \frac{a_1}{b_1} \quad \text{en} \quad \frac{2\,a_{12}}{b_1 + b_2} < \frac{a_2}{b_2}\,.$$

Vermenigvuldigt men de eerste ongelijkheid met $b_1$ en de tweede met $b_2$ en telt men ze dan op, dan vindt men

$$2\,a_{12} - a_1 - a_2 < 0\,.$$

Deelt men de eerste door $b_1$ en de tweede door $b_2$ en telt men wederom samen, dan vindt men

$$\frac{2\,a_{12}}{b_1\,b_2} - \frac{b_1}{a_1^2} - \frac{a_2}{b_2^2} < 0\,.$$

En deze betrekkingen zijn juist de nu gevondene.

Substitueert men in $D\tau = A\,tg\,\psi - 2\,B + \dfrac{C}{tg\,\psi}$ de waarde van $tg\,\psi_m = \sqrt{\dfrac{C}{A}}$, dan verkrijgt men $D\tau_m = 2\,(\sqrt{AC} - B)$.

De vergelijking

$$D\tau = A\,tg\,\psi - 2\,B + \frac{C}{tg\,\psi}$$

staat gelijk met

$$Dp = A\,tg^2\,\psi - 2\,B\,tg\,\psi + C\,,$$

of

$$Dp = A\left\{tg\,\psi - \frac{A}{B}\right\}^2 + \frac{AC - B^2}{A}\,.$$

Daar $A$ positief ondersteld wordt ($D$ is noodwendig positief) leiden wij uit den laatsten vorm af, dat er voor $tg\,\psi_p = \dfrac{B}{A}$ een minimumwaarde voor $p$ bestaat en wel

$$D\,p_m = \frac{AC - B^2}{A}\,.$$

Eischen wij dat $p_m$ een positieve waarde heeft, dan moet dus behalve $A$ en $C$ ook $AC - B^2$ positief zijn, met andere woorden, wij onderzoeken, hoe de ($p\,\tau$)-lijn loopen zal in het geval dat $A$, $B$ en $C$ positief zijn en $B^2 < AC$ is.

Dan is meteen voldaan aan den eisch dat $\tau_m$ positief is.

De waarde $AC - B^2$ vindt men gelijk aan

$$\frac{1}{(8.273)^2}\,(a_1\,a_2 - a_{12}^2)\;(b_2 - b_1)^2\,.$$

En de vier voorwaarden kunnen tot drie teruggebracht worden door de opmerking, dat als $a^2_{12} < a_1 a_2$ is, van zelf voldaan wordt aan de voorwaarde $2 a_{12} < a_1 + a_2$; (zelfs kunnen zij tot 2 teruggebracht worden).

Ter nadere bepaling van den loop der lijn diene nog 1° de opmerking dat bij elke waarde van $\psi$ slechts één enkele waarde hetzij van $p$, hetzij van $\tau$ behoort. Met andere woorden: een voerstraal van uit den oorsprong (het absolute nulpunt) snijdt de $(p\tau)$-lijn slechts in één punt; er kan dus ook geen raaklijn van uit den oorsprong aan de kromme getrokken worden; 2°. de opmerking, dat voor zeer groote waarden van $\psi$, die tot dicht bij 90° gestegen zijn, de waarde van $D\tau$ nadert tot $A\,tg\,\psi$ of $D\tau^2 = Ap$, wat een parabool voorstelt, die de $p$-as tot as heeft en die den top in den oorsprong heeft. En hieruit volgt, in verband met het bestaan van een $\tau_m$ en een $p_m$, dat de kromme, die bij waarden van $\psi$ in de nabijheid van $\psi_m$ en $\psi_p$, aan een oog in den oorsprong geplaatst, de bolle zijde vertoont, daarentegen bij waarden van $\psi$ in de nabijheid van 90° de holle zijde vertoonen moet. Er zal dus tusschen in een buigpunt moeten bestaan. 3°. de opmerking, dat voor zeer kleine waarden van $\psi$ de waarde van $p$ nadert tot $\frac{C}{D}$ en de waarde van $\tau$ tot oneindig groot. De $(p, \tau)$-lijn zal dus asymptotisch naderen tot een lijn // aan de $\tau$-as, die omdat $\frac{C}{D} > p_m$, hooger ligt dan de minimumdrukking. Er zal dus een tweede buigpunt moeten aanwezig zijn.

Fig. 2 geeft een voorstelling van den loop van zulk een $(p, \tau)$-lijn. In $M$ is de vertikale raaklijn, beantwoordende aan $\tau_m$, in $P$ de horizontale raaklijn, beantwoordende aan $p_m$. $B_1$ en $B_2$ zijn de buigpunten. De raaklijn in $B_1$ zal rechts, die in $B_2$ zal de $\tau$-as links van den oorsprong moeten snijden.

Om te onderzoeken of bij zulk een $(p, \tau)$-lijn de omstandigheid kan voorkomen, dat de punten $P$, $R$ en $K$ van fig. 1 samenvallen, zullen wij de grootheid $\frac{\tau}{p}\frac{dp}{d\tau}$ onderzoeken. Bij volkomen gassen is die grootheid gelijk één, bij de kritische omstandigheden van een niet-samengestelde stof is zij gelijk 7, en deze zelfde waarde moet zij hebben in een punt eener plooipuntslijn, waar die lijn geraakt wordt door de spanningslijn van een mengsel van maximaal- of minimaalspanning [1]).

[1]) Zittingsversl. Kon. Akad. 1895/96. Dl. IV. p. 20-30. Arch. Neerl. T. XXX, p. 266—277.

Beginnen wij in het punt $M$ van fig. 2, en gaan wij van dat punt uit naar punten, behoorende bij toenemende waarde van $\psi$, dan begint de waarde van $\frac{\tau}{p}\frac{dp}{d\tau}$ met oneindig te zijn, om eerst te gaan dalen, maar later weder te gaan stijgen. Bij $\psi = 90°$ is zij weder tot de waarde 2 teruggekomen. Er zal bij zeker punt boven $M$ een minimumwaarde voor deze grootheid bestaan. Niet in het buigpunt; daar is $\frac{dp}{d\tau}$ minimum — maar in een punt dat boven $B_1$ ligt. De vraag, die wij nu te beantwoorden hebben is deze: Tot hoe lang kan de waarde van $\frac{\tau}{p}\frac{dp}{d\tau}$ dalen. Het antwoord op deze vraag kan op de volgende wijze gevonden worden:

$$D\,dp = 2\,(A\,tg\,\psi - B)\,d\,tg\,\psi$$

$$D\,d\tau = \left(A - \frac{C}{tg^2\,\psi}\right) d\,tg\,\psi$$

$$\frac{dp}{d\tau} = 2\,\frac{A\,tg\,\psi - B}{A - \frac{C}{tg^2\,\psi}}$$

$$\frac{\tau}{p}\frac{dp}{d\tau} = 2\,\frac{A\,tg\,\psi - B}{A\,tg\,\psi - \frac{C}{tg\,\psi}}\ .$$

Wij vinden de waarden van $\psi$, waarvoor $\frac{\tau\,dp}{p\,d\tau}$, hetzij een minimumwaarde, hetzij een maximumwaarde verkrijgt, uit de vergelijking:

$$\frac{A}{A\,tg\,\psi - B} = \frac{A + \frac{C}{tg^2\,\psi}}{A\,tg\,\psi - \frac{C}{tg\,\psi}}\ .$$

of

$$tg^2\,\psi - 2\,\frac{C}{B}\,tg\,\psi + \frac{C}{A} = 0\ .$$

Deze vergelijkingen leveren twee bestaanbare positieve waarden van $\psi$ als $A$, $B$ en $C$ en $AC - B^2$ positief zijn, en dus in de onderstellingen, waaronder wij de lijn geconstrueerd hebben. De eene waarde

van $\psi$ behoort bij het punt boven $B_1$, de andere bij een punt links gelegen van $B_2$. Men vindt dan voor deze punten

$$\frac{\tau\, dp}{p\, d\tau} = 1 \pm \sqrt{\frac{AC-B^2}{AC}} .$$

Deze waarde is dus grooter dan 1, maar blijft beneden 2.

En het besluit is dus dat tusschen $M$ en een punt in de nabijheid van $B_1$, er op de lijn een punt $S$ bestaat, waarvoor $\frac{\tau\, dp}{p\, d\tau}$ de waarde heeft, vereischt voor de bijzonderheid, die noodig is om een nauwe aansluiting te geven, tusschen deze lijn en de werkelijke plooipuntslijn.

Elk willekeurig gedeelte dezer lijn kan nu gebruikt worden om tot plooipuntslijn te dienen voor een mengsel van twee stoffen, wier kritische grootheden, druk en temperatuur, door de keuze der uiteinden bepaald zouden zijn. Kiest men dat gedeelte der lijn, dat begrepen is tusschen een punt in de nabijheid van $B_1$ en een punt tusschen $M$ en $P$, zorgende dat de projectie van het laatste punt op de $\tau$-as iets dichter bij den oorsprong ligt dan de projectie van het eerste punt, dan hebben wij een lijn, die volkomen gelijkt op de plooipuntslijn voor mengsels van $N_2O$ en $C_2H_6$. Of de lijn door KUENEN gevonden (die trouwens slechts op waarnemingen van mengsels, waarbij

$$x = 1,\ x = 0{,}76,\ x = 0{,}5,\ x = 0{,}25\ \ x = 0{,}18 \text{ en } x = 0,$$

en dus de samenstelling met groote sprongen afwisselde, berust) het buigpunt reeds bezitten moest, kan misschien niet beslist worden. Maar alles wijst er op, dat de lijn in de nabijheid van het bovenste eindpunt slechts een geringe kromming bezit. De uiteinden der lijn van KUENEN zijn door de punten $F$ en $G$ en fig. II* aangeduid. Het punt $G$ zou echter iets meer links moeten geteekend zijn.

Dat er meer dan een oppervlakkige overeenkomst is, kan ook nog op de volgende wijze getoond worden. Zoo zullen wij bij onze lijn berekenen, uit de gegevens der eindpunten $p_1$ en $\tau_1$, $p_2$ en $\tau_2$ en uit de minimum-temperatuur $\tau_m$ de waarde van de drukking voor het punt $M$, en die vergelijken met de waarde van het experiment. Door $p_1$ en $\tau_1$, $p_2$ en $\tau_2$ zijn $a_1$, $b_1$, $a_2$ en $b_2$ bepaald. Daar wij nog slechts één parameter meer n.l. $a_{12}$ in onze vergelijking hebben, moet dus nog één experimenteel gegeven dienen om die te bepalen. Maar dan moet ook de geheele lijn bepaald zijn. Kiezen wij ter

bepaling van den overblijvenden parameter de grootheid $\tau_m$, dan moet dus $p_m$ of wat op hetzelfde neerkomt, $\psi_m$ te berekenen zijn. Eenvoudiger handelen wij als wij niet tot de bepaling der $a$ en $b$ overgaan, maar de benoodigde vergelijking op andere wijze zoeken.

Uit

$$D\tau = A\, tg\, \psi - 2\, B + \frac{C}{tg\, \psi}$$

volgt, als wij de temperatuur der uiteinden door $\tau_1$ en $\tau_2$, en de verhoudingen $\frac{p_1}{\tau_1}$ en $\frac{p_2}{\tau_2}$ der uiteinde door $tg\, \psi_1$ en $tg\, \psi_2$ voorstellen,

$$D(\tau - \tau_1) = A\,(tg\, \psi - tg\, \psi_1) + C\left(\frac{1}{tg\, \psi} - \frac{1}{tg\, \psi_1}\right)$$

of, daar $tg^2\, \psi_m = \frac{C}{A}$ is

$$D(\tau - \tau_1) = A\,\left\{(tg\, \psi - tg\, \psi_1) + tg^2\, \psi_m \left(\frac{1}{tg\, \psi} - \frac{1}{tg\, \psi_1}\right)\right\}$$

en dus ook

$$\frac{\tau - \tau_1}{\tau - \tau_2} = \frac{(tg\, \psi - tg\, \psi_1) + tg^2\, \psi_m \left(\frac{1}{tg\, \psi} - \frac{1}{tg\, \psi_1}\right)}{(tg\, \psi - tg\, \psi_1) + tg^2\, \psi_m \left(\frac{1}{tg\, \psi} - \frac{1}{tg\, \psi_2}\right)}$$

of

$$\frac{\tau_m - \tau_1}{\tau_m - \tau_2} = \frac{2\, tg\, \psi_m - tg\, \psi_1 - \frac{tg^2\, \psi_m}{tg\, \psi_1}}{2\, tg\, \psi_m - tg\, \psi_2 - \frac{tg^2\, \psi_m}{tg\, \psi_2}}$$

of

$$\frac{\tau_1 - \tau_m}{\tau_2 - \tau_m} = \frac{tg\, \psi_2\ (tg\, \psi_1 - tg\, \psi_m)^2}{tg\, \psi_1\ (tg\, \psi_m - tg\, \psi_2)^2}$$

Nu is voor $N_2O$ $\tau_1 = 273 + 36$, $p_1 = 72$; voor $C_2H_6$ is $\tau_2 = 273 + 32$ en $p_2 = 48{,}5$, verder is $\tau_m = 273 + 25{,}8$. De waarde van $tg\, \psi_1$ is gelijk aan $\frac{72}{309} = 0{,}233$ en $tg\, \psi_2 = \frac{48{,}5}{305} = 0{,}159$.

Men moet dus vinden ter bepaling van $tg\,\psi_m$:

$$\frac{0{,}233 - tg\,\psi_m}{tg\,\psi_m - 0{,}159} = \sqrt{\frac{10{,}2}{6{,}2} \cdot \frac{0{,}233}{0{,}159}} = 1{,}5528$$

$$\text{of } tg\,\psi_m = 0{,}188$$

$$\text{en } p_m = 56{,}1 \text{ Atmosferen.}$$

De proef heeft KUENEN doen besluiten tot 57,1 Atm., afgelezen uit grafische voorstelling; terwijl juist daar ter plaatse waar de raaklijn vertikaal staat, een kleine fout in de juiste samenstelling een zeer grooten invloed op de drukking hebben moet, zonder een merkbaren invloed op de temperatuur uit te oefenen.

Daar KUENEN voor elk der gebezigde mengsels, behalve de waarde van $p$ en $\tau$, ook de waarde van $x$ heeft opgegeven, zijn wij in staat nog op een andere wijze na te gaan in hoever de bijzondere onderstellingen onzer theorie, door zijn waarnemingen bevestigd worden. Voor de grootheden $b_x$ hebben wij, al is dit slechts een benadering, gesteld $b_1(1-x) + b_2 x$. Verder volgt uit de onderstelling, dat de plooipuntslijn, ten minste in dit geval, bij benadering met onze lijn samenvalt, dat

$$b_x = \frac{\tau}{273} \cdot \frac{1}{8p}.$$

Stellen wij de kritische grootheden der uiteinden $\tau_1$, $p_1$ en $\tau_2$, $p_2$ dan besluiten wij tot de vergelijking

$$\frac{\tau}{p} = \frac{\tau_1}{p_1}(1-x) + \frac{\tau_2}{p_2}x.$$

Met $\tau_1 = 309$, $p_1 = 72$, $\tau_2 = 305$, $p_2 = 48{,}5$ wordt deze vergelijking

$$\frac{\tau}{p} = 4{,}29\,(1-x) + 6{,}29\,x.$$

Voor $x = 0{,}76$ berekenen wij $\dfrac{\tau}{p} = 5{,}81$. Volgens de waarnemingen is deze verhouding gelijk aan 5,72.

Voor $x = 0.55$ zijn deze getallen, berekend gelijk aan 5,39, gevonden 5,34.

Voor $x = 0{,}43$, berekend 5,15 — gevonden 5,12.

Voor $x = 0{,}18$, berekend 4,75 — gevonden 4,91.

Voor het punt, waar de spanningslijn der mengsels met maximaalspanning de plooipuntslijn raakt geeft KUENEN $p = 64{,}4$ en $\tau = 273 + 29$, terwijl hij [1]) het gehalte op $\pm 0{,}22$? aangeeft. Uit $p$ en $\tau$ berekend zou een gehalte 0,2 circa volgen.

In het kort: de eenvoudige onderstelling, die in de aanname $b_x = b_1 + (b_2 - b_1)\,x$ ligt opgesloten, dat de grootheid $\dfrac{\tau}{p}$ lineair van $x$ afhangt, wordt zoo niet geheel dan toch als benadering voldoende bevestigd.

Als tweede verificatie zullen wij de plaats berekenen, waar $\dfrac{\tau}{p}\dfrac{dp}{d\tau} = 7$ is, daarvoor hebben wij de vergelijking:

$$2\,\frac{A\,tg\,\psi - B}{A\,tg\,\psi - \dfrac{C}{tg\,\psi}} = 7$$

of

$$tg^2\,\psi + \frac{2}{5}\frac{B}{A}\,tg\,\psi - \frac{7}{5}\frac{C}{A} = 0$$

of

$$tg^2\,\psi + \frac{2}{5}\,tg\,\psi_p\,tg\,\psi - \frac{7}{5}\,tg^2\,\psi_m = 0$$

als $tg\,\psi_p$ op het punt van de minimumdrukking en $tg\,\psi_m$ op het punt der minimumtemperatuur betrekking heeft. Dus de plaats, waar de plooipuntslijn geraakt wordt door de spanningslijn der mengsels met maximaalspanning, beantwoordt aan

$$tg\,\psi = -\frac{1}{5}\,tg\,\psi_p \pm V\left\{\frac{1}{25}\,tg^2\,\psi_p + \frac{7}{5}\,tg^2\,\psi_m\right\}$$

KUENEN geeft voor de waarde van $p$ 64,4 Atm. en $\tau = 273 + 29$ of $tg\,\psi = \dfrac{64{,}4}{302} = 0{,}213$. Nu is de waarde van $tg\,\psi_p$ niet bekend, daar de minimumdrukking niet op het aan de werkelijkheid beantwoordende gedeelte der lijn ligt. Maar in elk geval kan besloten worden dat $tg\,\psi_p$ veel kleiner is dan $tg\,\psi$ voor het onderste einde der lijn. Stellen wij $tg\,\psi_p = 0{,}1$. Een fout in $tg\,\psi_p$ beteekent daarenboven niet veel, daar slechts $\dfrac{1}{5}\,tg\,\psi_p$ in de vergelijking voorkomt.

---

[1]) Ten minste in de teekening, die hij zoo vriendelijk was mij kort na zijn proefnemingen toe te zenden.

Benaderen wij, dan vinden wij

$$tg\,\psi = -\,0{,}02 + tg\,\psi_m \sqrt{\frac{7}{5}}$$

Nu is $tg\,\psi_m = \frac{57{,}1}{273 + 25{,}8} = 0{,}191$ of $tg\,\psi = 0{,}206$. Al is de overeenkomst niet volkomen, als benadering kan de uitkomst der berekening zeker beschouwd worden.

Men zou uit de waarde van

$$\frac{dp}{d\tau} = 2\,\frac{A\,tg\,\psi - B}{A - \frac{C}{tg^2\,\psi}} = 2\,\frac{tg\,\psi - tg\,\psi_p}{1 - \frac{tg^2\,\psi_m}{tg^2\,\psi}}$$

voor het eindpunt, en dat grafisch $= -\frac{4{,}4}{7{,}2}$ gevonden wordt, terwijl $tg\,\psi$ voor dat zelfde einde $= 0{,}159$ is, een waarde van $tg\,\psi_p$ kunnen berekenen, dan vindt men $tg\,\psi_p = 0{,}025$. Met deze waarde voor $tg\,\psi_p$ vindt men $tg\,\psi_m = 0.221$.

Ook de waargenomen temperaturen voor elk der mengsels, waarvoor het gehalte bekend is, kunnen rechtstreeks dienen om de juistheid onzer onderstellingen te toetsen. Voor het punt $K$ moet dan de betrekking gelden

$$R\tau = \frac{8}{27}\,\frac{a}{b}\,(1 + a)\,(1 - b)$$

of als wij de zeer kleine veranderingen, die in de waarde van $(1 + a)\,(1 + b)$ bij verschillend gehalte kunnen voorkomen, verwaarloozen

$$\frac{27}{8}\,\frac{\tau}{273} = \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_1\,(1 - x)^2 + 2\,a_{12}\,x\,(1 - x) + a_2\,x^2}{b_1\,(1 - x) + b_2\,x}$$

Hieruit leiden wij af [1])

$$\frac{27}{8}\,\frac{\tau}{273} = (1 - x)\,\frac{a_1}{b_1} + x\,\frac{a_2}{b_2} - \frac{x\,(1 - x)}{1 - x + \frac{b_2}{b_1}\,x}\,b_2\left(\frac{a_1}{b_1^{\,2}} + \frac{a_2}{b_2^{\,2}} - \frac{2\,a_{12}}{b_1\,b_2}\right)$$

of

$$\tau = (1 - x)\;\tau_1 + x\,\tau_2 - A\,\frac{x\,(1 - x)}{1 - x + m\,x}$$

[1]) Versl. en Meded. Afd. Natuurk. 3. VI. Arch. Neerl. T. XXIV, p. 52.

Hierin is $\tau_1$ (de kritische temperatuur van $N_2O$) gelijk aan 309°, $\tau_2$ (de kritische temperatuur van $C_2H_6$) gelijk aan 305°, en $m$ de verhouding der molekulairvolumes van $C_2H_6$ en $N_2O$. De laatste verhouding wordt op bekende wijze uit de kritische grootheden berekend en gelijk aan 1,46 gevonden. De grootheid $A$ hangt, behalve van de kritische grootheden der samenstellende stoffen, ook af van den eenigen onbekenden parameter, die in onze theorie voorkomt, en die, ingeval $a_{12}$ bekend was, à priori zou kunnen berekend worden. Omgekeerd kan, als de waarde van $A$ uit de waarnemingen te bepalen is, deze waarde dienen om $a_{12}$ te vinden.

Tusschen de door KUENEN gevonden waarden voor $\tau$ en $x$ moet dus de betrekking bestaan:

$$\tau = 309\,(1-x) + 305\,x - A\,\frac{x\,(1-x)}{1-x+1{,}46\,x}$$

Uit een der waarnemingen heb ik $A = 40$ circa afgeleid.

De volgende tabel geeft voor elk der samenstellingen de waarden van $\tau$ der waarneming en der berekening.

| $x$ | $\tau$—273 ber. | $\tau$—273 waarg. |
|---|---|---|
| 0.18 | 29.8 | 29.8 |
| 0.25 | 28.3 | 28.2 |
| 0.43 | 26.1 | 26.05 |
| 0.55 | 25.83 | 26 |
| 0.76 | 27.6 | 27.8 |

Berekenen wij voor welke waarde van $x$ de minimumtemperatuur moet voorkomen. Daarvoor hebben wij de vergelijking:

$$0 = 305 - 309 - 40\,\frac{(1-x)^2 - 1{,}46\,x^2}{(1-x+1{,}46\,x)^2}$$

Aan deze vergelijking voldoet $x = 0{,}515$ — terwijl KUENEN het minimumpunt uit grafische constructie bij $x = 0{,}5$ stelt.

Uit deze enkele plooipuntslijn, waarbij daarenboven de kritische temperaturen der eindpunten zoo weinig verschillen, is het natuurlijk niet mogelijk een oordeel te vormen over de maat van overeenstemming der gegeven vergelijking met de resultaten der waarneming in het algemeen. Toch is de overeenstemming zoo groot, dat ik er een bevestiging in meen te mogen zien voor de ten minste benaderde

juistheid der bijzondere onderstellingen in de toestand-vergelijking voor een mengsel.

Neemt men begin- en eindpunt willekeurig, steeds zal men een mogelijken vorm der plooipuntslijn in het tusschenliggende gedeelte vinden. Een plooipuntslijn met minimum-temperatuur, minimum-druk en twee buigpunten moet dus als mogelijk worden geacht. Maar zeer zeker is het te verwachten, dat de gedeelten die vèr verwijderd zijn van het gedeelte dat bij $N_2O$ en $C_2H_6$ voorkomt, niet zoo groote overeenstemming met de ervaring zullen vertoonen.

De tot hiertoe in bijzonderheden bediscussieerde vorm eischte $A$, $B$, $C$ en $AC - B^2$ allen positief. Bij andere onderstellingen krijgt de lijn een geheel anderen vorm, en de andere lijn door KUENEN gegeven, bij mengsels van koolzuur en chloormethyl, heeft dan ook een zoodanig verloop, dat zij niet kan beschouwd worden als een stuk der lijn van fig. 2.

Het kan eenig nut hebben alle vormen na te gaan, die in de algemeene vergelijking

$$D p = A\, tg^2 \psi - 2 B\, tg \psi + C$$

bevat zijn.

Daarvoor onderscheiden wij twee hoofdgevallen:

I $AC - B^2$ positief
II $AC - B^2$ negatief.

In het eerste hoofdgeval heeft de lijn geen takken door den oorsprong. In het tweede hoofdgeval daarentegen wel.

I. $A$ en $C$ moeten nu steeds gelijk teeken hebben; de ondergevallen zijn dus:

| | $A$ | $B$ | $C$ |
|---|---|---|---|
| (1) | + | + | + |
| (2) | + | — | + |
| (3) | — | + | — |
| (4) | — | — | — |

De teekening van een dezer ondergevallen is echter voldoende, als men namelijk de geheele lijn, ook voor negatieve waarden van $r$ en $p$ construeert. Zoo zal, als men (1) geconstrueerd heeft, (2) gevonden worden door de lijn om de $p$-as om te slaan; zoodat, wat bij (1) in het tweede kwadrant voorkomt, bij geval (2) in het eerste zal komen. Evenzoo, wat in het derde kwadrant bij (1) mocht voorkomen, zal voor (2) in het vierde komen. Zoo vindt men (3) uit

(1) door om de $r$-as om te slaan — en (4) uit (1) door om beide assen om te slaan.

De tot hiertoe gegeven figuur (2), die aan het ondergeval (1) beantwoordt, kan dus voor de genoemde 4 gevallen dienst doen, als men echter de teekening volledig maakt door ook de takken, die in andere kwadranten mochten voorkomen, na te gaan. De volledige teekening is schematisch voorgesteld in fig. (II). Uit deze teekening blijkt 1°. dat de ondergevallen (3) en (4), dus $A$ en $C$ negatief en $AC - B^2$ positief, voor het tot de werkelijkheid behoorende gedeelte der lijn geen oplossing geven. Trouwens $C$ negatief eischt $a_1 + a_2 - 2a_{12} < 0$, terwijl $AB - C^2$ positief eischt $a_1 a_2 - a^2_{12} > 0$; onderstellingen, die met elkander in strijd zijn. 2°. dat de ondergevallen (1) en (2) alleen daarin verschillen, dat bij (1) het praktisch belangrijke gedeelte der lijn een minimumdruk toelaat, terwijl die bij (2) ontbreekt. De door KUENEN geteekende lijn zou misschien op beide lijnen kunnen afgepast worden. Toch brachten verschillende bijzonderheden mij er toe aan geval (1) de voorkeur te geven.

II. Het tweede hoofdgeval, $AC - B^2$ negatief, zullen wij in twee onderafdeelingen verdeelen: (a) waarbij $A$ en $C$ gelijk teeken hebben, en (b) waarbij zij ongelijk teeken bezitten.

Tot (a) behoort dan

| | $A$ | $B$ | $C$ | $AC - B^2$ |
|---|---|---|---|---|
| (1) | — | — | — | — |
| (2) | — | + | — | — |
| (3) | + | — | + | — |
| (4) | + | + | + | — |

Een enkele figuur is weder voldoende, evenals in het vorige hoofdgeval. Fig. (3) geeft de teekening voor ondergeval (1).

Uit

$$Dp = A\,tg^2\,\psi - 2\,B\,tg\,\psi + C$$

of

$$Dp = A\left(tg\,\psi - \frac{B}{A}\right)^2 + C - \frac{B^2}{A}$$

volgt voor de richting der beide takken, die door den oorsprong gaan,

$$tg\,\psi_a = \frac{B + \sqrt{(B^2 - AC)}}{A}$$

en

$$tg\,\psi_b = \frac{B - \sqrt{(B^2 - AC)}}{A}$$

Beide richtingen geven lijnen in het eerste kwadrant. Er bestaat een maximumwaarde voor den druk, gelijk $\frac{AC-B^2}{AD}$, die positief is, en gevonden wordt op de lijn, waarvan de richting gegeven is door $tg\,\psi = \frac{B}{A}$.

Uit

$$D\tau = A\,tg\,\psi - 2B + \frac{C}{tg\,\psi}$$

volgt

$$D\,d\tau = \left(A - \frac{C}{tg^2\,\psi}\right) d\,tg\,\psi$$

voor $tg^2\,\psi = \frac{C}{A}$ is $d\tau = 0$; in die richting moet dus een punt zijn van minimum- of maximumtemperatuur, en waarvan men zich gemakkelijk overtuigt, dat het een maximumtemperatuur is. In het eerste kwadrant bepaalt zich de geheele lijn tot een lis, die binnen de richtingen $\psi_a$ en $\psi_b$ beperkt blijft. Neemt men op deze lis het gedeelte tusschen de punten $F$ en $G$, dan hebben wij den benaderden vorm voor de door KUENEN experimenteel bepaalde plooipuntslijn van koolzuur en chloormethyl. Dit is echter een gedeelte dat ver verwijderd is van het punt waarvoor $\frac{\tau\,dp}{p\,d\tau} = 7$ is. Dit laatste punt zou n.l. te vinden zijn op den benedentak der lis, niet zeer ver van het punt van maximumtemperatuur. Er is hier dus geen grond om nauwe aansluiting te verwachten. In het tweede kwadrant bezit de lijn geen punten. Dus (2) met teekenopvolging — + — bevat een onbestaanbaarheid — dit is trouwens dezelfde teekenopvolging als (3) van hoofdgeval I. De reden, waarom deze teekenopvolging geen oplossing toelaat, wordt gevonden, als men uit de waarden voor $A$, $B$ en $C$ de grootheden $a_1$, $a_2$ en $a_{12}$ oplost en de voorwaarden nagaat waaronder $a_1$, $a_2$ en $a_{12}$ positief zijn.

Tot (b) behooren de gevallen, waarin $A$ en $C$ ongelijk teeken hebben. Fig. IV geeft de teekening voor

| $A$ | $B$ | $C$ | $AC-B^2$ |
|---|---|---|---|
| — | — | + | — |

De overige 3 gevallen zijn in dezelfde teekening in de andere kwadranten te vinden.

Om zich een denkbeeld te kunnen vormen van de ligging der werkelijke, hetzij plooipuntslijn, hetzij kritische raakpuntslijn, ten

opzichte der door onze vergelijking bepaalde kromme lijn, kan het volgende dienen. Denken wij ons een mengsel van zeker gehalte en, de temperatuur zoodanig, dat er op de theoretische isotherme dezer lijn een punt aan te wijzen is, waar $\frac{\partial^2 \psi}{\partial V^2}$ en $\frac{\partial^3 \psi}{\partial V^3}$ of $-\frac{\partial p}{\partial V}$ en $-\frac{\partial^2 p}{\partial V^2}$ gelijk nul is — dan ligt, blijkens het hierboven behandelde, dit punt in het labiele gedeelte der plooi, en kan de toestand, door dit punt voorgesteld, dus niet verwezenlijkt worden. Eerst bij hoogere temperatuur komt dit punt op het stabiele gedeelte. Denken wij de temperatuur zooveel verhoogd, tot de plooipuntstemperatuur voor dat mengsel bereikt is, of nog verder tot aan de raakpuntstemperatuur, dan moet in aanmerking genomen worden, dat de punten die den kritischen toestand in plooipunt en raakpunt aangeven, ook een ander volume vertoonen dan het beschouwde punt en de druk zal dus in plooipunt en raakpunt veranderd zijn. Uit

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \tau}\right)_V d\tau + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_\tau dV$$

volgt, in aanmerking nemende dat $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)$ en zelfs $\left(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2}\right)$ gelijk nul is, dat bij eerste benadering de volumeverschuiving niet in aanmerking komt, en dus de drukverandering gelijk gesteld kan worden aan $7 \frac{p}{\tau} \Delta \tau$ of $7\ tg\, \psi \Delta \tau$. Willen wij dus uit onze lijn een benaderde plooipuntslijn of raakpuntslijn afleiden, dan moet van uit elk punt een lijntje uitgezet worden, in zoodanige richting, dat de tangens van den hoek dien zij met de $\tau$-as maakt, 7 maal zoo groot is als de tangens van den hoek, dien de voerstraal van dat punt met genoemde as maakt. De lengte van dat lijntje, voor plooipuntslijn en raakpuntslijn verschillend, hangt af van $\Delta \tau$. En de waarde daarvan is voor de verschillende punten verschillend. Voor drie punten is zij nul; nl. voor de twee eindpunten en voor het punt van aanraking met de lijn der maximaal- of minimaalspanning. In het algemeen kan men dus verwachten, dat zij ongeveer midden tusschen deze punten in een grootste waarde verkrijgen kan. Of $\Delta \tau$ in alle gevallen positief moet genomen worden, wat ik hierboven reeds als van zelf sprekend heb aangenomen, zou misschien nog bewezen moeten worden. Maar het bewijs daarvoor zal ik hier ter plaatse, om niet de beschouwingen te zeer te rekken, achterwege

laten [1]). Voert men de bovengenoemde verschuiving voor alle punten onzer lijn uit, fig. II*, dan blijven dus $F$ en $G$ op hunne plaats; de punten beneden $S$ komen rechts, daarentegen de punten boven $S$ komen links van de lijn te liggen. Daaruit blijkt dat de plooipuntslijn met de door ons geconstrueerde in het punt $S$ een aanraking van de tweede orde hebben moet.

Uit dit alles volgt een vervorming van de door ons geconstrueerde lijn, die als $\Delta\tau$ een merkbaar bedrag verkrijgt, enkele van de gegeven eigenschappen kan doen wegvallen. Deze vervorming is merkbaar in de tweede door KUENEN experimenteel bepaalde plooipuntslijn (naar tijdorde de eerste), die van koolzuur en chloormethyl. Bij deze plooipuntslijn, die aan een deel van fig. III* ontleend zou kunnen worden en wel tusschen de punten $F$ en $G$, een gedeelte verwijderd van het punt, waar de lijn van minimaalspanning, als die aanwezig geweest ware, zou hebben kunnen raken, waarborgt niets de nauwe aansluiting tusschen onze hulplijn en de werkelijke plooipuntslijn. De proef leverde dan ook een merkbaar verschil tusschen plooipunts- en raakpunts-temperatuur. $\Delta\tau$ zal dus daar groot geweest zijn. Onze hulplijn verkrijgt men uit de experimenteel bepaalde terug door alle punten der laatste lijn in de vroeger aangegeven richting naar beneden te bewegen. Met andere woorden — het was te wachten, dat de plooipuntslijn aan het eene uiteinde sneller zou stijgen dan met de hulplijn het geval is. Daardoor is een der gegeven eigenschappen weggevallen, nl. dat een voerstraal, van uit het absolute nulpunt getrokken, niet tweemaal snijden kan. Aan den kant van $CO_2$ is die tweevoudige snijding — ten minste als de lijn van KUENEN geheel juist is — mogelijk geworden. Om het bedrag te kunnen berekenen, dat bij laatstgenoemde plooipuntslijn zou moeten aangenomen worden om aan den kant van $CO_2$ dubbele snijding door een voerstraal mogelijk te maken voor de waarde, die wij door $\Delta\tau$ hebben voorgesteld, kunnen wij den volgenden weg inslaan. Wij zullen blijven onderstellen, dat de verschuiving van het volume niet medewerkt, om den druk grooter te maken. Het bedrag, dat wij zullen afleiden zal dus grooter kunnen geacht worden dan het werkelijk bedrag. De

---

[1]) In fig. V is voor de temperatuur waarbij de meetkundige plaats der punten $K$ zich splitst de teekening gegeven. Eerst bij iets hoogere temperatuur splitst zich de connodale en spinodale lijn. Maar dan liggen de punten $K$ reeds binnen de zich splitsende plooi in den stand zooals in fig. I voor een afzonderlijke plooi geteekend is.

grootheid $\Delta \tau$ zullen wij approximatief kunnen voorstellen door

$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = \varepsilon \, (tg\, \psi_1 - tg\, \psi)\, (tg\, \psi - tg\, \psi_2)$$

De maximumwaarde wordt dan gevonden bij

$$tg\, \psi = \frac{tg\, \psi_1 + tg\, \psi_2}{2}$$

en is dan gelijk aan

$$\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right) = \varepsilon \, \frac{(tg\, \psi_1 - tg\, \psi_2)^2}{4}$$

Door de verschuiving wordt de grootheid $p$ vermeerderd met $7 \, \frac{p}{\tau} \, \Delta \tau$ en $\tau$ met $\Delta \tau$. De nieuwe waarde van $tg\, \psi$ voorstellende door $tg\, \psi'$ vinden wij:

$$tg\, \psi' = \frac{p + 7 \, \frac{p}{\tau} \, \Delta \tau}{\tau + \Delta \tau} = tg\, \psi \left(1 + 6 \, \frac{\Delta \tau}{\tau}\right)$$

of

$$tg\, \psi' = tg\, \psi \, \{1 + 6 \, \varepsilon \, (tg\, \psi_1 - tg\, \psi)\, (tg\, \psi - tg\, \psi_2)\}$$

Stellen wij in deze vergelijking $tg\, \psi' = tg\, \psi_1$, dan doet zij vinden welke waarde van $\psi$ door de vervorming tot die van den eersten voerstraal is teruggebracht. Daar de vergelijking dan door $tg\, \psi_1 - tg\, \psi$ gedeeld kan worden vinden wij

$$\frac{1}{6\, \varepsilon} = tg\, \psi \, (tg\, \psi - tg\, \psi_2)$$

Zoodra wij nu in deze laatste vergelijking $tg\, \psi$ iets kleiner nemen dan $tg\, \psi_1$ is er dubbele snijding. Stellen wij $tg\, \psi$ gelijk aan $tg\, \psi_1$, dan is de eerste voerstraal wel nog geen snijlijn, maar toch raaklijn. De waarde van $\varepsilon$ hiervoor noodig vinden wij dus gelijk aan

$$\frac{1}{6\, \varepsilon} = tg\, \psi_1 \, (tg\, \psi_1 - tg\, \psi_2) \, .$$

Voor $\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)_m$ vinden wij, na substitutie van de waarde van $\varepsilon$:

$$\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right) = \frac{1}{24} \frac{tg\,\psi_1 - tg\,\psi_2}{tg\,\psi_1}.$$

Bij de plooipuntslijn van $CO_2$ en $CH_3Cl$ is $tg\,\psi_1 = 0{,}24$ circa en $tg\,\psi_2 = 0{,}16$; bijgevolg

$$\left(\frac{\Delta \tau}{\tau}\right)_m = \frac{1}{72}.$$

Nemen wij voor $\tau$ een gemiddelde waarde tusschen $273 + 31$ en $273 + 143$ en dus 360, dan is $(\Delta \tau)_m = 5°$ — een waarde, die zeker niet hooger is, dan men à priori zou kunnen verwachten.

Maar als door het hierboven gegeven proces der vervorming dubbele snijding aan het eene uiteinde mogelijk is geworden, dan is dit niet het geval aan het andere uiteinde. Door voor $tg\,\psi'$ de waarde $tg\,\psi_2$ te stellen, komen wij tot de vergelijking

$$\frac{1}{6\,\varepsilon} = tg\,\psi\,(tg\,\psi_1 - tg\,\psi).$$

Behalve door de waarde $tg\,\psi = tg\,\psi_2$, die bij de deeling door den factor $(tg\,\psi - tg\,\psi_2)$ verduisterd is, zou, nu $\frac{1}{6\,\varepsilon}$ met het negatieve teeken voorzien is, niet aan de vergelijking kunnen voldaan worden. De dubbele snijding, zoo zij tot stand komt, komt dus slechts aan het uiteinde, waar $\psi$ het grootst is. Dat de volumeverschuiving echter ook, en misschien in sommige gevallen zelfs sterk medewerkt om den druk te doen veranderen, blijkt uit het feit, dat de raakpuntsdruk veelal kleiner is dan de plooipuntsdruk, ofschoon de raakpuntstemperatuur hooger ligt.

De hier aangegeven vervorming der lijn is echter, dit mag niet over het hoofd gezien worden, alleen in die gevallen van toepassing als de plooipuntslijn zich niet vèr verwijdert van de meetkundige plaats der punten $K$. Hebben wij de voorwaarde kunnen aangeven voor het geval, dat de lijnen dicht bijeen blijven — de voorwaarde voor het tegenovergestelde geval, dat de twee lijnen sterk van elkander gaan verschillen, schijnt niet zoo gemakkelijk te vinden. Wil men duidelijke retrograde condensatie, dan moet men dit niet zoeken bij mengsels waarbij nauwe aansluiting tusschen de beide lijnen bestaat. Of deze stelling, zonder meer, mag omgekeerd worden, moet ook voorloopig nog als onzeker aangemerkt worden.

Langs thermodynamischen weg kunnen wij een volkomen juiste waarde afleiden voor het verschil in het bedrag van $\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_p$ en $\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_K$ in het beginpunt eener plooipuntslijn. De waarde van $\tau \left(\frac{dp}{d\tau}\right)_p$ heb ik reeds vroeger (Arch. Néerl. T. XXX) gevonden gelijk aan

$$\tau \left(\frac{dp}{d\tau}\right)_p = \tau \left(\frac{\partial p}{\partial \tau}\right)_{Vx} - \frac{\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial V^2} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \, \partial V}}{\frac{\partial^3 \psi}{\partial x \, \partial V^2} - \frac{1}{MR\tau}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \, \partial V}\right)^2}$$

Nu is $\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_K = \left(\frac{\partial p}{\partial \tau}\right)_{Vx} + \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_V \frac{dx}{d\tau}$, een uitdrukking, waarin $\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{x\tau}$ ontbreekt, omdat voor het punt $K$ de waarde van $\frac{\partial p}{\partial V}$ gelijk 0 is. De waarde van $\frac{dx}{d\tau}$ wordt bepaald, door de voorwaarde, dat $x$ en $\tau$ en $V$ zoo veranderen moeten, dat $\frac{\partial p}{\partial V}$ of $\frac{\partial^2 \psi}{\partial V^2}$ standvastig gelijk 0 blijft. Men vindt dus

$$\frac{\partial \frac{\partial p}{\partial V}}{\partial \tau} d\tau + \frac{\partial \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)}{\partial V} dV + \frac{\partial \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)}{\partial x} dx = 0,$$

of daar voor het punt $K$ ook $\frac{\partial^3 \psi}{\partial V^3}$ gelijk $= 0$ is

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial \tau \, \partial V^2} d\tau + \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \, \partial V^2} dx = 0$$

Verder is

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = -\eta, \text{ en dus } \frac{dx}{d\tau} = \frac{\frac{\partial^2 \eta}{\partial V^2}}{\frac{\partial^3 \psi}{\partial x \, \partial V^2}}$$

of

$$\tau \frac{dx}{d\tau} = \frac{\tau \frac{\partial^2 \eta}{\partial V^2}}{\frac{\partial^3 \psi}{\partial x \, \partial V^2}} = \frac{\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial V^2}}{\frac{\partial^3 \psi}{\partial x \, \partial V^2}}$$

Bijgevolg

$$r\left(\frac{dp}{dr}\right)_K = r\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{Vx} - \frac{\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial V^2}\,\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial V}}{\frac{\partial^3\psi}{\partial x\,\partial V^2}}$$

Men vindt met behulp dezer waarde

$$r\left[\left(\frac{dp}{dr}\right)_P - \left(\frac{dp}{dr}\right)_K\right] = -\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial V^2}\,\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial V}\left\{\frac{1}{\frac{\partial^3\psi}{\partial x\,\partial V^2} - \frac{1}{MRT}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial V}\right)^2} - \frac{1}{\frac{\partial^3\psi}{\partial x\,\partial V^2}}\right\}$$

of

$$r\left[\left(\frac{dp}{dr}\right)_P - \left(\frac{dp}{dr}\right)_K\right] = -\frac{\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial V^2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial V}\right)^3 \cdot \frac{1}{MRT}}{\frac{\partial^3\psi}{\partial x\,\partial V^2}\left[\frac{\partial^3\psi}{\partial x\,\partial V^2} - \frac{1}{MRT}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x\,\partial V}\right)^2\right]}$$

Denken wij een beginpunt eener plooipuntslijn zeer dicht bij het punt $S$, waarbij $\frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial V} = 0$ is, en kiezen wij dit punt of aan de eene zijde van $S$ of aan den anderen kant, zoodat in het eene geval $\frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial V}$ een kleine negatieve, of in het andere geval een kleine positieve waarde heeft — dan is voor die twee punten het teeken van $\left(\frac{dp}{dr}\right)_P - \left(\frac{dp}{dr}\right)_K$ verschillend. Was het beginpunt juist in $S$, dan zouden de lijnen $P$ en $K$ elkander raken. Nu blijkt, dat zij bovendien elkander snijden, iets, waartoe wij hierboven reeds besloten hebben.

**Plantenkunde.** — De Heer Moll doet namens den Heer C. van Wisselingh eene mededeeling: „*Over den nucleolus van Spirogyra.*"

Door den Spreker is vóór eenige jaren aan de Akademie mededeeling gedaan van onderzoekingen omtrent de kerndeeling van Spirogyra crassa Kütz. Het voornaamste resultaat, daarbij aangaande den nucleolus verkregen, is het volgende: bij den aanvang der kerndeeling krijgt de nucleolus een peervormige gedaante en laat uit het spitse uiteinde de chromatische stoffen naar buiten in de kern treden. Zij worden opgenomen in een gewonden draad, die later

de 12 kernlissen of segmenten vormt. Volgens deze opvatting is dus de chromatine, welke het hoofdbestanddeel der kernlissen is, uit den nucleolus afkomstig en wordt daar gedurende den rustenden toestand bewaard.

Deze waarnemingen werden gedaan aan gekleurde preparaten van materiaal, dat met chroom-osmium azijnzuur gefixeerd was. Thans is door den Heer VAN WISSELINGH het van het bovengenoemd onderzoek overgebleven materiaal gebruikt, om een hernieuwd onderzoek, in 't bijzonder naar den rol van den nucleolus, in te stellen.

Daarbij heeft hij echter een geheel andere methode gevolgd, een methode, die zeer eenvoudig en origineel is en, voor zoover Spreker kan nagaan, tot heden nog niet bij het onderzoek der kerndeeling is toegepast.

De Heer VAN WISSELINGH heeft namelijk waargenomen, hetgeen er geschiedt, als men Spirogyra-draden met rustende en zich deelende kernen, in een sterke (± 50%) chroomzuur-oplossing onder den microscoop brengt. Protoplasma en kern lossen dan langzaam op, maar speciaal wat de kern betreft, niet alle deelen gelijktijdig. Gedurende dit oplossingsproces bleek het nu mogelijk te zijn, een aantal zaken zeer duidelijk waar te nemen, die bij geen der vroeger gebruikte methoden aan het licht zijn gekomen, ook niet daar, waar verschillende onderzoekers getracht hebben, door de werking van kunstmatig maagsap en dergelijke stoffen, sommige bestanddeelen op te lossen, terwijl andere behouden bleven.

Op deze wijze zijn door den Heer VAN WISSELINGH hoogst belangrijke resultaten verkregen, waarbij gebleken is, dat Spreker's boven vermelde conclusie omtrent den rol van den nucleolus slechts ten deele juist is.

Spreker gaat thans de voornaamste, door den Heer VAN WISSELINGH verkregen uitkomsten na.

In de rustende kern bevatten de nucleoli (fig. 1 en 2), die soms afwijkende vormen kunnen vertoonen (fig. 3—5), steeds een sierlijk gewonden draadwerk, dat aan de werking van het chroomzuur langen tijd weerstand biedt. Soms is het bij kernen met één nucleolus reeds in den rusttoestand te zien, dat deze twee zulke draden bevat. Steeds echter is dit duidelijk, als de kernen zich gaan deelen of zich pas gedeeld hebben (fig. 7, 8, 9, 11 en 24). Waar dezelfde kern twee nucleoli bevat, is in elk van deze één dergelijke draad waar te nemen (fig. 6, 10).

Het bovenstaande geldt voor alle kernen van Spirogyra crassa. Maar bij het onderzoek der deelingsstadiën bleken twee soorten van kerndeeling voor te komen, die aan bepaalde draden gebonden zijn.

In sommige draden vindt men namelijk vorming van segmenten of kernlissen, zooals bij de karyokinese gewoon is en deze kerndeeling is door alle schrijvers, die het verschijnsel bij Spirogyra waarnamen, behandeld. Maar daarnevens vindt men in andere draden steeds kerndeeling zonder segmentvorming, een hoogst merkwaardig verschijnsel, dat nog nooit werd beschreven.

1. *Kerndeeling met segmentvorming* (fig. 12—23). De Heer VAN WISSELINGH vond, evenals vroegere onderzoekers, dat er twaalf segmenten of lissen ontstaan. Maar de oorsprong van deze is verschillend. Vooreerst ontstaan er 10 in de kern zelf, uit het daar aanwezige skelet; zij zijn aanvankelijk parelsnoervormig. Maar de beide overige ontstaan uit den nucleolus en dat wel op de volgende wijze (fig. 12 - 16). Zorgvuldige waarnemingen leerden, dat de twee draden eigenlijk buizen zijn met vrij dikken wand. Meestal blijven zij zelve in den nucleolus liggen, maar haar inhoud komt steeds naar buiten en doorboort ook den nucleoluswand. De draden, die aldus in de kern overgaan, zijn aan de 10 segmenten van de kern aanvankelijk geheel gelijk en parelsnoervormig, maar onderscheiden zich van deze, doordien zij met den nucleolus verband houden. Eindelijk worden echter de nucleoluswand en de buizen opgelost, zoodat de twee nucleolussegmenten dan, evenals de tien nucleussegmenten in de kern komen te liggen (fig. 17). Zij zijn dan echter van deze te onderkennen, doordien zij aan één hunner uiteinden elk een fijn draadje bevatten, dat sterker lichtbrekend is dan de rest van het segment en nog geruimen tijd overblijft, als de segmenten zelve door de werking van het chroomzuur alle geheel zijn opgelost. De Heer VAN WISSELINGH noemt ze: *resistente draadjes.*

Bij de overlangsche splitsing der segmenten, doet zich het merkwaardig verschijnsel voor, dat ook de resistente draadjes dezelfde splitsing ondergaan en, evenals de segmenten, het verschijnsel der heteropolie vertoonen. Bij het uiteenwijken der dochterkernen blijven zij meestal een weinig achter en soms aanvankelijk met elkaar verbonden (fig. 19 en 20).

In de dochterkernen (fig. 21, 22) heeft thans versmelting der segmenten plaats, die soms reeds vóór de overlangsche splitsing (fig. 18) aan kan vangen en gewoonlijk hiermede gepaard gaat. Maar de resistente draadjes blijven zichtbaar en de Heer VAN WISSELINGH heeft kunnen nagaan, dat zij, ook als de segmenten niet langer te zien zijn (fig. 23), nog aanwezig zijn, om vervolgens binnen den zich vormenden nucleoluswand te worden opgenomen. Ontstaan er twee nucleoli, dan ontvangt elk van deze één resistent draadje.

*De Dwergnucleolen.* Bij de kernen, die zich met segmentvorming

deelen, komen er soms voor, die twee nucleoli van zeer verschillende grootte bezitten. De eene kan dan zeer klein zijn en wordt in dat geval door den Heer VAN WISSELINGH Dwergnucleolus genoemd (fig. 10). Merkwaardig is het feit, dat in alle kernen van zulke draden, ook wanneer zij slechts één nucleolus bevatten (fig. 9 en 11) de twee nucleolus-buizen verschillend van grootte zijn. Men heeft hier dus te doen met een voor bepaalde draden erfelijke organisatie.

2. *Kerndeeling zonder segmentvorming* (fig. 24—39). Dezen vorm van kerndeeling vindt men uitsluitend in draden, wier wandstandig protoplasma een weinig gecontraheerd, dus niet fraai gefixeerd is. Zulke draden waren voor Spreker's indertijd gevolgde methode van onderzoek ongeschikt. Voor den Heer VAN WISSELINGH bestond dit bezwaar niet en hij vond bij deze kernen het volgende.

Ook hier worden tegen den tijd der deeling in den nucleolus twee buizen duidelijk zichtbaar (fig. 24). Een ledigloopen van de buizen heeft niet plaats, maar zij ondergaan aanmerkelijke veranderingen, die vroeger of later met een oplossing van den nucleoluswand gepaard gaan. Soms lost deze wand het eerst op, zoodat de nucleolusbuizen dan vrij in de kern komen te liggen (fig. 32). In andere gevallen zijn de buizen reeds zeer veranderd als de nucleoluswand nog aanwezig is (fig. 25, 26, 27, 28, alle van dezelfde kern). Ook komt het voor, dat beide processen ongeveer gelijktijdig verloopen en dit is de meest algemeene regel (fig. 29 en 30, beide van dezelfde kern). Maar het einde is steeds, dat in de kern twee resistente draadjes als resten van de nucleolusbuizen overblijven (fig. 31).

Intusschen trekt het draadwerk van den nucleus zich tot een aequatoriale kernplaat terug, waarin evenwel geene segmenten te onderscheiden zijn, maar wel draden, die zich dwars door de kernplaat uitstrekken (fig. 33 en 34, 35 en 36, resp. beide van eenzelfde kernplaat). De resistente draadjes blijven zichtbaar (fig. 33, 34), maar zijn dikwijls met elkaar verbonden, zoodat er slechts één schijnt te zijn (fig. 35, 36).

De kernplaat verdeelt zich nu in twee gelijke ronde schijven (fig. 37 en fig. 38 en 39, de beide laatste naar hetzelfde object), die uiteenwijken en de dochterkernen vormen. De resistente draadjes gedragen zich daarbij evenals bij de kerndeeling met segmentvorming. Zij splijten overlangs, blijven bij het uiteenwijken aanvankelijk achter (fig. 37 en 38), maar ten slotte trekken hunne helften zich naar de dochterkernen terug. De mazen van het draadwerk der dochterkernen worden duidelijker (fig. 39) en, onder soortgelijke verschijnselen als bij de kerndeeling met segmenten, ontwikkelen zij zich tot normale kernen. Ook hier worden de twee resistente draadjes


1.


2.


3.


4.


5


6.


7


8

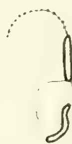

9

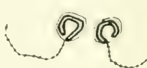

10.


11

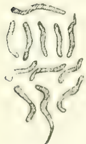

12.


13.


14


15.


16


17

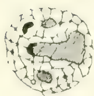

18


19


20.

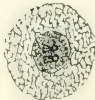

21


22


23.


24

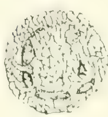

25

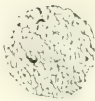

26.

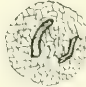

27.


28


29.


30.

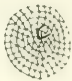

31.


32.


33.

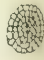

34.


35.


36.


37.


38.


39.

tot nucleolus-buizen en worden gewoonlijk binnen een enkelen nucleoluswand vereenigd. Sommige kernen verkrijgen twee nucleoli.

De hoofduitkomsten van dit onderzoek zijn dus de volgende:

1°. behalve den gewonen vorm van karyokinese heeft Spirogyra crassa Kütz. nog een tweeden vorm, waarbij geen kernlissen ontstaan.

2°. Bij de deeling met segmentvorming ontstaan van de 12 lissen 10 in de kern zelf, terwijl 2 uit den nucleolus afkomstig zijn.

3°. Bij de kerndeeling met segmentvorming bevatten de nucleolus-lissen elk een resistent draadje, waardoor zij zich van de overige onderscheiden. Deze resistente draadjes splijten overlangs, evenals de lissen zelve en de beide helften dragen in de dochterkern tot de vorming van den nieuwen nucleolus bij. Bij de kerndeeling zonder segmentvorming ontstaan uit den nucleolus eveneens twee resistente draadjes, die zich bij de deeling geheel op dezelfde wijze gedragen als bij de karyokinese met segmentvorming.

## VERKLARING DER PLAAT.

### Karyokinese met segmentvorming.

Fig. 1, 2, 3, 4 en 5 geven den vorm aan der nucleoli. Fig. 1 en 2 normale vorm, fig. 1 op den kant gezien, fig. 2 van terzijde. Fig. 3, 4 en 5 afwijkende vormen van terzijde.

Fig. 6, 7, 9 en 10 nucleoli, fig. 8 en 11 nucleolusbuizen bij het begin der karyokinese, door chroomzuur uit de kern afgezonderd; bij fig. 8 en 11 nucleoluswand opgelost.

Fig. 12, 13, 14 en 15 nucleoli met uitloopende nucleolusbuizen, fig. 16 uitloopende nucleolusbuizen zonder nucleoluswand, door chroomzuur uit de kern afgezonderd.

Fig. 17 en 18 kernplaten gedurende de behandeling met chroomzuur, fig. 18 eerste vergroeiing der segmenten.

Fig. 19, 20, 21 en 22 kernplaathelften, fig. 19 en 20 op den kant, fig. 21 en 22 van terzijde gezien, door chroomzuur uit de kernen afgezonderd. Fig. 20 en fig. 21 naar hetzelfde object.

Fig. 23 jonge kern na behandeling met chroomzuur.

### Karyokinese zonder segmentvorming.

Fig. 24 nucleolus bij het begin der karyokinese door chroomzuur afgezonderd.

Fig. 25 kern op den kant gezien.

Fig. 26 dezelfde van terzijde, met chroomzuur behandeld.

Fig. 27 haar nucleolus door chroomzuur afgezonderd.
Fig. 28 resten harer nucleolusbuizen door chroomzuur afgezonderd.
Fig. 30 dezelfde van terzijde, met chroomzuur behandeld.
Fig. 31 en 32 kernen van terzijde, met chroomzuur behandeld.
Fig. 33 en 34, fig. 35 en 36 kernplaat, door chroomzuur afgezonderd, op den kant en van terzijde.
Fig. 37, 38 en 39 kernplaathelften door chroomzuur afgezonderd. Fig. 37 en 38 op den kant, fig. 39 van terzijde. Fig. 38 en 39 naar hetzelfde object.

**Physiologie.** — De Heer Eijkman doet eene mededeeling: *„Over den invloed van het jaargetijde op de menschelijke stofwisseling".*

In het vorige jaar deelde ik aan de Akademie de uitkomsten mede van een onderzoek betreffende de respiratorische gaswisseling der tropenbewoners [1]). Ik had met dat onderzoek voornamelijk op het oog na te gaan of inderdaad de stofwisseling onder den invloed der warme omgeving vermindert en daarmede de warmteproductie tot een lager peil daalt. Het bleek nu dat het zuurstofverbruik, m. a. w. de levendigheid der verbranding in het lichaam, in Indië gemiddeld niet noemenswaard verschilde van hetgeen te dien aanzien door onderzoekers in Europa onder overigens gelijke omstandigheden gevonden was.

Reeds vroeger was ik, langs geheel anderen weg, door het onderzoek nl. van het voedselverbruik bij de tropenbewoners, tot een overeenkomstig resultaat gekomen.

Uit een en ander concludeerde ik dat er bij den mensch geen *chemische* warmteregeling van eenige beteekenis bestaat, d. w. z. geen regeling van de warmteproductie in verband met veranderingen van de thermische condities in de omgeving.

Tegen de wijze, waarop ik tot dat resultaat gekomen was, zou men kunnen aanvoeren, dat ik gebruik gemaakt heb van gegevens, die uit den aard der zaak slechts tot zekere hoogte juist kunnen zijn niet alleen, maar ook niet in alle opzichten onderling vergelijkbaar. Want, aangezien de door mij aan de literatuur ontleende cijfers, voor Europa, door andere onderzoekers en bij andere proefpersonen verkregen waren dan de mijne, konden hier allerlei bijkomende factoren, zoowel individueele verschillen, als verschillen in levenswijze, voeding, beroep enz. in hooge mate hun invloed doen

[1]) Zie Verslag van de Vergadering van 27 Juni.

gelden. Men zou dus, om tegenover mijn bevindingen het bestaan eener chemische warmteregeling bij den mensch te kunnen volhouden, zijn toevlucht kunnen nemen tot de, zij het ook tamelijk gedwongen klinkende, onderstelling, dat in casu het effekt dier regeling toevallig juist door die bijkomende factoren zou zijn opgeheven.

Het was derhalve van belang, een aantal personen zoowel bij hooge als bij lage omgevingstemperatuur te onderzoeken. Voor snelle temperatuurschommelingen waren reeds voor eenige jaren onderzoekingen in die richting gedaan. Een Duitsch onderzoeker, LOEWY, had gevonden, dat afkoeling bij den mensch de gaswisseling niet omhoog drijft, zoolang de spieren in rust blijven. Deze bevinding was geheel in strijd met de voornamelijk op dierproeven gegronde stelling van PFLÜGER, dat de koude als een prikkel werkt, die reflectorisch de stofwisseling aanwakkert.

Bij een vergelijking van de stofwisseling in verschillende klimaten heeft men echter niet met snelle temperatuurschommelingen te doen. Men kan daar denken aan het bestaan eener chemische warmteregeling, die niet langs reflectorischen weg, derhalve niet nagenoeg oogenblikkelijk in werking treedt, maar als uitvloeisel dier onderstelde langzame wijziging in de organisatie, welke men met den naam van acclimatisatie pleegt aan te duiden. Zoo heeft b.v. KOCHS de hypothese opgesteld, dat het weerstandsvermogen tegen hitte verhoogd wordt door een hooger watergehalte van het lichaam ; de hoeveelheid verbrandingsmateriaal per k$^{\text{G}}$ lichaamsgewicht is dan immers verminderd. Wie in het heete klimaat een hooger watergehalte van zijn lichaam heeft bereikt, is volgens KOCHS geacclimatiseerd, maar tegelijkertijd is zijn arbeidsvermogen verminderd. Jammer, dat deze hypothese bij onderzoek van het watergehalte niet bevestigd is geworden ; ik noem haar dan ook alleen bij wijze van voorbeeld, hoe men zich die onderstelde wijziging in de organisatie, waarvan zoo even sprake was, zou kunnen denken.

Om den invloed van langzamer intredende, doch langer aanhoudende temperatuursveranderingen op de stofwisseling bij dezelfde proefpersonen te onderzoeken, daartoe biedt de afwisseling van jaargetijden in deze luchtstreek een uitmuntende gelegenheid.

Men zou er nu al aanstonds op kunnen wijzen, dat 's winters doorgaans meer en steviger kost genoten wordt dan zomers, meer vet vooral, waaraan een groote verbrandingswarmte eigen is. Zulke feiten bewijzen echter niets, zoolang men niet tevens bewijst dat, *bij gelijke arbeidsprestatie*, in den winter ook inderdaad meer wordt *omgezet* dan in den zomer. Het is immers bekend, dat men 's winters veelal meer lichaamsbeweging neemt, waardoor het stofverbruik stijgt,

en dat men niettegenstaande dat toch doorgaans in lichaamsgewicht toeneemt, een bewijs dat niet al het meerder opgenomene ook verbruikt wordt. Hiermede is meteen aangegeven, waarom ik bij het onderzoek, dat ik hier beoogde, niet het voedselverbruik heb nagegaan, maar de respiratorische gaswisseling. Deze doet ons de stofomzetting in het lichaam direkt kennen, hetgeen met het voedselverbruik alleen het geval is, wanneer de proefpersonen in stofwisselingsevenwicht verkeeren. Bovendien, als men het onderzoek van de gaswisseling met den toestel van GEPPERT & ZUNTZ verricht, waarvan ik mij vroeger ook bediend heb, behoeven de proeven slechts eenige minuten te duren, gedurende welke men den persoon zich zoo rustig mogelijk laat houden. De invloed van den spierarbeid op de stofwisseling is dan zoo goed als uitgesloten.

In het geheel heb ik negen personen een aantal malen onderzocht. De winterproeven hadden plaats in Januari en Februari van dit jaar tot een gezamenlijk aantal van 52 en bij een temperatuur van gemiddeld 8.5°.

Het aantal zomerproeven, welke in Juli en Augustus d. a. v. genomen werden, bedroeg 65; gemiddelde temperatuur 24.5°.

Eenige personen werden éénmaal per dag, de anderen tweemaal, nl. 's morgens en 's middags, telkens op ongeveer dezelfde uren, onderzocht.

De gemiddelde uitkomsten waren de volgende:

| | resp. freq. | aantal exp. lucht (droog). | c. c. m. [1]) $CO_2$. | per min. O. | $\frac{CO_2}{O}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 's winters | 15.4 | 7644 | 232.2 | 253.8 | 0.915 |
| 's zomers | 14.3 | 7050 | 225.5 | 253.3 | 0.890 |

Zooals ik reeds de vorige maal opmerkte, kan men de levendigheid der oxydatie en warmteproductie juister beoordeelen naar het zuurstofverbruik dan naar de koolzuurproductie. Wij vinden nu, ondanks een verschil in de omgevingstemperatuur van 16°, zoo goed als geen verschil in de zuurstofconsumptie.

Dat de overeenstemming zoo volkomen is, kan zeker voor een deel van toeval afhankelijk zijn, in aanmerking nemende de tamelijk aanzienlijke individueele afwijkingen. Slechts bij één der proefpersonen nl. was er nagenoeg geen onderscheid tusschen het O-verbruik in den winter en in den zomer. Bij vier hunner echter vonden wij

---

[1]) Bij normaal-druk en -temperatuur.

een meerder O-verbruik in den winter, wisselend van 7—12 proc., bij de vier overigen eindelijk, ongeveer even groote afwijkingen in tegengestelden zin. Het gemiddeld verschil bedroeg 0.7 proc ten gunste van den zomer, met een waarschijnlijke fout van ± 2.3 proc.

Zooveel kan men wel zeggen, dat ons vergelijkend onderzoek van de stofwisseling bij den mensch in zomer- en wintertijd weder geen gegevens heeft opgeleverd, die wijzen op het bestaan eener eenigermate belangrijke chemische warmteregeling.

Deze conclusie klinkt misschien weinig bemoedigend met het oog op de vraag, of acclimatisatie van den Europeaan in het tropisch klimaat over 't geheel mogelijk is. Ik wil hier echter al aanstonds bijvoegen, dat de inboorling in dit opzicht niets op ons voor heeft. Bij den Maleier vond ik indertijd de stofwisseling niet minder levendig dan bij den blanke.

Niet door regeling van de warmteproductie, maar alleen of hoofdzakelijk door regeling van de warmteafgeving, d. i. door de zgn. *physische* warmteregeling moet dus in de hier bedoelde gevallen de lichaamstemperatuur constant worden gehouden.

Aan deze physische warmteregeling nemen in casu de longen geen deel; zij staan aan de warme lucht minder warmte af dan aan de koude en compenseeren of overcompenseeren dit niet door diepere en snellere ademhalingen, zooals men dat bij sommige dieren, b.v. honden, zoo duidelijk ziet. Bij onze proeven was de diepte der ademhalingen door elkander genomen 's zomers en 's winters gelijk ($\frac{1}{2}$ L. lucht per respiratie), doch de frequentie was 's winters iets grooter, juist omgekeerd dus als in 't belang der warmteregeling vereischt wordt. Deze wordt derhalve geheel aan de huid overgelaten.

Nog uit een ander oogpunt zijn de hier medegedeelde onderzoekingen van belang, nl. ten aanzien van de beteekenis der kleeding. Een der verdienstelijkste onderzoekers op het gebied der dierlijke warmtehuishouding, Rubner, is van meening dat de goed gevoede en gekleede mensch in den regel met zijn physische warmteregeling volstaan kan, maar dat daarnaast een chemische warmteregeling bestaat, die eerst in werking treedt als de physische tekort schiet, b.v. als men in de koude onvoldoende gekleed is. Volgens deze opvatting zou men meenen — en Rubner drukt het ook zoo uit — dat een warme kleeding de behoefte aan voedsel minder groot maakt, dus voedselbesparing ten gevolge heeft. Naar mijn meening is dit niet zoo.

Bij mijn winterproeven zaten de personen stil, zonder overkleeding, bij een temperatuur van 6—12° en hadden het dikwijls koud, de kleeding was dus in de gegeven omstandigheden eigenlijk onvoldoende. Toch was de warmteproductie gemiddeld niet hooger dan

in den zomer, toen zij vaak over te groote hitte klaagden. Ik houd het er dus voor, dat wij tot ondersteuning van de physische warmteregeling en om ons behagelijk te gevoelen, juist de *kleeding* noodig hebben, omdat wij niet over een chemische warmteregeling beschikken, die daarin in voldoende mate voorzien kan.

De onderzoekingen, waarvan ik hier in 't kort de uitkomsten mededeelde, zijn verricht in het laboratorium van Prof. PLACE, wien ik hier gaarne mijn dank betuig voor zijn krachtige hulp.

**Natuurkunde.** — De Heer V. A. JULIUS biedt een mededeeling aan van den Heer N. G. VAN HUFFEL: „*Metingen omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren staaf*", verricht in het natuurkundig Laboratorium te Utrecht.

In de zitting van 4 Maart 1897 van de Keizerlijke Academie van Wetenschappen te Weenen heeft IGNAZ KLEMENČIČ eene verhandeling aangeboden over „Magnetische Nachwirkung".

Daarin geeft hij de resultaten van zijn hoofdzakelijk magnetometrisch onderzoek van genoemd verschijnsel te beginnen ± 5 sec. na het optreden van den magnetiseerenden invloed, dat is juist van het oogenblik af waar blijkens de hier volgende mededeeling een ballistisch onderzoek van dat verschijnsel door mij verricht sluit. Het volledig verslag der gebruikte methode en de resultaten daarmede verkregen zullen weldra den inhoud vormen van mijn academisch proefschrift. Met het oog evenwel op de genoemde verhandeling van KLEMENČIČ wensch ik enkele der door mij verkregen uitkomsten reeds nu openbaar te maken.

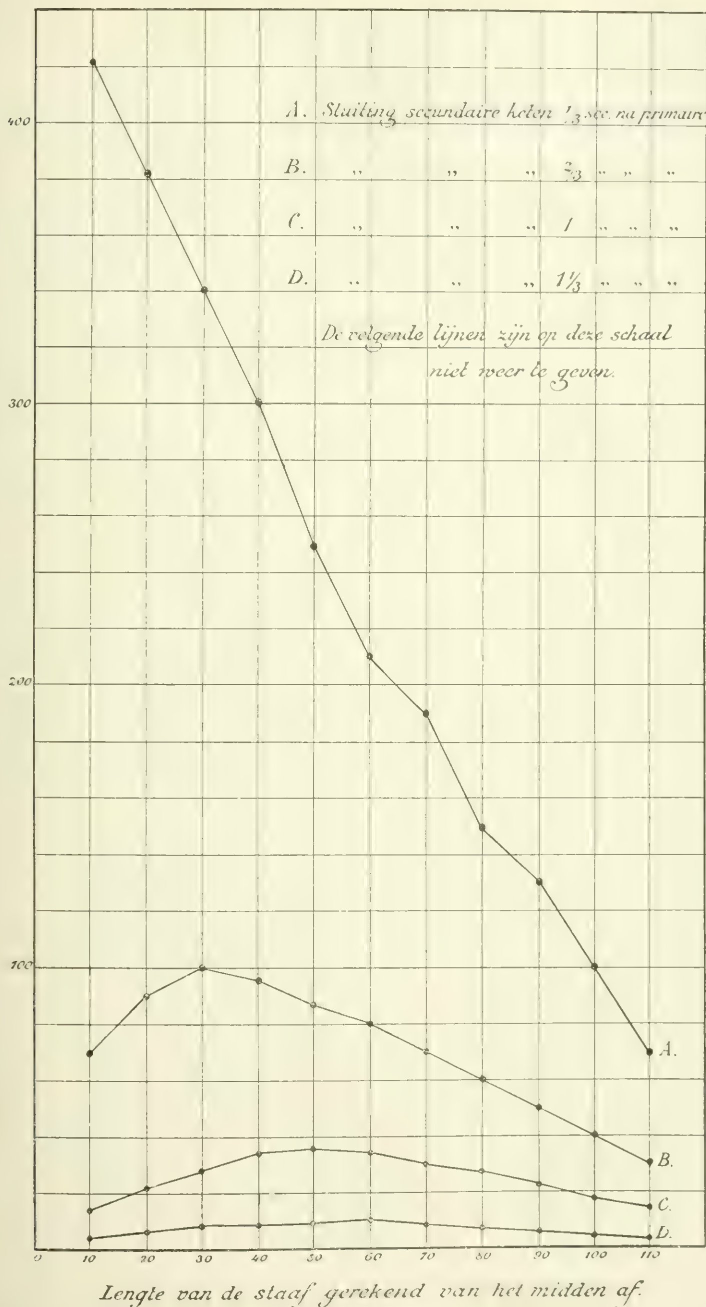
Het onderzoek naar de magnetische nawerking is verricht op een week ijzeren kwadratische staaf van 2.25 Meter lengte en 1 $cM^2$. doorsnede die gedurende 14 dagen in een der heeteluchtbuizen der stedelijke Gasfabriek was uitgegloeid.

De staaf opgesteld in de richting Oost—West droeg in 't midden een draadklos van 4 cM. lengte en 10 cM. middellijn gewonden van geïsoleerd koperdraad van 1 mM. dikte en in de tweede plaats een verschuifbare klos van zeer dun geïsoleerd koperdraad gewonden op een ebonietklos van 10 cM. middellijn en 1 cM. lengte.

De eerste of primaire klos was met het oog op lekkage naar de tweede of secundaire klos door parafine van de staaf geïsoleerd.

Door eene bepaalde contactinrichting werd nu op een zeker oogenblik een stroom van ongeveer 0.25 ampère gezonden in de eerste klos, en werd na een willekeurig tijdsverloop (bijv. van $1/3$ of $2/3$ sec.) de tweede klos gedurende een tijdsverloop van ongeveer 0.01 sec.

N. G. VAN HUFFEL. Metingen omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren staaf.



gekoppeld aan een galvanometer van DUBOIS -RUBENS. De galvanometer had een weerstand van 6000 ohms; bij verschillende serieën waarnemingen was een shunt noodig.

De uitslag van den galvanometer geeft nu een maat voor de snelheid der verandering van de magnetische inductie op de plaats waar de tweede klos op de staaf is geplaatst; en op het oogenblik waarop deze klos aan den galvanometer wordt gekoppeld.

Na iedere waarneming werd de hoofdstroom gecommuteerd en bij het begin van een serie waarnemingen werd de staaf herhaaldelijk omgemagnetiseerd alvorens tot de eigenlijke waarnemingen werd overgegaan.

Bijgaande grafische voorstelling geeft het resultaat van de waarnemingen gedaan bij plaatsing van de secundaire klos op afstanden van 10 cM., 20 cM. — — enz. tot 110 cM. van het midden van de eerste klos en wel respectievelijk $^1/_3$ sec., $^2/_3$ sec. — — tot 2 sec. na sluiting van den magnetiseerenden stroom.

De lijn die de toestandsverandering weergeeft op den tijd $^1/_3$ sec. na sluiting van den stroom die de staaf magnetiseert, toont dat op dien tijd de grootste variatiesnelheid gevonden wordt in de nabijheid van de primaire klos. De volgende lijn die hetzelfde weergeeft maar op den tijd $^2/_3$ sec. na sluiting van den magnetiseerenden stroom vertoont een maximum op een afstand van 30 cM. gerekend van het midden van de primaire klos. Uit de volgende lijnen blijkt dat met den tijd het maximum zich naar rechts verplaatst en tevens minder scherp uitgesproken zich vertoont totdat na 2 sec. de variatie over de geheele lengte van de staaf ongeveer dezelfde is.

**Scheikunde.** — De Heer VAN BEMMELEN deelt, namens den Heer SCHREINEMAKERS, Lector in de Physische Chemie aan de Rijks-Universiteit te Leiden, de uitkomsten mede van een: „*Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij* 2 *en* 3 *vloeistofphasen optreden.*”

In een vorige vergadering, waarin het onderzoek van den Heer SCHREINEMAKERS over het stelsel „$H_2O$, barnsteenzuurnitril en $NaCl$” werd medegedeeld, werd reeds met een enkel woord gewezen op een volgend onderzoek, waarin behalve twee, ook drie vloeistofphasen konden optreden. Het was het systeem: $H_2O$, aether en barnsteenzuurnitril.

In de schematische Figuur 1, waarin N nitril, W water en E aether beteekent, zijn de uitkomsten van dit onderzoek ten deele samengevat.

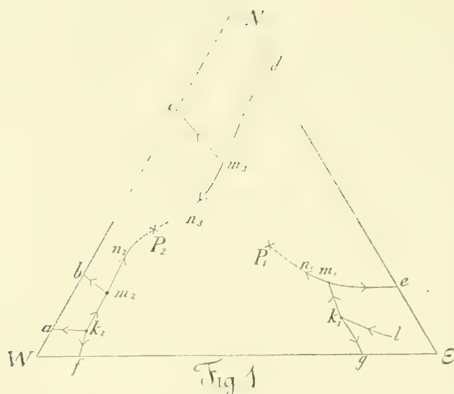


Fig 1

Beneden — 4°5 kan men slechts het systeem N + Ys + $L_E$ hebben (de dampphase is hier, zooals overal in het volgende weggelaten), waarin N nitril beteekent en $L_E$ eene vloeistofphase, welke zeer veel aether bevat.

Bij verwarming treedt bij — 4°5 een quintupelpunt op met de phasen:



$$N + Ys + L_E + L_W ,$$

waarin naast twee vaste phasen ook twee vloeistofphasen optreden.

De beide vloeistofphasen zijn door $L_E$ en $L_W$ aangegeven, van welke de eerste veel aether, de tweede veel water bevat.

Dit is het tweede voorbeeld van een quintupelpunt met 2 vloeistofphasen door den Heer SCHREINEMAKERS gevonden; het eerste was in het vroeger medegedeelde systeem: $H_2O$, nitril en Na Cl.

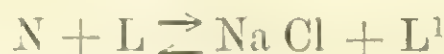
In Figuur 1 is de samenstelling van $L_E$ door $K_1$, die van Kw door $K_2$ aangegeven.

De reactie in dit quintupelpunt is:



$$N + Ys + L_E \rightleftarrows L_W,$$

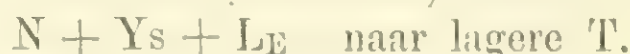
dus een andere dan in het vroeger medegedeelde geval, in het systeem: $H_2O$, nitril Na Cl, waarin zij



$$N + L \rightleftarrows Na\,Cl + L^1$$

was.

Van het quintupelpunt met de phasen N + Ys + $L_E$ + $L_W$ gaan nu vier evenwichten uit, nl.



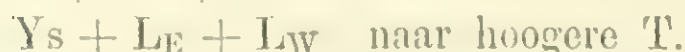
N + Ys + $L_E$ naar lagere T.



en N + Ys + $L_W$



N + $L_E$ + $L_W$



Ys + $L_E$ + $L_W$ naar hoogere T.

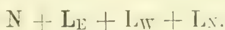
Het eerste evenwicht, nl. N + Ys + $L_E$ dat naar lagere tempe-

ratuur gaat, is in de Figuur door $K_1$ l aangegeven; het is slechts vervolgd tot —16° en eindigt waarschijnlijk eerst bij de temperatuur, waarbij ook de aether als vaste phase kan optreden.

Het evenwicht N + Ys + $L_W$ is door de lijn $K_2$ a aangegeven en eindigt dus op de zijde W N des driehoeks in het punt a, dat de kryohydratische temperatuur van nitril in water aangeeft. Volgens een vroeger onderzoek van den Heer SCHREINEMAKERS ligt dit bij —1°.2.

Het systeem Ys + $L_E$ + $L_W$ wordt door twee lijnen aangegeven, nl. $K_2$ f en $K_1$ g, van welke de eerste de samenstellingen der oplossingen $L_W$, de tweede die der oplossingen $L_E$ aangeeft. Beide lijnen eindigen op de zijde W E des driehoeks in de punten f en g, welke de oplossingen aangeven, die uit water en aether alleen bestaan en met Ys in evenwicht kunnen zijn.

Het evenwicht N + $L_E$ + $L_W$ wordt natuurlijk ook door twee lijnen aangegeven $K_2 m_2$ en $K_1 m_1$. Bij temperatuursverhooging treedt in dit evenwicht bij 1°—2° een nieuw quintupelpunt op, het eerst bekende voorbeeld van een quintupelpunt met drie vloeistofphasen. De phasen zijn:


N + $L_E$ + $L_W$ + $L_N$.

en de samenstelling van $L_E$ is door $m_1$, die van $L_W$ door $m_2$ en die van $L_N$ door $m_3$ aangegeven. Van deze drie vloeistoffen bevat de eerste nl. $L_E$ het meest aether; $L_W$ het meest water en $L_N$ het meest nitril.

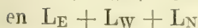
De reactie in dit quintupelpunt is:


N + $L_E$ + $L_W \rightleftarrows L_N$,

zoodat hiervan uitgaan: het evenwicht: N + $L_E$ + $L_W$ naar lagere T., zooals zooeven reeds besproken is benevens de evenwichten:


N + $L_E$ + $L_N$


N + $L_W$ + $L_N$


en $L_E$ + $L_W$ + $L_N$

naar hoogere T.

Beschouwen wij eerst het evenwicht N + $L_W$ + $L_N$ dat door de lijnen $m_2$ b en $m_3$ c is aangegeven, en dus op de zijde W N des driehoeks eindigt. Het moet natuurlijk eindigen bij de temperatuur, waarbij het systeem N + $L_W$ + $L_N$ voor de komponenten water en nitril alleen optreedt, en ligt dus bij 18°5, zooals uit vroegere onderzoekingen van den Heer SCHREINEMAKERS volgt.

Het systeem $N + L_E + L_N$, door de lijnen $m_1$ c en $m_3$ d aangegeven, eindigt natuurlijk eveneens bij de overgangstemperatuur van vast Nitril in aether. Deze ligt bij ± 33°.

Nemen wij thans het evenwicht $L_E + L_W + L_N$ dat uit drie vloeistofphasen bestaat.

Bij T. verhooging veranderen alle drie hunne samenstelling en het evenwicht wordt door drie lijnen voorgesteld, nl. $m_1 n_1$ welke de samenstelling van $L_E$, $m_2 n_2$ welke die van $L_W$, en $m_3 n_3$ welke die van $L_N$ aangeeft.

Het systeem $L_E + L_W + L_N$ is slechts tot 30° in open buisjes vervolgd kunnen worden, daar boven deze T. het verdampen van den aether te hinderlijk werd om nog eenigszins nauwkeurige analysen te verkrijgen.

Toch bleek, dat $L_E$ zijn samenstelling slechts weinig veranderde; $L_W$ echter meer, $L_N$ het sterkst. De beide laatsten, nl. $L_W$ en $L_N$, naderden elkaar in hunne samenstelling, zoodat zij bij hoogere T. vermoedelijk in elkaar zouden overgaan. Om dit verder te onderzoeken werd met afgewogen hoeveelheden der drie komponenten in gesloten buisjes gewerkt, waaruit met zeer groote waarschijnlijkheid volgde, dat bij ± 56°5 de beide phasen $L_W$ en $L_N$ in elkaar overgaan. Het evenwicht $L_E + L_W + L_N$ eindigt dus bij ± 56°5, omdat bij deze T. de beide vloeistoflagen $L_W$ en $L_N$ hetzelfde worden.

Uit verschillende bepalingen in de nabijheid van het punt $p_2$, waar dit gebeurt, schijnt echter te volgen dat aldaar nog nieuwe verwikkelingen optreden, welke ten deele hunne verklaring kunnen vinden in de aanname, dat er eene splitsing van éene plooi in twee andere plaats vond. De Heer SCHREINEMAKERS wil dit echter eerst nog nauwkeuriger onderzoeken.

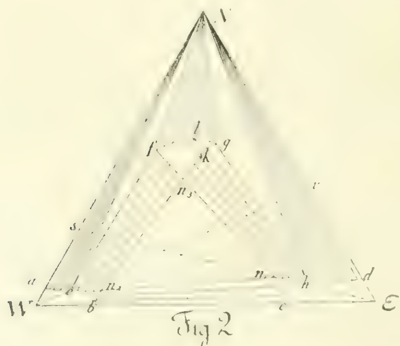


Fig 2

Ook zijn in dit systeem verschillende isothermen bepaald. Nemen wij b. v. een isotherme bij 10°—11°, dan verkrijgt men fig. 2.

De lijnen ae, fg en hd geven de oplossingen aan die met vast Nitril in evenwicht kunnen zijn; de oplossingen op ae bevatten veel water en weinig nitril en aether; die op fg veel nitril en weinig water en aether; die op hd veel

aether en weinig nitril en water. Het vaste Nitril kan in evenwicht zijn met de oplossingen e en f, maar ook met de oplossingen g en h. De binodale lijn bestaat uit verschillende stukken. De oplossingen van tak $bn_2$ zijn geconjugeerd met die van tak $cn_1$. Die van tak $en_2$ met die van tak $n_3f$ en die van tak $n_3g$ met die van $n_1h$. De drie punten $n_1$, $n_2$ en $n_3$ geven de drie oplossingen aan, die met elkaar in evenwicht kunnen zijn.

Men ziet uit deze figuur, dat men bij het samenbrengen van water, nitril en aether allerhande verschijnselen kan verwachten, naargelang der verhouding, waarin men deze bij elkaar voegt.

Men kan nl. een homogene phase krijgen, als het punt binnen $W a e n_2 b$ of $E d h n_1 c$ of $f l g K n_3$ ligt. Splitsing in oplossing en vast Nitril zal volgen als het punt binnen $N a e$ of $N f l g$ of $N h d$ ligt. Men zal vast Nitril naast twee vloeistofphasen krijgen, als het punt binnen den driehoek $N e f$ of $N g h$ ligt. Splitsing in twee vloeistofphasen treedt op binnen $f n_3 n_2 e$ of $g n_3 n_1 h$ of $b n_2 n_1 c$; splitsing in drie vloeistofphasen binnen den driehoek $n_1 n_2 n_3$.

Ook kan men uit de figuur gemakkelijk afleiden wat gebeuren zal bij toevoeging van een der komponenten aan eene oplossing. Nemen wij b. v. Nitril en aether, samen het komplex v vormende, hetwelk dus uit elkander valt in vast Nitril en oplossing d, en voegen water toe. Het komplex beweegt zich dan langs de lijn $vW$ van v naar W en wij krijgen achtereenvolgens: N naast oplossing; twee oplossingen naast vast Nitril; twee oplossingen; drie oplossingen; twee oplossingen; en eindelijk één homogene oplossing, als het komplex binnen $W a e n_2 b$ is gekomen.

Overeenkomstige verschijnselen kan men ook waarnemen, als men b.v. aether voegt bij een komplex S, dat alleen water en nitril bevat.

**Aardmagnetisme.** — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt namens Dr. W. VAN BEMMELEN te de Bilt bij Utrecht eene mededeeling aan, getiteld: „*Nieuwe Aanwinsten voor de Verzameling van oude Miswijzings-waarnemingen.*"

Sedert de mededeeling (27 Februari 1897) over de uitkomsten der bewerking van de verzamelde bouwstoffen, zijn deze niet onbelangrijk vermeerderd. In chronologische volgorde, met bijvoeging van eenige voorloopige aanwijzingen, zijn deze aanwinsten de volgende:

*Le Discours de la Navigation de* JEAN *et* RAOUL PARMENTIER *de Dieppe; publié par* CH. SHEFER. *Paris* 1883.

O. a. leest men in het journaal: „18 Juin ....l'orient fut pris

à 47°30', la hauteur à midy 36°19'; l'occident à 79°30'; de longit. orientale 15°."

De berekening en herleiding van deze en nog 5 andere amplitudo-waarnemingen leverde op:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1529, Juni | 8. | 17°20' N.O. | 27°20' Z. Br. | 6° | W. | v. Gr. |
| | 11. | 22 20 „ | 31 0 „ | 3 | „ | „ |
| | 12. | 23 0 „ | 32 30 „ | 1 | „ | „ |
| | 16. | 17 0 „ | 35 0 „ | 5 | O. | „ |
| | 18. | 15 0 „ | 36 20 „ | 9 | „ | „ |
| | 20. | 14 0 „ | 37 40 „ | 12 | „ | „ |

Vergeleken met de waarnemingen van João de Castro in 1538, (die uitstekend met latere waarnemingen in overeenstemming zijn), blijken zij verdacht groote waarden voor de seculaire variatie op te leveren. Alleen de eerste maakt een uitzondering. Volgens Shefer is hoogstwaarschijnlijk Crignon de schrijver van het journaal.

Kompasafbeelding op een kaart van Palestina: Jac. Ziegler, *Syriae ad Ptolemaici operis rationem* .... 1532. Nordenskiöld heeft die kaart in zijn fac-simile atlas (pg. 105 Engelsche uitgave) opgenomen en de opmerkzaamheid op die afbeelding gevestigd.

Hellmann (Die Anfänge d. Magn. Beob. Zeitschr. f. Erdk. XXXII) wijst op de abnorme grootte der afwijking (± 25° N.W.), en ziet het voor niet meer dan een aanwijzing, dat de afwijking aan de kust van Palestina westelijk was, aan. Daar die afwijking aldaar in het begin der 16de eeuw niet dan gering geweest kan zijn, en aan de kompassen voor die streken geen vergoeding werd gegeven, schijnt mij zelfs dat besluit gewaagd toe.

Stephen en Christopher Borough.

De waarnemingen van oom en neef, (zie Hackluyt I), zijn zoo goed als geheel over 't hoofd gezien. Zij zijn:

Stephen Borough:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1556 Juli 17. | 3°30' N.W. | 69°10' N.Br. | 55° 0' O.v Gr. | | Monding Petchora. |
| 27. | 7 30 „ | 70 42 „ | 57 30 | „ | Kussow eiland. |
| Aug. 6. | 8 0 „ | 70 25 „ | 59 0 | „ | Kust Waigatz. |
| 1557 | 5 10 „ | 64 25 „ | 41 50 | „ | Colmogro. |
| Juni 2. | 4 0 „ | 65 47 „ | 40 0 | „ | Bij Dogsnose. |
| 16. | 3 30 „ | 66 59 „ | 39 30 | „ | Bij 3 eil. aan de kust van Kola. |

CHRISTOPHER BOROUGH.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1580 April 17. | 13°40′ N.W. | 46°21′ N.Br. | 48° 2′ O. v. Gr. | Astracan. |
| Juni 11-16. | 10 40 „ | 40 25 „ | 49 30 „ | Bildih. |
| Oct. 4. | 11 0 „ | 42 5 „ | 48 15 „ | Derbent. |

*Del l'Arcano del Mare, de* ROBERTO DUDLEO, *Firenze*, 1646.

De talrijke op de kaarten ingeschreven miswijzingen zijn reeds door CH. SCHOTT voor de verzameling van Noord-Amerikaansche waarnemingen gebruikt. Het schijnt mij onraadzaam ze voor de epoche 1600 te gebruiken; ten eerste, omdat het duidelijk is, dat DUDLEY vele naar gissing en niet volgens werkelijke waarnemingen heeft ingeschreven; ten tweede, omdat hoogst belangrijke waarnemingen, aan DUDLEY ongetwijfeld bekend, niet zijn ingeschreven; ten derde, omdat de opgave op de kaarten niet voor een bepaald punt geldt, maar een plaats van verscheidene graden beslaat.

In het werk komen evenwel eenige portulanen voor, die hoogst belangrijke waarnemingen vermelden.

Het eerste geeft de waarnemingen door ABRAM KENDAL op DUDLEY's tocht 1594 verricht. Zij stemmen in West-Indië vrij slecht met mijn isogonen-kaart voor 1600 overeen; een verdere beoordeeling behoud ik mij voor.

Een ander heeft tot opschrift: *Portulano quinto del Mare del Zur, con la California d'un Piloto Inglese valente, sin all' Isole Filipine.* Uit het verloop van de reis blijkt zonder voorbehoud, dat hier van den tocht van CAVENDISH, waarvan geen waarnemingen nog bekend waren, sprake is. De volgende miswijzingen worden vermeld:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1587 April | 2°30′ N.W. | 34° 0′ Z.Br. | 71°39′ W. v. Gr. | Maipo. |
| Mei 25. | 2 0 N.O. | 2 45 „ | 80 0 „ | Puna. |
| Aug. | 2 0 „ | 13 15 N. | 104 „ | Mauranilla? |
| | 2 0 „ | 20 45 „ | 106 0 „ | Kaap Corrientes |
| | 3 0 „ | 22 55 „ | 111 56 „ | Kaap S. Lucar. |

De vermelde lengten maken het mogelijk de twee waarnemingen, door KIRCHER aangehaald en door CARLHEIM-GYLLENSKIÖLD gebruikt, te beoordeelen. Zooals ik reeds vroeger meende te moeten besluiten, blijken zij waardeloos te zijn.

Het derde portulaan is van een zekeren DAVIS (vermoed. DAVIS van LIMEHOUSE, op de 1ste reis der Engelschen) naar Oost-Indië, waarbij evenwel de lengten te onzeker zijn, om de waarnemingen eenige waarde toe te kennen.

Op de kaart der HUDSONS-baai komen eenige afwijkingen voor, met verwijzing naar HUDSON's tocht 1610—11, terwijl het toch

zeer onwaarschijnlijk is, dat DUDLEY de verloren geraakte waarnemingen van dien tocht, zou gezien hebben.

P. SARMIENTO DE GAMBOA vond in Port Bermejo in 1579 geen afwijking. Zie Deel III der Hackluyt Society, pg. 93 en J. BURNEY, A Chron. Hist. etc. II. pg. 4.

Onder de Mss. van DELISLE (Dépôt de la Marine, Paris) is een kaart van BELLINI : „*Carte Marine universelle ou l'on voit l'état de la Variation en* 1600 *suivant les observations de* GILBERT 1600, *celles de* STEVIN *en* 1599, *celles de* DUDLEY *en* 1594, *celles* DALENIS DE FIGUEIREDO *en* 1609, *celles de* CHAMPLAIN *en* 1604, *celles de* CASTELFRANCS *en* 1603 *et celles de* BARENTSON *en* 1594, *de* SPILBERG *en* 1602, *de* CANDISH 1588 *et de* DAVIS 1590 *etc.*"

Talrijke waarden der miswijzing zijn ingeschreven ; mij nog onbekende vermocht ik onder hen niet te vinden.

Verder een noot: „*En* 1626 HERBERT *marque* 16 *degr. N.W. de Décl. à l'embouchure de la Riv. l'Indus. Il y avait alors* 20½ *degr. à Ispahan*".

Evenzoo : „*Moscau, Ferguarson m'a dit y avoir observé exactement la déclinaison de l'aiguille aimantée et y avoir trouvé en* 1706 *de* 7°0' *à l'ouest*, 1714 *de* 8°24'."

JENS MUNCK. *Danish arctic Expedition*, Hackluyt, Soc. Deel. 116². In het journaal leest men, (tijdens de overwintering bij Port Churchill, in de Hudsonsbaai) :

12 Nov. 1619. Zonsondergang Z.W.t.W.

11 Maart 1620. „In those quarters the sun rose in the East South East and set in the West North West at 7 'oclock in the evening, but it was not really more than six 'oclock on account of the variation"

De commentator merkt op, dat 't dan bij 2 streken N.W. $6^u45^m$ zou zijn geweest. De zonsondergang op 12 Nov. behandelt hij niet; die levert 8°35' N.W. Daar LUKE FOXE in 1631 17°30' N.W. vond, (de seculaire variatie voor die streek is zoo goed als onbekend), zoo schijnt 2 streken N.W. wel aannemelijker; maar de geheele opgave blijft helaas onzeker.

ADMIRAL BEAULIEU, 1619 naar Oost-Indië en terug. THÉVENOT, *Relation de div. Voyages cur. Paris* 1664. T. II. Het logboek bevat talrijke waarnemingen.

In JOHN HARRIS, *Navigantium adque Itinerantium Bibliotheca* 1705, vindt men op pg. 610 de reisbeschrijving van JOHN WOOD naar Nova Zembla, waarin 2 zeer belangrijke waarnemingen.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1676. | 7°0' N.W. | 69°50' N.Br. | 15°16' O. v. Gr. | |
| | 13 0 „ | 74 30 „ | 54 30 „ | Kaap Speedill. |

De journalen van tochten naar Amerika en den Stillen Oceaan omstreeks 't jaar 1700, die zich op 't Dépôt de la Marine te Parijs bevinden, leverden eenige honderden hoogstbelangrijke waarnemingen. Behalve die op 't schip St. Antoine, welke ik reeds vroeger ontvangen had, waren hieronder een zestal kruisingen van den Grooten Oceaan. Het zijn de volgende reizen:

| | |
|---|---|
| 1689 Sr. de la Caff....re | naar Canada. |
| 1692 Chev. de Didoigne | naar New-Foundland. |
| 1695 La Mutine | naar Canada. |
| 1699 La Badine | bij Cuba. |
| 1703 ? | naar Peru. |
| 1706 de Boislorée | naar Peru. |
| 1707 Hébert | van Conception direct naar Kaap de Goede Hoop. |
| 1710 de Moncourant | van Peru naar China. |
| 1710 Duboccage | over Chili naar China en terug. |
| 1711 La Princesse | van Chili naar China. |
| 1711 Brunet | van Peru naar de Philipijnen. |
| 1712 Frezier | naar Peru. |
| 1713 Gardin | naar Chili. |
| 1716 Bevin | van Peru naar China. |
| 1718 Bénard de la Harpe. | naar Louisiana. |

**Natuurkunde.** — De Heer BEHRENS biedt voor de Verhandelingen aan een opstel van den Heer L. HOUWINK: „*Onderzoek omtrent den bouw en de eigenschappen van het zoogenaamde Hardglas*"; in handen gesteld van de Heeren BEHRENS en HAGA om daarover in de volgende vergadering verslag uit te brengen.

**Scheikunde.** — De Secretaris biedt, namens den Heer H. C. DIBBITS, voor het Verslag der Vergadering een opstel aan van den Heer Dr. A. SMITS te Utrecht, getiteld: „*Over een toestel om de spanning boven eene kokende vloeistof constant te houden.*"

Terwijl ik bezig was met een onderzoek omtrent de kookpunten van zoutoplossingen, bemerkte ik, hoezeer de nauwkeurigheid der uitkomsten in gevaar wordt gebracht door de veranderingen van de spanning der buitenlucht. Dit gaf mij aanleiding tot het vervaardigen van een toestel, waardoor men van genoemde veranderingen onafhankelijk wordt.

De bijgevoegde plaat, Fig. 1, zal het volgende der beschrijving

duidelijk maken. Gesteld men heeft een zekere ruimte *X*, waarin de spanning constant moet worden gehouden. Deze ruimte staat in verbinding: 1°. met het open been van een U-vormigen manometer, en 2°. met een zuig- en met een blaastoestel.

Verder is eene inrichting aangebracht, waardoor, zoodra de kwikspiegel in het korte been daalt beneden een zekeren stand *d*, de verbinding tusschen de ruimte *X* en den blaastoestel wordt verbroken en tegelijkertijd deze ruimte in verbinding wordt gesteld met den zuigtoestel. Is nu, tengevolge van dit zuigen, de kwikspiegel weer tot *d* gestegen, dan komt de blaastoestel weer in verbinding met *X*. Blijven de schommelingen van den kwikspiegel in het korte been zeer klein, dan is het duidelijk, dat men zoodoende de spanning in de ruimte *X* binnen zeer enge grenzen constant kan houden.

De inrichting is als volgt:

*A* (Fig. 1) is eene aan ééne zijde toegesmolten U-vormig omgebogen glazen buis, die als manometer dienst doet. Het eene been is 1 Meter en het andere been is 20 cM. lang. Aan dit korte been zijn twee zijbuisjes *a* en *b* gesmolten. In het onderste buisje *a* is een platinadraad gekit, terwijl het bovenste *b* open is. Om het uiteinde van het korte been is een koperen ring aangebracht, aan de binnenzijde voorzien van een schroefdraad; in deze moer kan een koperen staaf met kop *c d*, van onderen voorzien van een platinapunt, op en neer worden geschroefd. Om het buisje *b* is eene caoutchouc slang geschoven, die naar eene bijzondere soort van kraan *R* voert. In Fig. 2 is de kraan in onderdeelen geteekend. Zij bestaat uit twee koperen schijven *R* en $R^1$. De schijf *R* is aan de voorzijde vlak afgedraaid en voorzien van twee openingen *a* en *b*, die met de buizen *p* en *o* in verbinding staan. In het midden bevindt zich een staafje *s*. $R^1$ is eene schijf van dezelfde afmetingen als *R*, doch is niet geheel vlak. Alleen de gestreepte helft is vlak, terwijl de andere helft is uitgehold. In dit uitgeholde gedeelte mondt de opening *c* van het buisje *n* uit, terwijl *g* eene opening is voor het staafje *s*, dat als as dienst doet. Denkt men nu de schijf $R^1$ omgedraaid, zoodat de voorzijde achter ligt, en daarna op de schijf *R* geplaatst, met de as *s* door de opening *g*, dan zal, als het buisje *n* naar beneden wordt bewogen, alléén de opening *b* zich tegenover het holle gedeelte van de schijf $R^1$ bevinden, terwijl de opening *a* is afgesloten. In dit geval is dus alléén het buisje *o* in verbinding met het buisje *n*. Beweegt men het buisje *n* naar boven, dan wordt bij een zekeren stand de opening *b* afgesloten, terwijl de opening *a* tegenover het holle gedeelte van de schijf $R^1$ komt, tengevolge waar-

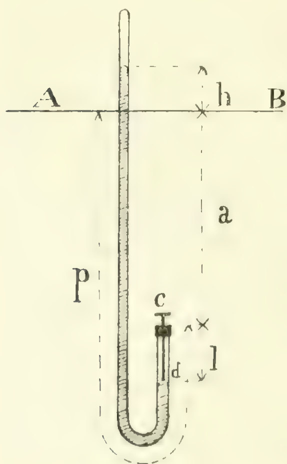
van het buisje $p$ in verbinding staat met het buisje $n$. Verder dient nog te worden vermeld, dat de schijven $R$ en $R^1$ op elkaar zijn geslepen en op elkaar worden gedrukt door eene spiraalveer en moer. In Fig. 1 is het buisje $o$ afgesloten en staat het buisje $p$ in verbinding met de zuigbuis van den aspirator. De reden waarom hier niet wordt geblazen, zal straks worden vermeld.

Zooals uit de schematische teekening duidelijk is, maken de staaf $cd$, de kwikkolom $ad$, een GROVE'sche cel $e$ en de windingen van de electromagneet $f$ deel van eene keten uit, die gesloten wordt, wanneer de platinapunt van de staaf $ad$ in contact komt met het kwik. De electromagneet $f$ met anker $g$ doet verder dienst als relais, daar het anker $g$, het kwikbakje $K$, de windingen van den electromagneet $h$ en de twee GROVE'sche cellen $e_1$ en $e_2$ deel uitmaken van eene tweede keten. Deze wordt bij het verbreken van de eerste keten gesloten, daar bij het terugvallen van het anker de punt $i$ met het kwik in het bakje $K$ contact maakt. Is de tweede keten gesloten, dan wordt door den electromagneet $h$ de hefboom $l$ overgehaald. Deze hefboom is verbonden met het buisje $n$ en heft dit bij sluiting van den stroom zóó hoog op, dat het buisje $n$ in verbinding wordt gesteld met den aspirator; omgekeerd zal bij verbreking van de tweede keten het buisje $n$ door het terugvallen van den hefboom $l$ naar beneden worden bewogen, zoodat de aspirator wordt afgesloten. Natuurlijk is er voor gezorgd, dat de uitwijkingen van de hefboomen $g$ en $l$ zoo klein mogelijk zijn.

Verder bevindt zich in de leiding van de kraan $R$ naar den manometer eene capillaire buis $m$ en een T-stuk $q$, dat op de ruimte $X$ wordt aangesloten, waarin de drukking constant moet worden gehouden. Tusschen deze ruimte $X$ en het T-stuk $q$ is eene groote flesch $r$ aangebracht, die als luchtkussen dienst doet. Verder is tot contrôle van den druk bij $t$ een watermanometer aangesloten. Stellen wij ons nu voor, dat de buis $w$ in verbinding is gesteld met de ruimte $X$, en dat de staaf $cd$ naar boven is geschroefd, zoodat de eerste keten verbroken is. Bij verbreking der eerste keten wordt de tweede gesloten, dus de ruimte $X$ in verbinding gesteld met de zuigbuis van den aspirator. Tengevolge hiervan wordt de druk binnen den toestel verminderd, waardoor het kwik in het korte been van den manometer langzaam stijgt. Komt de platinapunt van de staaf $cd$ in contact met het kwik, zoo wordt oogenblikkelijk de tweede keten verbroken, doordat het anker van de electromagneet $f$ wordt aangetrokken. Hierdoor wordt de aspirator afgesloten. Was nu het buisje $o$ van de kraan $R$ op een blaastoestel aangesloten, hetgeen in het eerst ook het geval was, dan zou de eerste keten, tenge-

volge der drukvermeerdering, zeer spoedig verbroken zijn geworden en de zuigbuis weer met de ruimte $X$ in verbinding zijn gesteld enz. Niettegenstaande de capillaire buis $m$ en het luchtkussen $v$ waren echter op deze wijze zelfs bij uiterst zwak blazen de schommelingen in den druk tamelijk groot en dit is de reden, waarom het buisje $o$ in het vervolg werd afgesloten. Daar de spanning binnen den toestel kleiner is dan die van de atmosfeer, dringt er langzaam door kleine lekjes lucht binnen den toestel, hetgeen het blazen vervangt. Heeft men nu verder den aspirator zoo gesteld, dat zeer zacht wordt gezogen, dan zijn de schommelingen in den druk kleiner dan 1 mM. water.

Verder deed zich nog een bezwaar voor. Het is n.l. niet te vermijden, dat de kwikoppervlakte in het korte been langzamerhand met een oxyde-laagje wordt bedekt. Tengevolge hiervan wordt het contact niet dadelijk verbroken, zoodra de kwikspiegel beneden $d$ daalt, zoodat de toestel traag werkt en de schommelingen van den kwikspiegel te groot worden. Om dit bezwaar op te heffen, bracht ik in het korte been een platina-plaatje, dat op een dikken platinadraad was geklonken. Om het plaatje op het kwik te doen drijven, werd er een schijfje kurk onder gebracht. Deze inrichting bewees goede diensten; het contact werd oogenblikkelijk tot stand gebracht en oogenblikkelijk verbroken. Om mogelijke kleving van het platinaplaatje aan de stift te voorkomen en tevens de traagheid te verminderen, liet ik tijdens de proef aanhoudend een kurken hamertje tegen het korte been van de manometerbuis kloppen.




De spanning, die in den toestel heerscht, vindt men natuurlijk door van de spanning der buitenlucht het drukverschil af te trekken, dat de watermanometer aangeeft.

Daar deze toestel niet alleen onafhankelijk van de veranderingen in de spanning der atmosfeer, doch ook binnen zekere grenzen onafhankelijk van de temperatuur der omgeving moet zijn, deed zich de vraag voor, op welke wijze dit het gemakkelijkst bereikt kon worden.

Uit nevenstaande teekening blijkt, dat als de manometerbuis volkomen cylindrisch was en de uitzetting van glas en koper tegenover die van kwik verwaarloosd kon worden bij een on-

veranderlijken stand van den kwikspiegel in het korte been, de kwikkolom $h + a + l$ bij een temperatuur van $t°$ niet denzelfden druk zal vertegenwoordigen als de kwikkolom $h' + a' + l$ bij $t'°$. De laatste kwikkolom zal met een grooteren druk overeenkomen. Het verschil in druk is in werkelijkheid echter kleiner dan men bij verwaarloozing der uitzetting van het glas en de koperen stift $c\,d$ zou verwachten. De correctie voor de uitzetting van het glas doet het verschil afnemen. De correctie voor de koperen stift heeft in dit geval het tegenovergestelde teeken en doet dus het verschil weer toenemen. Daar echter de laatste correctie veel kleiner is dan de eerste, neemt het verschil toch af. Het is gemakkelijk in te zien, dat men genoemd verschil nog kleiner kan maken, door het lange been van de manometerbuis van boven over eene bepaalde lengte te verwijden. De invloed, door eene bepaalde verwijding veroorzaakt, kan op de volgende wijze worden nagegaan.

Er wordt ondersteld, dat de manometerbuis over eene lengte $h$ (zie tekstfiguurtje) is verwijd. De doorsnede van dit verwijde gedeelte is $= D$, terwijl die van de nauwere buis $= d$ is. De lengte van de koperen stift, voor zoover deze hier in aanmerking komt, is $= l$. De lengte van de manometerbuis tot aan het vlak $A\,B$ is $= p$. Gesteld nu, dat de kwikspiegel in het korte been steeds contact maakt met de stift $c\,d$, dan zal, als de afstand der kwikspiegels bij 0° gelijk is aan $h + a + l$, de afstand $h' + a' + l'$ bij $t°$ een druk van $\frac{h' + a' + l'}{1 + \alpha t}$ vertegenwoordigen.

Is nu $\frac{h' + a' + l'}{1 + \alpha t} - (h + a + l) = 0$, dan is de toestel ongevoelig voor temperatuursveranderingen. Na eenige berekening verkrijgt men voor dit verschil de volgende vergelijking:

$$\frac{h' + a' + l'}{1 + \alpha t} - (h + a + l) = \left\{ (p - l)\frac{d}{D} - (a + l) \right\} \alpha t -$$

$$- \left\{ \frac{2}{3} h + p \frac{d}{D} - \frac{2}{3} l \frac{d}{D} - \frac{1}{3} a \right\} \beta t + \left( \frac{1}{3} l \frac{d}{D} + \frac{1}{3} l \right) \gamma t.$$

Hierin is $\alpha$ = kub. uitzettingscoëfficiënt van kwik.
$\beta$ = „ „ „ glas.
$\gamma$ = „ „ „ koper.

Stelt men nu $\frac{d}{D} = 1$ en $h = 100$, $l = 100$, $a = 560$ en $p = 960$, hetgeen in mM. uitgedrukt ongeveer de afmetingen zijn bij den

22

toestel, dien ik heb ingericht, dan is

$$\frac{h' + a' + l'}{1 + \alpha t} - (h + a + l) = 200\,\alpha\, t - 773{,}3\,\beta\, t + 66{,}7\,\gamma\, t.$$

Daar nu $\alpha = 0{,}00018$, $\beta = 0{,}000026$ en $\gamma = 0{,}000019$ is, gaat het tweede lid der vergelijking over in

$$0{,}036\, t - 0{,}020\, t + 0{,}0013\, t = 0{,}0173\, t.$$

Is dus de buis volkomen cylindrisch, dan zal tengevolge van 1° temperatuursverhooging de spanning in den toestel met 0,0173 mM. kwik toenemen.

Stelt men $\frac{d}{D} = \frac{7}{8}$, dan gaat het tweede lid der vergelijking over in

$$0{,}0167\, t - 0{,}0172\, t + 0{,}0012\, t = 0{,}0007\, t.$$

In dit geval zou dus, tengevolge van 1° temperatuursverhooging, de spanning in den toestel met 0.0007 mM. toenemen. Uit een practisch oogpunt heb ik, in plaats van aan het boveneinde der buis eene iets wijdere te smelten, eene buis gebruikt, die tamelijk conisch is. De buis, ongeveer 1.20 M. lang, had aan het eene einde een diameter van 14,8 mM. en aan het andere einde een diameter van 15,8 mM. De toestel, die van deze buis werd vervaardigd, was, hetgeen te verwachten was, slechts iets minder gevoelig voor temperatuursveranderingen dan die, waarbij ondersteld was, dat $\frac{d}{D} = 1$ was.

Om de deugdelijkheid van den toestel te onderzoeken, heb ik herhaalde malen van tijd tot tijd het kookpunt van water waargenomen, dat kookte bij een druk, die door den beschreven toestel constant moest gehouden worden. Om tevens te onderzoeken, hoe groot de invloed van de temperatuur op de spanning binnen den toestel is, heb ik eenige series waarnemingen gedaan, waarbij tusschen elke serie de temperatuur in het vertrek opzettelijk was veranderd. Eerst nadat de toestel 2 uren aan dezelfde temperatuur was blootgesteld geweest, werden de aflezingen verricht. Na elke aflezing werd de gemeenschap met de buitenlucht eenigen tijd tot stand gebracht, waardoor het kookpunt eenige honderdste graden steeg; vervolgens werd de gemeenschap met de buitenlucht weer verbroken en de toestel in werking gesteld. Na eenige minuten was de thermometer weer in rust gekomen en kon afgelezen worden. De waarnemingen werden

verricht met een differentiaal-thermometer, die op een willekeurigen stand was ingesteld (0,°001 kon worden geschat).

AFLEZINGEN VAN DEN THERMOMETER.

| Bij eene kamertemp. van 9°. | Bij eene kamertemp. van 12°. | Bij eene kamertemp. van 16°. |
|---|---|---|
| 2.206 | 2.207 | 2.210 |
| 2.205 | 2.208 | 2.211 |
| 2.206 | 2.206 | 2.210 |
| 2.205 | 2.207 | 2.209 |
| 2.205 | 2 208 | 2.209 |
| 2.206 | 2.207 | 2.210 |

Om nu den invloed van de temperatuur na te gaan, is het wenschelijk die getallen met elkaar te vergelijken, die bij het grootste verschil in kamertemperatuur zijn waargenomen. Uit de eerste en de laatste serie krijg ik voor gemiddelde waarde, dat bij 7° temperatuursverandering (in het vertrek) de kokende vloeistofmassa eene temperatuursverandering van 0,°0043 ondergaat, hetgeen ongeveer het bedrag is, dat volgt uit de berekening voor het geval dat $\frac{d}{D} = 1$.

Een andere vraag, die nog door het experiment beantwoord moest worden, was deze: Blijft de spanning nu werkelijk binnen den toestel ook bij tamelijk groote drukveranderingen in de atmosfeer constant?

Om dit na te gaan heb ik drie dagen achtereen het kookpunt van water waargenomen en bij het begin van elke reeks den barometerstand afgelezen. Tevens werd er zorg gedragen, dat noch aan den kooktoestel, noch aan den toestel, waarmede de spanning boven de kokende vloeistofmassa constant moest worden gehouden, iets werd veranderd. Ook de kamertemperatuur werd zooveel mogelijk constant gehouden. Evenals bij de vorige proeven werd na elke aflezing gedurende eenige oogenblikken de gemeenschap met de buitenlucht tot stand gebracht, en daarna weer verbroken. Om de mogelijke fout, ontstaan door het oplossen van glas door het water gedurende het koken, zoo klein mogelijk te maken, werden de proeven iederen dag niet langer dan een uur voortgezet.

Om eene bijzondere reden had ik de hoeveelheid kwik, die zich

in de barometerbuis bevindt, een weinig verminderd, waardoor de aflezingen, die hier volgen, niet te vergelijken zijn met de vorige.

| DATUM. | Barometerstand in mM. kwik bij 0°. | Kamertemperatuur. | Aflezingen van den thermometer. |
|---|---|---|---|
| 13 November 1897 | 757.26 | 15°. | 1.828 |
| | | 〃 | 1.828 |
| | | 〃 | 1.827 |
| | | 〃 | 1.829 |
| | | 〃 | 1.828 |
| 15 〃 〃 | 759.47 | 14,°5. | 1.828 |
| | | 〃 | 1.828 |
| | | 〃 | 1.827 |
| | | 〃 | 1 829 |
| | | 〃 | 1.828 |
| 16 〃 〃 | 773.01 | 15°. | 1.828 |
| | | 〃 | 1.829 |
| | | 〃 | 1.827 |
| | | 〃 | 1.828 |
| | | 〃 | 1.829 |

De grootste afwijking is dus 0,°002, hetgeen de grootte der waarnemingsfout is.

Uit het voorgaande volgt nu:

1°. dat, wanneer de kamertemperataur met 7° toeneemt, het kookpunt van water 0°,0043 stijgt; of m. a. w. dat, wanneer de kamertemperatuur 7° stijgt, de spanning binnen den toestel met 0,12 mM. kwik toeneemt.

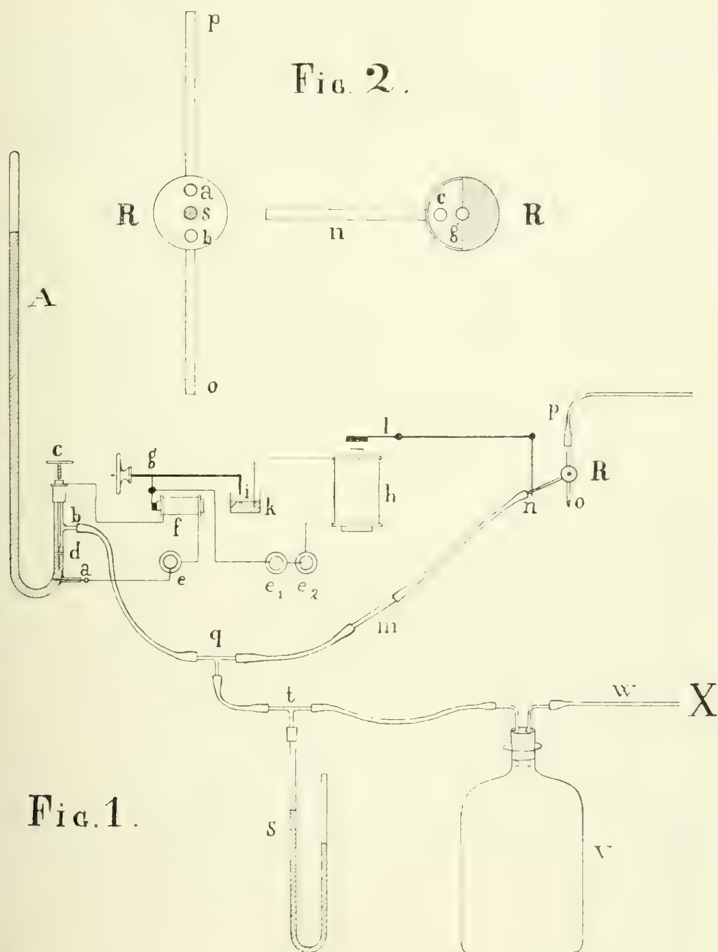
2°. dat, daar de temperatuur in een vertrek gedurende eenige uren gemakkelijk binnen 2° constant kan worden gehouden, bij gebruik van den beschreven toestel de fouten in de aflezingen van het kookpunt, tengevolge van de temperatuurschommelingen (niet grooter dan 2°) ontstaan, binnen de waarnemingsfouten vallen. Immers, stijgt de kamertemperatuur 2°, dan neemt de spanning binnen den toestel met 0,034 mM. toe, waardoor het kookpunt van water eene temperatuursverhooging van slechts 0°,001 ondergaat.

3°. dat de spanning binnen den toestel constant blijft, niettegenstaande de spanning van de atmosfeer tamelijk groote veranderingen ondergaat.

*Laboratorium voor Anorganische Scheikunde.*

UTRECHT, November 1897.

A. SMITS. Toestel om de spanning boven eene kokende vloeistof constant te houden.



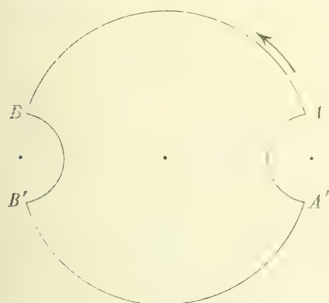
**Wiskunde.** — De Secretaris biedt namens den Heer W. Kapteijn eene verhandeling aan: „*Over eenige bepaalde integralen*".

Wanneer men onder $z$ eene complexe veranderlijke verstaat die door een punt in een rechthoekig coordinaten systeem wordt voorgesteld en onder $f(z)$ eene functie die binnen den cirkel met de eenheid als straal uit den oorsprong beschreven uniform is en in dit gebied geene andere singuliere punten bezit dan polen, dan is

$$\frac{1}{2\pi i}\int f(z)\left(l\,\frac{1-z}{1+z}\right)^m\frac{dz}{z}=\mathcal{E}\frac{f(z)}{z}\left(l\,\frac{1-z}{1+z}\right)^m \quad . \quad . \quad (1)$$

In deze formule waarin $m$ een geheel positief getal voorstelt, moet de integraal uitgestrekt worden in positieve richting langs den omtrek van eene kromme binnen den cirkel gelegen welke alle polen omvat, en moet in het tweede lid de som der residus voor alle deze polen genomen worden.

Beschrijft men uit de punten $\pm 1$ halve cirkels met kleinen straal $\varrho$, met hunne bolle zijden naar den oorsprong gekeerd; vereenigt men verder deze met den cirkel die met de eenheid als straal uit den oorsprong is beschreven dan is het duidelijk dat men als integraalweg de kromme $A'A\ BB'\ A'$ kan kiezen, mits slechts de straal $\varrho$, zoo klein is gekozen dat geen der polen van $f(z)$ buiten deze kromme ligt. Hierdoor splitst zich de integraal in vier deelen t.w.




de integralen langs de halve cirkeltjes $A'A$ en $BB'$ en de integralen langs den cirkel met de eenheid als straal beschreven van $A$ tot $B$ en van $B'$ tot $A'$.

Toonen we nu aan dat de beide eerste integralen, wanneer men $\varrho$ tot nul laat naderen, verdwijnen.

Op het halve cirkeltje $A'A$ is

$$mod\ (1-z)=\varrho$$

$$mod\ (1+z)>2-\varrho$$

dus

$$mod\ \frac{1-z}{1+z}<\frac{\varrho}{2-\varrho}$$

en, zoo men onder *log* de gewone neperiaansche logarithme verstaat

$$mod\ l\ \frac{1-z}{1+z} < log\ \frac{\varrho}{2-\varrho}\ .$$

Daar nu $mod\ f(z)$ eindig is, zoo kunnen we stellen

$$mod\ f(z) < M$$

derhalve

$$mod\ \frac{1}{2\pi i}\int_{A'A} f(z)\left(\ l\ \frac{1-z}{1+z}\right)^m \frac{dz}{z} < \frac{M}{2\pi}\left(log\ \frac{\varrho}{2-\varrho}\right)^m \int_{A'A} \frac{dz}{x}$$

Nu is

$$\int_{A'A} \frac{dz}{z} = l\ \frac{1+i\varrho}{1-i\varrho} = 2\,i\,\varrho\left(1-\frac{\varrho^2}{3}+\ldots\right)$$

en

$$mod\int_{A'A} \frac{dz}{z} = 2\,\varrho\,(1+\varepsilon)$$

waarin $\varepsilon$ eene grootheid voorstelt die met $\varrho$ verdwijnt.

Men vindt dus

$$mod\ \frac{1}{2\pi i}\int_{A'A} f(z)\left(\ l\ \frac{1-z}{1+z}\right)^m \frac{dz}{z} < \frac{M(1+\varepsilon)}{\pi}\ \varrho\left(log\ \frac{\varrho}{2-\varrho}\right)^m$$

welke grootheid met $\varrho$ verdwijnt omdat lim $\left(\varrho^{\frac{1}{m}}\ log\ \varrho\right)_{\varrho=0} = 0.$

Op gelijke wijs blijkt dat de integraal langs het halve cirkeltje $B\,B'$ tot nul nadert wanneer $\varrho$ tot nul nadert.

We houden dus over de beide integralen van $A$ tot $B$ en van $B'$ tot $A'$.

Stellen we hierin $z = e^{i\theta}$

dan is

$$l\ \frac{1-z}{1+z} = l\ \frac{1-e^{i\theta}}{1+e^{i\theta}} = l\left(-i\,tg\ \frac{\theta}{2}\right)$$

waaruit volgt

$$0 < \theta < \pi \qquad\qquad l\ \frac{1-z}{1+z} = log\ \left(\ tg\ \frac{\theta}{2}\right) - \frac{i\pi}{2}$$

$$\pi < \theta < 2\pi \qquad\qquad l\ \frac{1-z}{1+z} = log\ \left(-\ tg\ \frac{\theta}{2}\right) + \frac{i\pi}{2}$$

waarmede het eerste lid van vergelijking (1) wordt

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} f(e^{i\theta})\left[\log\left(tg\,\frac{\theta}{2}\right) - i\,\frac{\pi}{2}\right]^m d\theta +$$
$$+\frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} f(e^{i\theta})\left[\log\left(tg\,\frac{\theta}{2}\right) + i\,\frac{\pi}{2}\right]^m d\theta.$$

Veranderen we in de laatste integraal $\theta$ in $2\pi - \theta$ dan, wordt deze

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} f(e^{-i\theta})\left[\log\ tg\,\frac{\theta}{2} + i\,\frac{\pi}{2}\right]^m d\theta.$$

Vervangen we nu in beide integralen $\theta$ door $2\,\theta$ dan gaat (1) over in

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(e^{2i\theta})\left\{\log\ tg\,\theta - i\,\frac{\pi}{2}\right\}^m + f(e^{-2i\theta})\left\{\log\ tg\,\theta + i\frac{\pi}{2}\right\}^m\right] d\theta =$$
$$= \mathcal{E}\,\frac{f(z)}{z}\left(l\,\frac{1-z}{1+z}\right)^m \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Tot nog toe onderstelden we dat $f(z)$ geene polen had op den cirkel; nemen we nu aan dat dit wel het geval is en onderzoeken we welke verandering dit in de formulen (2) teweegbrengt. Beschrijven we daartoe om het punt van den cirkelomtrek waar de pool ligt, welk punt we onderstellen niet met de punten $\pm\,1$ samen te vallen, een kleinen halven cirkel met straal $\varrho$ waarvan de bolle zijde naar den oorsprong is gericht. Vervangt men nu de middellijn van dit cirkeltje door den halven omtrek in den integraalweg, dan gaat de vergelijking (1) onveranderd door; dus heeft het tweede lid dezer vergelijking nog alleen betrekking op de residus der polen welke binnen den cirkel, met de eenheid als straal beschreven, liggen. De integraal die nu betrekking heeft op het halve cirkeltje rondom de pool beschreven is echter juist gelijk de halve residu van de functie $\frac{f(z)}{z}\left(l\,\frac{1-z}{1+z}\right)^m$ ten opzichte van dezen pool met het negatieve teeken genomen, terwijl de overblijvende integraal genomen moet worden over een weg waarin de middellijn van het cirkeltje ontbreekt. Laat men nu den straal $\varrho$ van dit cirkeltje oneindig klein worden en verstaan we onder integraal de principale waarde van de integraal dan blijkt terstond, dat de eenige ver-

andering die de vergelijking (2) ondergaat deze is, dat in het tweede lid de helft der residus ten opzichte van de polen van $f(z)$ die op den cirkelomtrek gelegen zijn moeten toegevoegd worden.

Bespreken we nu eenige bijzondere gevallen.

Zij $f(z) = 1$ dan gaat de vergelijking (2) over in

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\left(log\ tg\ \theta - i\frac{\pi}{2}\right)^m + \left(log\ tg\ \theta + i\frac{\pi}{2}\right)^m\right] d\theta = 0.$$

Uit deze formule blijkt terstond dat voor $m = 2\ p + 1$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(log\ tg\ \theta\right)^{2p+1} d\theta = 0.$$

Stelt men echter $m = 2\ p$, en

$$\frac{2}{\pi}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2k}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(log\ tg\ \theta\right)^{2k} d\theta = S_k$$

dan komt

$$S_p - \frac{2\,p\ .\ 2\,p-1}{1\ .\ 2} S_p - 1 + \frac{2\,p\ .\ 2\,p-1\ .\ 2\,p-2\ .\ 2\,p-2}{1\ .\ 2\ .\ 3\ .\ 4} S_{p-2} - \ldots +$$
$$+ (-1)^p\, S_0 = 0.$$

Merkt men nu op dat $S_0 = 1$, dan blijkt dat de grootheden $S$ juist de coefficienten zijn van de ontwikkeling

$$sec\ x = 1 + S_1 \frac{x^2}{2\,!} + S_2 \frac{x^4}{4\,!} + \ .\ .\ .$$

zoodat men heeft $S_1 = 1$, $S_2 = 5$, $S_3 = 61$ enz.

Zij, in de tweede plaats $f(z) = \frac{z}{z^2 + 1}$, dan liggen dus twee polen op den cirkelomtrek. Hetgeen dus in het 2e lid bijgevoegd moet worden is, zoo we stellen $m = 2\ p - 1$

$$\frac{1}{2}\mathcal{E}_{((z^2+1))}\frac{1}{}\left(l\,\frac{1-z}{1+z}\right)^{2p-1} = \frac{1}{i}\left[l\,(-i)\right]^{2p-1} - \frac{1}{i}\left[l\,(i)\right]^{2p-1} =$$
$$= (-1)^p\ .\ \frac{1}{2}\ .\ \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2p-1}$$

dus wordt nu de vergelijking (2)

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\left\{log\ tg\ \theta - i\frac{\pi}{2}\right\}^{2p-1} + \left\{log\ tg\ \theta + i\frac{\pi}{2}\right\}^{2p-1}\right]d\theta =$$

$$= (-1)^p \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2p-1}$$

of

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\left\{\frac{2}{\pi}\, log\ tg\ \theta - i\right\}^{2p-1} + \left\{\frac{2}{\pi}\, log\ tg\ \theta + i\right\}^{2p-1}\right]d\theta = (-1)^p .$$

Stelt men hierin

$$\frac{1}{\pi}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{2k-1}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(log\ tg\ \theta\right)^{2k-1}\frac{d\theta}{cos\ 2\ \theta} = T_k$$

dan komt

$$2\left[T_p - \frac{2p-1\,.\,2p-2}{1\,.\,2}T_{p-1} + \frac{2p-1\,.\,2p-2\,.\,2p-3\,.\,2p-4}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}T_{p-2} - \ldots \right.$$

$$\left. + (-1)^{p-1} \cdot \frac{2p-1}{1}T_1\right] = (-1)^p$$

waaruit volgt, zie VAN DEN BERG Akad. v. Wetensch. 2e Reeks Dl. XVI p. 83

$$T_p = \frac{2^{2p-1}(2^{2p}-1)}{2p}B_p$$

waarin $B_p$ voorstelt de $p^{de}$ Bernouillaansche coefficient, zoodat men heeft

$$T_1 = -\frac{1}{2} \qquad T_2 = -1 \qquad T_3 = -8 \text{ enz.}$$

We namen $m = 2p - 1$ omdat het licht in te zien is dat

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(log\ tg\ \theta\right)^{2p}\frac{d\theta}{cos\ 2\ \theta} = 0 .$$

Onderstellen we nu, dat in formule (2) $m = 1$ is dan wordt zij

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(e^{2i\theta}) + f(e^{-2i\theta})\right] log\ tg\ \theta\ d\theta - \frac{i}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(e^{2i\theta}) - f(e^{-2i\theta})\right]d\theta =$$

$$= \mathcal{E}\frac{f(z)}{z}\ l\ \frac{1-z}{1+z} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

*

Stellen we hierin

1⁰. $$f(z) = z^{n+1}$$

dan is

$$f(e^{2i\theta}) + f(e^{-2i\theta}) = 2 \cos 2(n+1)\theta$$

$$f(e^{2i\theta}) - f(e^{-2i\theta}) = 2i \sin 2(n+1)\theta$$

dus

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2(n+1)\theta \log tg\,\theta\, d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2(n+1)\theta\, d\theta = \mathcal{E} z^n\, l\, \frac{1-z}{1+z}.$$

Nu is

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2(n+1)\theta\, d\theta = \frac{\sin^2 (n+1)\frac{\pi}{2}}{n+1},$$

stelt men dus $n$ positief $= 2p$ dan komt

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2(2p+1)\theta \log tg\,\theta\, d\theta = -\frac{1}{2p+1},$$

stelt men $n$ positief $= 2p - 1$ dan komt

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 4p\theta \log tg\,\theta\, d\theta = 0.$$

Had men $n$ negatief $= -2p-2$ of $-2p-1$ gekozen, dan had men hetzelfde gevonden.

2⁰. $$f(z) = (z+1)^n$$

dan is

$$f(e^{2i\theta}) + f(e^{-2i\theta}) = 2^{n+1} \cos^n\theta \cos n\theta$$

$$f(e^{2i\theta}) - f(e^{-2i\theta}) = i \,.\, 2^{n+1} \cos^n\theta \sin n\theta$$

dus, aannemende $n$ positief

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n\theta \cos n\theta \log tg\,\theta\, d\theta + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n\theta \sin n\theta\, d\theta = 0$$

of daar

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta \, \sin n\theta \, d\theta = \frac{1}{2^{n+1}} \left( \frac{2}{1} + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{3} + \frac{2^n}{n} \right)$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \theta \, \cos n\theta \, \log tg \, \theta \, d\theta = - \frac{2}{2^{n+1}} \sum_{k=1}^{n} \frac{2^k}{k}.$$

De Heer VERBEEK deelt mede, dat hij in de volgende maand weder naar Indië zal vertrekken, en neemt afscheid van de Leden. De Voorzitter, hem dankende voor de belangstelling, die hij voor de Akademie heeft getoond èn door herhaald bezoek der vergaderingen èn door door hem gedane mededeelingen, brengt hem onder toejuichingen de beste wenschen der Leden over.

Voor de boekerij worden aangeboden 1°. door den Heer J. A. C. OUDEMANS de dissertatie van den Heer Dr. A. A. NYLAND, getiteld: „*Uitmeting van den Sterrenhoop G. C.* 4410". Van den inhoud wordt een kort overzicht gegeven;

2°. door den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN N°. III der Publications de la Commission géodésique Néerlandaise bevattende: Détermination de la différence de longitude entre Leyde et Greenwich par H. G. et E. F. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

De Voorzitter stelt voor om de December-vergadering, die dit jaar op het Kerstfeest zou vallen te doen plaats hebben op Vrijdag 24 December a.s. Wordt aangenomen.

Na resumtie van het verhandelde wordt de vergadering gesloten

**(8 December 1897).**

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van Vrijdag 24 December 1897.**

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 337. — Gelukwensch aan den Voorzitter bij de herdenking van zijn 25-jarig directeurschap van de Leidsche Sterrenwacht, p. 338. — Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet, p. 338. — Verslag van de Commissie voor de bliksemafleiders, p. 360. — Concept-schrijven aan den Minister van Justitie, betreffende de gehoorigheid in de gevangenissen, p. 361; Bijlagen, p. 368. — Verslag over eene verhandeling van den Heer L. HOUWINK, p. 370. — Mededeeling van den Heer VAN WIJHE: „Een automatisch injectietoestel bij het gebruik der massa van TEICHMANN", p. 371. — Mededeeling van den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, namens den Heer J. STEIN, S. J.: „Elementen der planeet 424 = 1896 D. F. en Ephemeride voor 1898", p. 377. — Mededeeling van den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, namens den Heer C. EASTON: „Over de groepeering van de sterren in den melkweg", p. 381. — Mededeeling van den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN: „Opmerkingen over de verdeeling der sterren in de ruimte", p. 394. — Mededeeling van den Heer SCHOUTE: „Over focaalkrommen en focaaloppervlakken" (met één plaat), p. 404. — Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens den Heer Dr. P. ZEEMAN: „Metingen over stralingsverschijnselen in het magnetisch veld (I)", p. 408.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Bericht van de Heeren STOKVIS, MARTIN, BEHRENS en FRANCHIMONT dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Een circulaire van Dr. G. A. F. MOLENGRAAFF, Staatsgeoloog der Zuid-Afrikaansche Republiek, inhoudende bericht, dat de Regeering der Republiek besloten heeft een geologische opname van den Staat in het leven te roepen, met het verzoek aan de Akademie

deze inrichting te steunen, o. a. door het zenden van boekwerken en kaarten.

3°. Een dergelijke circulaire, vanwege den Consul-Generaal der Zuid-Afrikaansche Republiek, den Heer R. A. SNETHLAGE te Amsterdam.

Besloten wordt aan deze instelling de werken der Afdeeling toe te zenden.

4°. Een schrijven van den Heer CH. HERMITE, buitenlandsch lid der Akademie, ter begeleiding van eenige door hem uitgegeven verhandelingen.

5°. Brief van den Heer J. A. C. OUDEMANS, inhoudende de mededeeling, dat hij door het bereiken van den 70-jarigen leeftijd overgaat tot de rustende leden.

6°. Nader schrijven van Dr. E. COHEN, Secretaris van de natuurkundige Sectie van het Genootschap tot bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde, waarin omtrent de ten geschenke ontvangen autogrammen van LAVOISIER wordt medegedeeld, dat zij, volgens den Heer GRIMAUX, afkomstig zijn uit het Archief van LAVOISIER.

7°. Een circulaire van de Académie royale des Sciences te Lissabon, de mededeeling behelzende, dat de Heer DE PINA VIDAL is opgetreden als „Secrétaire perpétuel".

De Heer J. A. C. OUDEMANS vraagt het woord om, uit naam der Afdeeling, den Voorzitter geluk te wenschen met het voor eenige dagen gevierde feest, ter herdenking van het feit dat hij gedurende 25 jaar aan het hoofd der Leidsche Sterrenwacht had gestaan, en hij door H. M. de Koningin-Regentes benoemd was tot Commandeur in de orde van Oranje-Nassau.

De Voorzitter dankt voor de hartelijke woorden door den Heer OUDEMANS gesproken.

**Aardkunde.** — Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet.

In de vergadering van de Wis- en natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, van 21 April 1897, werden de ondergeteekenden in commissie vereenigd, ten einde de Afdeeling voor te lichten, omtrent hetgeen zij zou kunnen antwoorden aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid op den aan haar gerichten brief van Zijne Excellentie van 2 April 1897 n°. 151,

Afd. Handel en Nijverheid, 1e onderafdeeling, betreffende de samenstelling der geologische kaart.

Uwe Commissie heeft de eer met het volgende verslag zich van de haar gedane opdracht te kwijten.

De Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid deelt in zijn brief mede wat van Regeeringswege voor de totstandbrenging der Geologische kaart is verricht, nadat door de Afdeeling der Akademie in haar advies van 20 Juni 1887 n⁰. 27 aan den Minister van Binnenlandsche Zaken de behoefte aan eene nieuwe geologische kaart aangetoond en een plan aangegeven werd voor de bewerking van zoodanige kaart, met voorloopige begrooting van kosten.

Aangezien na het uitbrengen van dat advies verscheidene jaren verloopen waren toen de Minister de zaak overnam van zijn ambtgenoot van Binnenlandsche Zaken, achtte hij het raadzaam eerst nog zich te vergewissen of tengevolge van opgedane ervaring in het buitenland de inzichten soms waren gewijzigd, en noodigde hij in 1895 den hoogleeraar Dr. Martin te Leiden uit hem nader in te lichten; met machtiging er besprekingen over te houden met de deskundigen, die hij zou wenschen te raadplegen.

Bij den brief van Zijne Excellentie vinden wij, als Bijlage A, de uitkomst der door ons medelid Dr. Martin geleide besprekingen, in twee vergaderingen te Leiden gehouden op 2 en 23 Maart 1895, overgebracht in den vorm van twee processen-verbaal en een eindverslag.

Die uitkomst stemt in menig opzicht overeen met die van de Akademische Commissie van 1887. Afgeraden wordt het opdragen van het werk aan eene commissie, en verreweg de voorkeur wordt gegeven aan het toevertrouwen der leiding van den arbeid aan een bekwamen geoloog, die, aan het hoofd gesteld van een op te richten blijvend geologisch bureau, door het noodige onder hem gesteld personeel wordt ondersteund.

Mocht het aanwezig zijn van eene Commissie wenschelijk worden geacht dan zou deze de geologen in hun onderzoek moeten vrij laten, en voornamelijk moeten dienst doen als adviseerend lichaam voor de Regeering. Voor den zetel van het geologisch bureau werd door het meerendeel der leden, die op de bedoelde vergaderingen aanwezig waren, Utrecht verkozen boven Leiden als meer in het midden van het land gelegen. Het personeel zou eene vaste aanstelling moeten verkrijgen en moeten bestaan uit een directeur, twee geologen, een scheikundige en een amanuensis.

Werd in het verslag van 1887 een tijd van 12 jaar gesteld voor het voorbereidend onderzoek, na verloop waarvan met de uitgaaf een aanvang zou kunnen worden gemaakt; in het advies van Dr.

Martin c. s. wordt, indien het personeel tot het bovengenoemde beperkt blijft, de tijd van al de werkzaamheden geraamd op 20 tot 25 jaar, en aangenomen dat reeds vijf jaar na den aanvang van het onderzoek op het terrein met de uitgaaf der kaart zal kunnen worden begonnen. Omtrent de grootte der schaal, waarop de kaart zal worden uitgegeven, wordt evenmin als door de Commissie van 1887 een definitief advies kenbaar gemaakt. Met haar wordt het wenschelijk geacht voor den velddienst bladen op grooter schaal dan van 1 à 50.000 te bezigen. Wat de kosten betreft werd tegenover de jaarlijksche uitgaaf van *f* 14,000. gedurende twaalf jaar, waarna het uitgeven nog moest volgen, alles naar de begrooting van 1887, thans eene raming gemaakt van *f* 10,000.— voor de installatie; *f* 21,000.— voor jaarlijksche uitgaven gedurende 20 à 25 jaar, en een globaal cijfer van *f* 45.600.— voor de uitgaaf, indien deze op de schaal van 1 à 50.000 zou plaats hebben.

In het Verslag der besprekingen van Maart 1895 kwam het geven van een landbouwkundig karakter aan de kaart weinig op den voorgrond.

De agronoom onder het in 1887 voorgestelde personeel werd vervangen door een scheikundige, die zich op agronomisch gebied moest bewegen, en bij de raming der kosten van de uitgaaf kwam een onderdruk in aanmerking zonder cultuurteekens, ten einde geen verwarring te krijgen met de geologische teekens.

De Minister wenschte echter aan de Wetgevende macht een bepaald voorstel voor de samenstelling eener *geologisch-agronomische* kaart te kunnen aanbieden, en vond in het Verslag aanleiding om Dr. J. Lorié te Utrecht en Dr. J. L. C. Schroeder van der Kolk te Deventer uit te noodigen, zich, met betrekking tot het in Pruisen en Denemarken ondernomen werk, volkomen op de hoogte te stellen van den aard en den omvang.

Het uitvoerig Rapport van deze beide Heeren, uitgebracht 3 April 1896, Bijlage B bij den brief van den Minister, bewoog zich dientengevolge ook op landbouwkundig gebied.

Er werd slechts een uittreksel van medegedeeld bij de indiening van Hoofdstuk IX der Staatsbegrooting voor 1897. De beschrijving der wijze van bewerking der geologische-agronomische kaarten en de vermelding van de waardeering, die in Pruisen en Denemarken aan het praktische karakter der kaarten meer en meer geschonken werd, door belanghebbenden bij den land- en boschbouw, kwam door dat uittreksel niet voldoende ter kennis van de Staten-Generaal en van het publiek.

Beide geologen waren ook getreden in eene begrooting van kosten

en in eene raming van den tijd, die voor de voltooiing gesteld kon worden. Behalve het reeds in de vorige begrooting genoemde vaste personeel rekenden zij ook de benoeming van een teekenaar noodig.

Hunne begrooting overschreed slechts weinig die van het Verslag van 1895 en werd tot grondslag genomen voor de posten van Hoofdstuk IX der Staatsbegrooting voor 1897, omschreven in de artikelen 161, 162 en 163, aldus:

*F.* Samenstelling van eene Geologische kaart van Nederland.

| | |
|---|---|
| Art. 161. Jaarwedden van het personeel van het Geologisch Bureel . . . . . . . . . . . . . | *f* 13.100.— |
| Art. 162. Reis-, verblijf- en bureelkosten van de Commissie van toezicht, reis- en verblijfkosten van het personeel van het Geologisch bureel, lokaalhuur, bureelkosten, materieel en arbeidsloon . . . . . . | „ 12.900.— |
| Art. 163. Kosten van inrichting van het Geologisch bureel . . . . . . . . . . . . . . . | „ 9.500.— |
| Te zamen | *f* 35.500.— |

Voor het eerste jaar en overigens per jaar *f* 26.000.—.

Overschreed dit cijfer dat van 1887 met ongeveer drie vierde; de termijn van 46 jaar, voor de voltooiing der kaart gesteld, bedroeg het dubbel van den in 1895 geraamden tijd; hetgeen door de Heeren LORIÉ en SCHROEDER VAN DER KOLK wordt verklaard door de omstandigheid, dat bij hun onderzoek de behartiging der belangen van den landbouw veel meer op den voorgrond is getreden dan bij de vroegere ramingen, toen een zuiver wetenschappelijke kaart meer voor de oogen stond.

In de Tweede Kamer, waar de voordracht vergeleken werd met het voorstel van de Akademische Commissie van 1887, werd, met het oog vooral op de verhooging van de kosten en van den duur van het werk, bezwaar gemaakt tegen de aanvraag, en bleek niet van bijval bij hen, die geacht konden worden de belangen van den landbouw meer bijzonder te vertegenwoordigen.

Wel mocht de Minister wijzen op het warme adres van het Bestuur van het Koninklijk Nederlandsch Aardrijkskundig Genootnootschap en op dat van den Raad van Bestuur van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs, na het hoogst belangrijke rapport van het Raadslid E. H. STIELTJES, die de geschiedenis der Geologie van Nederland in deze eeuw tot een onderwerp van studie had gemaakt; de Kamer wenschte een nader onderzoek ingesteld te zien bij de Koninklijke Akademie van Wetenschappen en bij het Nederlandsch Landbouw-Comité, en wijzigde de drie artikelen van de ontwerp-

begrooting door daarvoor een enkel artikel in de plaats te stellen, thans luidende:

*F.* Samenstelling van een geologische kaart van Nederland.

Art. 160. Voorbereiding van de samenstelling van een nieuwe geologische kaart en van eene hoogtekaart van Nederland. *f* 500.—

De Minister zegt in zijn brief aan de Akademie, dat hij, gevolg gevende aan den wensch der Tweede Kamer, het op hoogen prijs zal stellen, indien de Afdeeling, na bestudeering van de overgelegde stukken, haar oordeel over het voorstel zooals het gedaan is wil mededeelen. Is zij daarbij van meening dat langs een eenvoudiger of minder kostbaren weg een kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet, dan zal elk voorstel tot wijziging of vervanging van het ontworpen plan door Zijne Excellentie met de meeste belangstelling worden tegemoet gezien.

Wij hebben met aandacht kennis genomen van de in onze handen gestelde stukken en de door den Minister gestelde vraag ernstig overwogen. Al dadelijk deed de weinige belangstelling, die door den landbouw aan den dag was gelegd de vraag bij ons rijzen, of inderdaad slechts weinig nut van een agronomische kaart verwacht mocht worden, en het daarom geraden kon zijn den Minister in overweging te geven af te zien van het denkbeeld om bij de samenstelling van een geologische kaart haar tevens een agronomisch karakter te geven.

Wij konden bij het daarover gehouden overleg niet tot zoodanig besluit komen, en meenden de onverschilligheid eerder te mogen toeschrijven aan onbekendheid met het voordeel, dat de landbouw elders getrokken had van goede agronomische kaarten; een voordeel, dat, blijkens de mededeelingen van de Heeren LORIÉ en SCHROEDER VAN DER KOLK, niet miskend kan worden.

Het kwam ons wel voor dat bij de inrichting van de kaart het agronomische deel niet op den voorgrond behoefde te worden gesteld, maar op eenigszins ruimen grondslag als bijkomend belang zou kunnen worden behandeld. Wij meenden met het gevoelen te kunnen instemmen, dat ieder landeigenaar ongeveer weet, welke de geaardheid is van den bodem, dien hij bezit, en dat dus misschien zou kunnen volstaan worden met over een streek van eenige uitgebreidheid de samenstelling van den grond aan de oppervlakte en zijne bijzondere geschiktheid voor de eene of andere cultuur in algemeene trekken aan te duiden met inachtneming van hetgeen in den ondergrond aan die cultuur zou kunnen in den weg staan of haar

voordeelig wezen, ingeval enkele boringen in die streek zoo iets hadden aan den dag gebracht.

Wij wenschten evenwel, alvorens ons advies in dien zin uit te brengen, zoowel over ons gevoelen als over het belang dat de landbouw stelt in de totstandkoming van eene geologische kaart met agronomische inrichting, de meening in te winnen van het Dagelijksch Bestuur van het Nederlandsch Landbouw-Comité.

Dewijl ons niet bekend was of de Minister, ingevolge het verzoek van de Tweede Kamer met dat Comité reeds in gedachtenwisseling was geweest, achtten wij het raadzaam vooraf ons met Zijne Excellentie spoedshalve rechtstreeks in betrekking te stellen, na daartoe van U machtiging te hebben verkregen.

De Minister deelde ons bij schrijven van 17 Juli 1897 mede dat van zijne zijde nog niet in nader overleg was getreden met het Dagelijksch Bestuur van het Nederlandsch Landbouw-Comité omtrent de eischen, waaraan eene geologisch-agronomische kaart, met het oog op de belangen van den landbouw moet voldoen, en dat er bij hem geenerlei bezwaar bestond, dat wij ons op de voorgestelde wijze met dat bestuur in betrekking stelden.

Wij wendden ons toen bij schrijven van 21 Juli tot het Dagelijksch Bestuur van genoemd Comité, met de mededeeling, dat wij het zeer op prijs zouden stellen te worden ingelicht omtrent de eischen, die aan een geologisch-agronomische kaart met het oog op de belangen van den landbouw moeten worden gesteld.

Het scheen ons raadzaam daaraan dadelijk toe te voegen, dat het, na raadpleging van het rapport der Heeren Schroeder van der Kolk en Lorié, dat wij bij onzen brief tot inlichting overlegden, ons voorkwam, dat er twee redenen waren, die moesten leiden tot de overtuiging, dat de tijd van 46 jaar door die Heeren voor de vervaardiging van de kaart gesteld, voor belangrijke vermindering vatbaar was. In de eerste plaats scheen niet genoeg rekening gehouden met het bestaan van de geologische kaart van Staring, met de bekend geworden uitkomsten van tal van plaatselijke onderzoekingen, van boringen, van grondanalysen en van studiën door verscheidene geleerden in de laatste jaren verricht en ook niet met de verbeteringen in de methoden van onderzoek der grondsoorten.

In de tweede plaats moest het onzes inziens niet in de bedoeling liggen de bodemgesteldheid van bijna ieder belangrijk perceel nauwkeurig te onderzoeken ten opzichte van de samenstelling van den ondergrond, de flora enz., maar moest het voldoende worden geacht indien:

1°. de gronden volgens wetenschappelijk standpunt ingedeeld en

in hunne onderlinge ligging van ouderdom en wijze van ontstaan aangeduid werden;

2°. de afbakening der verschillende in de formatiën voorkomende grondsoorten en het onderzoek harer agronomische samenstelling in algemeene trekken geschiedden.

Op die wijs zou het aantal boringen geringer en de tijd der opneming bekort kunnen worden. Werden dientengevolge de mazen van het net, dat de boringen verbindt, wijder, dit sloot niet uit dat op bepaalde plaatsen, waar de grondgesteldheid of de uitslag van gedane boringen zulks zou vereischen, die mazen nauwer werden genomen.

Wij verzochten ten slotte te mogen vernemen of eene dergelijke beperking van de inrichting, waardoor de voltooiing in een tijdperk van 15 tot ten hoogste 25 jaren kon worden te gemoet gezien ook met het oog op de belangen van den landbouw niet de voorkeur verdiende boven de vervaardiging van eene zeer uitvoerige kaart, voor wier samenstelling een tijdperk van 46 jaar noodig werd geacht.

Voor het geval dat met onze onderstelling niet mocht worden ingestemd verzochten wij opgaaf van de minimum eischen, waaraan, naar de meening van het Dagelijksch Bestuur van het Nederlandsch Landbouw-Comité, met het oog op de belangen van den landbouw een geologisch-agronomische kaart behoorde te voldoen.

Het Dagelijksch Bestuur beantwoordde ons verzoek bij den brief van 24 September 1897 N°. 773, waarin het, na erkenning van het algemeen belang van de vervaardiging eener dergelijke kaart voor den landbouw, reeds gebleken door de gegeven adhesie van 1 Augustus 1894 N°. 200, uitvoerig ons zijne beschouwingen mededeelde over de wenschelijk geachte inrichting der kaart en over de wijze, waarop de uitvoering zou moeten plaats vinden, en eindigde met de verklaring, dat het de samenstelling eener agronomisch-geologische kaart niet van belang ontbloot acht, alhoewel van oordeel zijnde, dat zij niet een dergelijk groot landbouwbelang is, als veelal gemeend wordt.

Deze koele slotsom is vooral opmerkelijk, omdat het bestuur in het volledige rapport van de Heeren Schroeder van der Kolk en Lorié, de waardeering had kunnen leeren kennen, die de landbouw in Pruisen en Denemarken schonk aan den, ten dienste van de agronomie, verrichten arbeid der geologen in die landen, en omdat de uitvoerige beschouwingen, die in den brief waren voorafgegaan, van meer belangstelling getuigden dan in die slotsom wordt uitgedrukt.

Ten einde de eischen te leeren kennen, waaraan voor den landbouw de kaart zou moeten voldoen, moeten in ieder geval die mededeelingen in den brief worden op prijs gesteld en overwogen.

Het bestuur zag in de herdrukte geologische kaart van Staring niet alleen met ons een hulpmiddel, waarvan men bij de samenstelling van een nieuwe geologische kaart veel dienst kon hebben, maar meende zelfs dat die kaart als grondslag zou kunnen dienen om een agronomische kaart samen te stelien, die voor leeken en niet-wetenschappelijke menschen een algemeen agronomisch overzicht zou geven van Nederland. Het begreep echter dat wij den te verrichten arbeid meer uit het oogpunt van wetenschappelijk praktisch belang zouden wenschen te beschouwen en dat dus de oude kaart slechts als leiddraad zou kunnen gebruikt worden.

Er zouden tweeërlei afdeelingen op den voorgrond moeten treden bij het opmaken van de kaart namelijk de *agronomische* en de *geologische* onderscheidingen.

Met de *agronomische* onderscheidingen, in den brief opgenoemd, wordt blijkbaar bedoeld het aanduiden van de verschillende culturen, waaromtrent regels worden gegeven, naar welke o.a. het land als *gras*land of als *bouw*land is aan te duiden.

Het onderzoek voor de *geologische* onderscheiding behoeft evenals de boringen niet dieper te gaan dan 1 à 2 M.

Alleen waar mergel aanwezig kan zijn zal het onderzoek dieper dienen te worden voortgezet en bij het voorkomen van oer, potklei en andere ondoorlatende grondsoorten in den ondergrond zal een speciaal onderzoek moeten worden ingesteld, dat echter niet in iedere gemeente zal noodig wezen.

Het letten op de soort van grond en niet op het gebruik, dat er van gemaakt wordt, een onderscheiding, die veelal uit het oog wordt verloren, wordt als noodzakelijk onder de aandacht gebracht.

De schaal van 1 à 200.000 van de kaart van Staring wordt in den brief veel te klein geacht. Het bestuur wenscht een veel grootere schaal gebezigd te zien, en acht eene van 1 à 10.000 meest geschikt, meenende (bij vergissing) dat ook Staring die schaal wenschelijk achtte voor de agronomische kaart, waarvan hij de vervaardiging naast de geologische aanbeval. Staring noemt daarvoor de schaal van 1 à 50.000.

Omtrent de uitvoering van het werk acht het bestuur dat eene dergelijke kaart niet na 46 jaar of binnen den door ons gestelden korteren termijn, maar zoo spoedig mogelijk vereischt wordt voor den wetenschappelijken landbouw, nu het lager onderwijs in de landbouwkunde, voor enkele jaren weinig bekend, hoe langer hoe meer toeneemt, nu wintercursussen en winterscholen voor de beoefening van de theoretische landbouwkunde worden opgericht, en

daarbij behoefte wordt gevoeld aan een praktischen leiddraad voor het aanleeren van geologische kennis.

De pogingen door de Regeering aangewend om tot een begin van uitvoering te geraken dienen derhalve krachtig te worden gesteund.

Voorts instemmende met de door ons beoogde meer beperkte opvatting der samenstelling van de kaart en met het, reeds door de Heeren LORIÉ en SCHROEDER VAN DER KOLK aangegeven denkbeeld van de boringen wijder uiteen te doen, waar de grondlagen weinig verscheidenheid aanbieden, wenscht het Bestuur dat zoo nauwkeurig mogelijk de verschillende typen der grondsoorten worden vastgesteld zoowel naar hare physische eigenschappen als naar hare scheikundige samenstelling en ook ten opzichte van hare waarde uit een agronomisch oogpunt.

Eene klassificatie van de verschillende bodemsoorten, van veel belang voor land- en boschbouwer, zou verder te verkrijgen, en eene verzameling van de meest typische bouwgronden aan proefstations, de eerste jaren aan de landbouwschool te Wageningen, zou te verwachten en dienstig zijn.

Een onderzoek ook van den bodem van plassen werd ten slotte mede aanbevolen; niet alleen voor de kennis van de formatie van den bodem, maar tevens om niet-deskundigen in te lichten bij voorstellen tot droogmaking of tot benuttiging voor vischcultuur.

Het schrijven van het Dagelijksch bestuur van het Nederlandsch Landbouw-Comité geeft ons aanleiding tot het vermoeden dat er nog eenige onzekerheid bestaat in het begrip omtrent hetgeen op de kaart moet worden voorgesteld. Wij achten de mogelijkheid geenszins uitgesloten dat velen zich een geologische-agronomische kaart voorstellen als een geologische kaart, waarop tevens de cultuur wordt aangegeven, die op de perceelen wordt aangetroffen, in den zin als de „Schoolkaart" van STARING, waarvan hij zegt beproefd te hebben op eene nieuwe wijze, de onderliggende gronden tevens met de bovenliggende aan te wijzen. Men vindt op die kaart de geologische gesteldheid door 10 tinten met letters en door 3 grenslijnen vertoond, en bovendien door teekens acht hoofdrubricken van landbouw in 18 verschillende onderdeelen onderscheiden.

De kaart daarentegen, zooals men zich die behoort voor te stellen, wordt naar onze opvatting met juistheid beschreven in: „Eenige „gegevens betreffende geologische kaarten in het buitenland en eenige „mededeelingen in zake de beoogde uitgaaf van eene agronomische „kaart van België," (Bijlage D, nº. 6, bl. 19 bij den brief van den Minister), waarvan wij een uittreksel laten volgen.

„Naast de geologische kaart wordt in België sedert kort de ver-„vaardiging beoogd van eene agronomische kaart.

„Reeds in 1851 drong de Hemptine, directeur van de Koninklijke „Akademie van Wetenschappen te Brussel aan op de instelling van „een technischen dienst van regeeringswege voor de samenstelling „van eene speciale agronomische kaart van België. De sedert ver-„schenen landbouwkaarten zijn echter slechts statistieke en admi-„nistratieve kaarten, die den stand van den landbouw op een gege-„ven oogenblik aangeven. De beoogde agronomische kaart heeft „echter een ander doel. Zij moet niet statistisch noch fiscaal zijn, „noch is het voldoende dat zij uitsluitend de geaardheid van den „grond aangeeft in de landbouwkundige beteekenis. Maar zij moet „den landbouw in staat stellen, met 't oog op de keuze der beplan-„ting en der bemesting, kennis te nemen zoowel van de physische „geaardheid en de chemische samenstelling van den bodem en van „den ondergrond, de aanwezigheid van nuttige of schadelijke bestand-„deelen als van de dikte en helling der lagen, den stand en de „beweging van het grondwater, enz.

„De beste agronomische kaart is daarom eene geologische kaart, „op zoo groot mogelijke schaal, aangevuld door chemische analysen „van den beploegbaren bodem en van den onmiddellijk daaronder „gelegen ondergrond. Zonder een goede geologische kaart kan in „geen geval een goede agronomische kaart worden gemaakt; de „gegevens der eerste moeten dienen voor de samenstelling der „laatste".

Met deze schets van hetgeen bij de samenstelling der kaart moet worden beoogd geheel kunnende instemmen, blijven wij van meening dat het wetenschappelijk doel moet op den voorgrond staan en dat bij de vervaardiging van de nieuwe geologische kaart er slechts naar moet worden gestreefd den landbouw en de nijverheid tevens van dienst te zijn door bijvoeging van gegevens, bij wier kennis die bronnen van welvaart belang hebben.

Hoe zal die bijvoeging geschieden zoolang men zich bij één kaart wenscht te bepalen en dus niet wil besluiten tot het samenstellen van een agronomische kaart naast de geologische?

Al dadelijk moet als noodig worden beschouwd het aanbrengen der hoogtelijnen op den onderdruk der kaart. Op de wijze waarop bereids, ten behoeve van het Verslag der Commissie voor de bevloeiingen, uit de uitkomsten van vroegere en latere waterpassingen met de noodige aanvullingen, hoogtekaarten zijn samengesteld, zal waarschijnlijk, met beziging van het voorhandene, de vervaardiging van een voor het hier beoogde doel voldoende hoogtekaart kunnen wor-

den aangevat, hetzij vooraf, hetzij gedurende het eerste jaar van installatie en voorbereiding, en geleidelijk voltooid.

Omtrent de inrichting der kaart moeten wij voorts de volgende opmerkingen aan uwe overweging onderwerpen.

De aanduiding der geologische gesteldheid moet door tinten, teekens en profielen plaats hebben.

Ter voorkoming van verwarring zal het aangeven van bijzonderheden voor den landbouw niet door middel van teekens moeten geschieden.

Het nut voor de praktijk zal vooral moeten gelegd worden in de mededeelingen, die in eene toelichting worden gedaan, welke ieder blad vergezelt, en bovendien nog in de verklaringen, die op den kant der bladen zullen voorkomen. De toelichtingen, misschien in den vorm van registers met geschikte inrichting tot verwijzing naar het blad der kaart, zullen de uitkomst van het chemisch onderzoek moeten behelzen met de gevolgtrekkingen, die daaruit voor den landbouw en de nijverheid kunnen gemaakt worden, zonder daarbij in te veel bijzonderheden te treden.

Het voordeel van de toelichtingen, die afzonderlijk gedrukt en herdrukt kunnen worden is ook dit, dat zij voor uitbreiding en verbetering vatbaar zijn, zonder dat een herdruk van de kaart vereischt wordt, naar mate voortgezet onderzoek en waarnemingen nieuwe gezichtspunten opleveren, of wel nieuwe ontdekkingen gedaan worden.

Ten einde altijd in het register of de toelichting de plaats of streek op de kaart te kunnen aanwijzen, zal het raadzaam zijn ieder blad te verdeelen in blokken door zeer dunne zwarte lijnen en deze blokken langs de randen aan te duiden door letters en cijfers.

Wij sluiten ons aan bij de meermalen geuite meening, dat de schaal, waarop de kaart wordt uitgegeven, niet grooter behoort te zijn dan 1 à 50.000, al kunnen wij toegeven dat bij het onderzoek op het veld in sommige streken moet worden gebruik gemaakt van bladen op grooter schaal.

Het aantal boringen en de diepte zal waarschijnlijk meer moeten bedragen dan men zich, blijkens de begrooting bij het ontwerp van 1887 heeft voorgesteld.

Toch meenen wij dat het aantal boringen niet zooveel behoeft te bedragen als in Pruisen, waar zij op afstanden van 300 M. plaats vinden, maar dat integendeel op vele plaatsen, naar wij rekenen over de helft der uitgestrektheid van ons land, met één boring per 100 H.A. zal kunnen volstaan worden.

Rekenende dat bij het verrichten van ééne boring op de 100 H.A. er per dag 15 en bij één op de 10 H.A. er 25 boringen per dag kunnen gedaan worden, zonder te grooten werktijd op het veld in

beslag te nemen, en, stellende de helft der oppervlakte van Nederland op 1.740.000 H.A., dan zullen voor de 174.000 + 17.400 = 191.400 boringen noodig zijn:

voor die van één op de 10 H.A. $\frac{1.740.000}{25 \times 10} = 6960$ dagen veldarbeid

en voor die van één op de 100 H.A. $\frac{1.740.000}{15 \times 100} = 1160$ „ „

In het geheel 8120 dagen.

Bij 120 dagen van geschikt weder in de zes zomermaanden heeft men dus voor den duur van het te verrichten onderzoek te stellen $\frac{8120}{120 \times 3}$ = bijna 23 jaar, indien *drie* en 17 jaar zoo *vier* geologen op verschillende punten de leiding op zich nemen.

Een aantal boringen, gedurende een paar jaren van voorloopig onderzoek verricht, zal waarschijnlijk zelfs doen blijken, dat, met benuttiging van de reeds voorhanden uitkomsten het geenszins noodig zal zijn, dat over de helft der uitgestrektheid van ons land op ieder 10 H.A. eene boring plaats vinde. Naar wij ons vleien zal in het geheel kunnen volstaan worden met ééne boring voor gemiddeld 28 H.A., en zal dus het totale aantal boringen, zooeven op 191400 gesteld, niet meer dan 125000 behoeven te bedragen, die onder de leiding van slechts drie geologen in 17 jaren kunnen volbracht worden.

De medegedeelde becijferingen kunnen niet anders dan zeer globale wezen, zoolang geen nader opzettelijk onderzoek heeft plaats gehad, inzonderheid wat de diepte betreft. Waar b. v. een diepte van boring grooter dan van 2 meter noodig blijkt te zijn, ten einde de lagen van den ondergrond te leeren kennen (b.v. bij alluviale terreinen de onderliggende zandlaag enz. te bereiken), zal het boren meer tijd kosten dan waar met gewone diepte van 1 à 2 M. genoegzame kennis van den bodem kan worden opgedaan.

Ook zal ongetwijfeld op verscheidene plaatsen een grooter aantal boringen dan het boven gestelde noodig zijn.

Daarentegen zal tijdwinst kunnen verkregen worden vooreerst door raadpleging van de kaart van Staring bij het zich orienteeren op het terrein en bij het kaarteeren, voorts door toepassing van de thans gebruikelijke snellere methode van zand-onderzoek, de kortere methode van kleionderzoek en door het daartoe benuttigen regendagen, die in den zomer het terreinwerk verhinderen, alsmede door het overlaten van het verdere onderzoek aan den scheikundige

in het laboratorium en eindelijk door dat reeds verscheidene stukken van het land meer of minder uitvoerig gekaarteerd zijn.

Mocht niettemin de tijd, voor de voltooiing der kaart gesteld, gevaar loopen van te worden overschreden, dan zal intijds overleg moeten gepleegd worden om die overschrijding te voorkomen.

Men zal dan zich met een iets minder uitvoerige kaart moeten tevreden stellen; overwegende dat het belang, dat bij het spoedig verschijnen van de kaart betrokken is, zwaarder moet wegen dan dat van eene volledigheid, die toch niet op eene voor ieder bevredigende wijze terstond te bereiken is.

Met inachtneming van het voorgaande en van de beginselen, waarvan wij reeds op blz. 6 de uiteenzetting mededeelden, achten wij het alleszins mogelijk, dat onder de leiding van een bekwamen en oplettenden geoloog-directeur, eene kaart, zooals wij omschreven, binnen 22 jaar geheel voltooid het licht kan zien, voor eene uitgaaf, die *f* 500.000 niet behoeft te overschrijden.

De kosten zullen betreffen: de installatie, de vaste uitgaven voor personeel en bureel, de voorloopige hoogtekaart, de boringen, het doen drukken der kaart en onvoorziene zaken.

De kosten van *installatie* kunnen over de eerste drie jaren worden gebracht op de onderstaande wijze:

| INSTALLATIE. | 1ste jaar. | 2de jaar. | 3de jaar. | Te zamen. |
|---|---|---|---|---|
| Huur van een gebouw... | *f* 1000 | *f* 1000 | *f* 1000 | *f* 3000 |
| Inrichting van het gebouw... | " 1600 | " 1000 | " 400 | " 3000 |
| " " " laboratorium... | " 400 | " 400 | " 200 | " 1000 |
| Instrumenten, glaswerk, weegschalen, chemicaliën, enz... | " 600 | " 800 | " 800 | " 2200 |
| Bediening... | " 400 | " 400 | — | " 800 |
| | *f* 4000 | *f* 3600 | *f* 2400 | *f* 10000 |

In verband met het reeds medegedeelde denkbeeld van door een voorloopig terreinonderzoek gegevens voor het verder werkplan te verzamelen, behoeven de *vaste uitgaven* gedurende de eerste jaren niet tot het later noodige bedrag te worden uitgetrokken. Zij kunnen de volgende zijn:

| VASTE UITGAVEN. | 1ste jaar. | 2de jaar. | 3de jaar. | 4de jaar |
|---|---|---|---|---|
| Huur van een gebouw................ | f — | f — | f — | f 1500 |
| Huishoudelijke en andere uitgaven....... | ″ 300 | ″ 300 | ″ 300 | ″ 1300 |
| Geoloog-Directeur Bezoldiging......... | | | | ″ 3000 |
| Geoloog ″ ........ | | | | ″ 2500 |
| Geoloog ″ ......... | ″ 2500 | ″ 2500 | ″ 2500 | ″ 2500 |
| Scheikundige ″ ......... | | | | ″ 2500 |
| Teekenaar ″ ......... | ″ 1000 | ″ 1000 | ″ 1000 | ″ 1500 |
| Amanuensis ″ .......... | ″ — | ″ — | ″ 500 | ″ 800 |
| Aankoop van kaarten en bladen voor het veld | ″ 200 | ″ 200 | ″ 200 | ″ 200 |
| Uitgaaf van drukwerken ........... ... | ″ — | ″ — | ″ — | ″ 700 |
| Reis- en verblijfkosten ............... | ″ — | ″ 500 | ″ 500 | ″ 1000 |
| | f 4000 | f 4500 | f 5000 | f 17500 |

Het personeel worde eerst na het derde jaar vast aangesteld.

Het laten drukken van door den teekenaar bewerkte terreinbladen met *hoogtelijnen*, wordt begroot op f 500 gedurende vijf jaar beginnende met het derde jaar.

Voor het werk op het terrein, *boringen enz.*, behoeft om de reeds gemelde reden de eerste drie jaren slechts het bedrag der kosten van één geoloog met zijn personeel en hulp op het terrein te worden uitgetrokken. Bij vermeerdering van het aantal geologen op het veld in het 4de en volgende jaren kan naar evenredigheid het cijfer worden verhoogd.

| Onderzoek op het terrein. | 1ste jaar. | 2de jaar. | 3de jaar. | 4de jaar |
|---|---|---|---|---|
| Reis en verblijfkosten van den geoloog..... | | | | |
| Vier reizen uit de standplaats en terug ad f 10 f 40 | | | | |
| Verblijfk. 180 dagen à f 6. ″ 1080 | f 1120 | | | |
| Gereedschap (boor, stootijzer, potjes, wagen enz.) | ″ 100 | | | |
| 180 dagloonen van een arbeider ad......... ″ 3 | ″ 540 | | | |
| Hulp voor vervoer van het gereedschap op 120 werkdagen ad f 2... | ″ 240 | | | |
| | 2000 | f 2000 | f 2000 | f 6000 |

Voor het boren tot op een diepte van 20 M. of meer op 8 punten, geraamd op *f* 300 per boring, kan *f* 2400 uitgetrokken en over 8 jaar verdeeld worden.

De kosten der uitgaaf van de kaart op de schaal van 1 à 50000 zijn, na ingewonnen inlichtingen bij den Directeur van de topografische Inrichting, door de Commissie van 1895 begroot op *f* 45600.

De eerste post van die kosten behoeft pas in het 5de jaar op de begrooting te worden gebracht.

De volgende tabel geeft een recapitulatie en een overzicht van de over twee-en-twintig jaren verdeelde uitgaven, die door ons niet anders dan *zeer globaal* geraamd zijn kunnen worden, en waarvan de vaststelling eerst na afloop van het onderzoek in de eerste twee jaren met meerdere zekerheid zal kunnen plaats hebben, en wel in overleg met hen, die in die eerste jaren met het onderzoek belast zullen zijn geweest.

Wij hebben aangenomen, dat het voor het voorbereiden van een regelmatig beheer zoowel als voor het meergemeld voorafgaand onderzoek, wenschelijk is voor de eerste drie jaar niet meer dan *f* 10.000 per jaar uit te trekken.

| JAAR | 1 | 2 | 3 | 4. | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10. | 11. | 12. | 13 | 14 | 15 | 16 | 17. | 18 | 19. | 20. | 21 | 22 | TOTAAL. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Installatie ........ | 4000 | 3500 | 2500 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 10000 |
| Vaste uitgaven. . . | 4000 | 4500 | 5000 | 17500 | 17500 | 17500 | 17500 | 18000 | 18000 | 18000 | 18000 | 18000 | 18000 | 18000 | 18000 | 18000 | 18000 | 1800 | 13500 | 8500 | | | 303500 |
| Hoogtekaarten voor het veldwerk.... | | | 500 | 500. | 500 | 500 | 500 | | | | | | | | | | | | | | | | 2500 |
| Boringen cnz...... | 2000 | 2000 | 2000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 6000 | 4000 | | | 106000 |
| Boringen op 20 M. | | | | | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | | | | | | | | | | | 2400 |
| Uitgaaf der kaart.. | | | | | 2000. | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600 | 2600. | 2600 | 2600 | 2600 | 45600 |
| Onvoorzien ..... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 30000 |
| Te zamen..... | 10000 | 10000 | 10000 | 21000 | 26300 | 26900 | 26900 | 26900 | 26900 | 26900 | 26900 | 26900 | 26600 | 26600 | 26600 | 26600 | 26600 | 26600 | 22100 | 15100 | 2600 | 2600 | 500000 |

Het voorloopig onderzoek zou inzonderheid het oostelijk gedeelte van het land, waar het terrein verscheidenheid van toestand oplevert, kunnen betreffen.

De daarvan reeds bestaande gegevens kunnen dan vereenigd, en besluiten getrokken worden omtrent thans nog niet vast te stellen bijzonderheden, omtrent kosten en duur van het definitieve onderzoek.

Waarschijnlijk zal een verandering, zoowel in het bedrag der kosten als in dat van den tijd van uitvoering, kunnen worden gebracht ingeval het Geologisch bureau kan worden verbonden aan eene der bestaande inrichtingen van onderwijs in geologie.

Niet alleen zou dan vermindering kunnen komen in de vaste aanstelling van personeel en zou die inrichting van onderwijs met lokalen voor berging en onderzoek kunnen te hulp komen aan de behoeften voor de vervaardiging der kaart, maar ook de studeerenden zouden, zoowel tot eigen nut als tot bespoediging van de samenstelling, misschien hulp kunnen verleenen. De goede resultaten, door de Rijks-Commissie van graadmeting en waterpassing ondervonden van de hulp bij de nauwkeurigheidswaterpassing in de vacantie verleend door de studeerenden aan de Polytechnische School, wettigen het vertrouwen, dat ons de verbinding der vervaardiging van de kaart aan een inrichting van onderwijs in geologie doet aanbevelen.

Ook zal wellicht verandering in het bedrag der kosten kunnen worden gebracht ingeval het geologisch bureau kan worden verbonden met het bureau van den Algemeenen dienst van den Waterstaat, waar men kennis draagt van vele voor openbare werken reeds verrichte boringen, en uitkomsten van waterpassing verzameld zijn, die voor de samenstelling eener hoogtekaart kunnen dienen.

Wij hebben de eer hierbij met den brief van den Minister al de daarbij ontvangen bescheiden terug te zenden en tevens over te leggen den brief van het Dagelijksch Bestuur van het Nederlandsch Landbouwcomité met voorstel hem bij dit verslag te voegen en c.q. mede te laten afdrukken.

AMSTERDAM, 27 November 1897.

VAN DIESEN, *Voorzitter.*
H. BEHRENS
J. M. VAN BEMMELEN.
C. LELY.
K. MARTIN.

# Nederlandsch Landbouw-Comité.

N°. 773.
Afdeeling: A. Z.
*Onderwerp*
Geologische Kaart

'S GRAVENHAGE, 24 Sept. 1897.

Door Uwe Commissie werd bij Missive van 21 Juli j.l., met het oog op de samenstelling van eene geologische kaart, het advies van het Nederlandsch Landbouw-Comité gevraagd om te worden ingelicht omtrent de eischen, welke aan eene geologisch-agronomische kaart *met het oog op de belangen van den landbouw* moeten worden gesteld.

Dat het Nederlandsch Landbouw-Comité in beginsel het algemeen belang van de vervaardiging eener dergelijke kaart voor den landbouw erkende, is gebleken door het betuigen van adhesie — bij schrijven van 1 Augustus 1894 N°. 200 en 201, gericht tot de Ministers van Binnenlandsche Zaken en van Waterstaat, Handel en Nijverheid — aan een aan deze Ministers gezonden adres door het Bestuur van het Koninklijk Nederlandsch Aardrijkskundig Genootschap te Amsterdam.

Naar aanleiding van het voorstel door den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid aan de wetgevende macht gedaan, bij de begrooting voor 1897, werd daarop in eene vergadering van het dagelijksch bestuur de aandacht gevestigd en het voorstel van den Minister besproken. Zoowel de tijdsduur als de groote kosten, aan de volbrenging van dien arbeid verbonden, vond bij de leden van het bestuur bezwaar.

Tevens werd er in den loop der discussiën op gewezen, dat het belang van den landbouw niet in die mate bij het opmaken van eene dergelijke kaart is betrokken, als men veelal wil doen voorkomen.

Bij het beantwoorden van de door Uwe Commissie gestelde vraag treedt allereerst op den voorgrond de quaestie: „Kan de geologische „kaart, opgemaakt door den Heer STARING, herzien en gedrukt —

*Aan*
*den Heer Voorzitter der Commissie*
*uit de Wis- en Natuurkundige Afd.*
*der Kon. Akad. van Wetenschappen*
*te* 's Gravenhage.

„2de druk — in 1889, niet als grondslag of althans als leiddraad „dienst doen bij de kaarteering van eene nieuwe?"

Wanneer men voor het algemeen, dus voor leeken en niet-wetenschappelijke menschen, eene dergelijke kaart wenscht op te maken, welke een algemeen overzicht geeft — in Nederland — wat betreft het agronomische gedeelte, dan zou de kaart van Staring zeker als grondslag kunnen dienen om eene agronomische kaart samen te stellen.

Wij begrijpen, dat Uwe Commissie den te verrichten arbeid echter meer wenscht te beschouwen uit een oogpunt van wetenschappelijk-praktisch belang en de vraag dus van dat standpunt dient beantwoord te worden.

Wij vermeenen te moeten betwijfelen, dat de kaart van Staring dan wel als grondslag kan dienen, alhoewel het niet te ontkennen is, dat deze als leiddraad kan gebruikt worden.

Bij het opmaken eener door Uwe Commissie bedoelde kaart, dient men o. i. tweeërlei afdeelingen op den voorgrond te plaatsen:

1°. *de agronomische onderscheidingen*: Graslanden, bouwlanden, woeste gronden, heide, bosschen; en daar waar het zich voordoet: boomgaarden, tuinen, warmoezerijen, voorzooverre deze voor den handel dienen; verder bloembollen- en andere kweekerijen.

Het zij ons echter geoorloofd hieraan enkele opmerkingen dienaangaande toe te voegen:

Ten opzichte van de vele tuinen, boomgaarden enz. voor eigen gebruik alsmede de lustplaatsen, kan men de kadastrale kaarten volgen.

Verder verdiepe men zich bij het opmaken der kaart niet te veel in kleinigheden, zoodat wanneer tusschen een 30 à 40 Hectaren grasland eenige andere teelt op $^1/_2$ of 1 Hectare plaats vindt, men die niet afzonderlijk behoeft aan te teekenen, daar zulks tot de hoofdzaak grasland kan gerekend worden te behooren en vaak tijdelijk voor iets anders gebruikt, toch na verloop van eenigen tijd weder tot grasland zal terugkeeren.

Zoo hebben wij hierbij ook het oog op die plaatsen, waar de wisselbouw eene voorname plaats inneemt. Onder wisselbouw verstaat men die gronden, welke, na eenige jaren als bouwlanden te zijn gebruikt, tot graslanden worden gemaakt, om echter na verloop van zeker aantal jaren wederom als bouwland te worden benuttigd.

Die gronden nu, welke afwisselend bouw- en grasland zijn, moeten beschouwd worden te behooren tot *bouwland*, daar zij daartoe uitsluitend van origine bestemd zijn en òf wel uit vrees voor uitputting van den grond een tijdlang zouden moeten blijven liggen en daarom

tot grasland worden gemaakt, òf wel omdat voor bouwland *veel* mest noodig en het hebben eener veestapel noodzakelijk is, zoodat grasland niet kan ontbreken.

Is dus het land, tijdelijk voor grasland gebruikt, te beschouwen als bouwland, onder grasland versta men al die wei- en hooilanden welke als van nature daartoe zijn aangewezen: o. a. alle laaggelegen landen om meren, rivieren, plassen enz., een groot deel der lage veenvorming, een groot deel der kleigronden in Friesland en de vaste weiden en graslanden, behoorende bij ieder bouwstelsel, inheemsch op de hooge diluviale zandgronden.

Wij vestigen Uwe aandacht hierop, omdat dit niet bij het opmaken van eene geologisch-agronomische kaart uit het oog mag worden verloren.

De tweede onderscheiding die noodig is, is de *geologische*.

Hieronder worden — o. a. bij de kaarteering der gemeente Vorden, indertijd door den Burgemeester dier gemeente opgemaakt — ook opgenomen de *wegen* en *wateren*, welke o. i. meer tot het agronomische gedeelte behooren. In allen gevalle, 'tzij men ze rekene tot de agronomische, 'tzij tot de geologische onderscheiding, ze moeten op de kaart worden aangebracht, omdat ze in de meeste gevallen van veel invloed zijn op het landbouwbedrijf.

Wat de geologische onderzoekingen betreft, in 't algemeen achten wij het niet noodig, dat die, evenals de boringen, dieper geschieden dan 1 à 2 Meter.

Echter zullen in die streken, waar b. v. mergel aanwezig kan zijn, die onderzoekingen dieper plaats moeten vinden, iets wat aan de onderzoekers zeker wel kan worden overgelaten.

Ten opzichte van het voorkomen van oer, potklei en andere ondoorlatende grondsoorten, in den ondergrond aanwezig, dient men natuurlijk een speciaal onderzoek te doen instellen.

Het voorkomen dezer ondoorlatende grondsoorten is evenwel bij den landbouw voldoende bekend, ter plaatse waar deze zich mogen bevinden. Een speciaal onderzoek in iedere gemeente, zal vrij zeker daarvoor onnoodig zijn.

De soort van grond dient bij het opmaken van de geologische kaart op den voorgrond te treden, niet het gebruik van den grond. Daar dit veelal uit het oog wordt verloren, vermeenen wij hiervan melding te moeten maken.

De tweeledige verdeeling achten wij uit een landbouwkundig oogpunt voldoende, om met goed gevolg eene kaarteering over geheel Nederland te verkrijgen.

De tweede vraag, die wij ons verplicht achten aan uwe Commissie te beantwoorden, is de schaal waarop dergelijke kaart gebaseerd zou moeten zijn.

De geologische kaart van Staring is op eene schaal van 1 op 200000. Wij achten eene dergelijke schaal, vooral uit een landbouwkundig oogpunt, veel te klein, en zouden die zonder eenige kwestie veel grooter wenschen te zien en dan komt ons daartoe eene schaal van 1 : 10000 het meest geschikt voor. Wellicht zal Uwe Commissie vragen: waarom juist op die schaal?

De kaart van Staring is eene zuivere geologische maar die juist, omdat zij op eene te kleine schaal is geteekend, wellicht niet aan de verwachtingen heeft beantwoord, die de landbouw aanvankelijk daarvan koesterde.

Nu, vooral in de laatste jaren, de landbouw meer als eene wetenschap wordt beschouwd, is deze schaal zeker te klein. Dat Staring dit zelf reeds heeft gevoeld, blijkt hieruit, dat hij naast de geologische gewenscht heeft eene agronomische kaart.

Deze kaart nu wenschte hij vervaardigd te zien op eene schaal van 1 : 10000 en vandaar dat wij de inrichting van de geologisch-agronomische kaart op deze schaal wenschelijk hebben geacht.

Te meer zijn wij echter in die meening versterkt bij het ter inzage nemen van de geologisch-agronomische kaart der gemeente Winschoten, destijds door den Burgemeester dier gemeente, de Heer Venema, bewerkt, die ook de schaal 1 : 10000 verkoos en welke kaart aan duidelijkheid niets te wenschen overlaat.

Na de bespreking der inrichting en de schaal waarop de kaart dient te worden daargesteld, rest ons nog de zaak der uitvoering.

Dat wij noch met den voorgestelden tijdsduur, noch met de groote kosten, aan die uitvoering verbonden, kunnen meegaan, werd reeds in 't kort door ons met redenen omkleed, medegedeeld. Wij zijn van oordeel, dat niet over eene halve eeuw, maar zoo spoedig mogelijk eene dergelijke kaart voor den wetenschappelijken landbouw vereischt wordt, en wij vermeenen daarvoor gegronde redenen te kunnen aanvoeren, n.l.: Het lager onderwijs in de landbouwkunde, voor enkele jaren weinig bekend, neemt hoe langer hoe meer toe; wintercursussen en winterscholen worden voor de beoefening van de theoretische landbouwkunde opgericht, waarbij behoefte wordt gevoeld aan eene practische leiddraad voor het aanleeren van de geologische kennis.

Uit dit oogpunt hadden wij zelfs liever gezien, dat de duur van den arbeid nog korter zoude zijn dan Uwe Commissie zich voor-

stelt, maar daartegenover staat, dat de deugdelijkheid van het werk zoo weinig mogelijk te wenschen mag overlaten, daar in dat geval slechts de landbouw zijn voordeel daarmede kan doen.

De pogingen door de Regeering aangewend om tot een begin van uitvoering te geraken, dienen derhalve krachtig te worden gesteund.

Evenals Uwe Commissie achten ook wij het voldoende dat:

1⁰. de gronden volgens wetenschappelijk standpunt worden ingedeeld en in hare onderlinge ligging naar ouderdom en wijze van ontstaan worden aangeduid;

2⁰. wanneer de afbakening der verschillende in de formatiën voorkomende grondsoorten en ook het onderzoek harer agronomische samenstelling in algemeene trekken geschiedt.

Bovendien wil ons het denkbeeld Uwer Commissie, om de mazen van het net, dat de verschillende grondboringen verbindt, niet overal even wijd te nemen, zeer practisch voorkomen. Daar waar men te doen heeft met een zeer eenvoudige formatie — b. v. kleibezinking — zal men zeer zeker kunnen volstaan met veel geringer aantal grondboringen dan daar waar men een zeer afwisselend terrein heeft.

Als men eenmaal aan den gang is, zal de ervaring al spoedig den juisten weg aanwijzen omtrent den graad van nauwkeurigheid.

Wat het onderzoek der grondsoorten betreft, zoo komt het ons wenschelijk voor, dat de verschillende typen zoo nauwkeurig mogelijk worden vastgesteld, zoowel wat betreft hare physische eigenschappen als hare chemische samenstelling en ook ten opzichte van hare waarde uit een agronomisch oogpunt.

Zijn eenmaal de verschillende typen vastgesteld, dan kan in vele gevallen daarheen worden verwezen. Verder zal dan niet zoo moeilijk zijn uit de gegevens eene klassificatie van de verschillende bodemsoorten te verkrijgen, die voor den land- en boschbouwer van veel belang kunnen zijn. Een chemisch onderzoek naar den grond zij derhalve nu reeds niet geheel buitengesloten. Te verwachten is echter, dat op den duur proefstations voor een dergelijk onderzoek noodig zullen zijn, terwijl het te zijner tijd overweging zal verdienen in eene afzonderlijke inrichting in ons land eene collectie te verzamelen van de meest typische bouwgronden, waarvoor in de eerste jaren de Landbouwschool te Wageningen dienstig kan zijn.

Het komt ons eindelijk wenschelijk voor, dat ook de bodem van plassen onderzocht worde. Dit heeft nut voor de kennis der formatie van den bodem, maar tevens om niet-deskundigen in te lichten bij voorstellen tot droogmaking der bedoelde plassen of benuttigd voor vischcultuur.

Uit vorenstaande blijkt, dat ons Bestuur, alhoewel van oordeel,

dat de samenstelling eener agronomisch-geologische kaart niet een dergelijk groot landbouwbelang is, als veelal gemeend wordt, toch die samenstelling niet van belang ontbloot acht.

Overigens gevoelt ons Bestuur sympathie voor de denkbeelden door Uwe Commissie ontwikkeld, waarvan mindere kosten en spoediger beëindiging het gevolg zullen zijn.

Het Dagelijksch Bestuur van
het Nederlandsch Landbouw-Comité,
*De Voorzitter*, *De Secretaris*,
(*get.*) Bultman. (*get.*) A. Ferf.

Het rapport, dat reeds gedrukt aan de leden was toegezonden, wordt goedgekeurd, met de vrijheid aan de Commissie om eenige bekortingen en redactiewijzigingen aan te brengen, alvorens het aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid zal worden toegezonden. Den Minister zullen 50 exemplaren van het rapport worden ter beschikking gesteld.

**Natuurkunde.** De Heer Lorentz brengt, namens de Commissie voor de bliksemafleiders, het volgende verslag uit.

In de November-vergadering der Afdeeling werd in onze handen gesteld een schrijven van Zijne Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken, behelzende de vraag „of het wenschelijk is te bevorderen dat alle torens worden voorzien van bliksemafleiders, dan wel, of de omstandigheid, dat een jaarlijks herhaald onderzoek daarvan niet met zekerheid te verwachten is, het gevaar voor het inslaan van den bliksem door het aanbrengen van afleiders eer vermeerdert."

Wij hebben de eer, hieromtrent het volgende te berichten. Een afleider die niet een goed geleidenden weg naar de aarde oplevert kan op twee wijzen gevaarlijk worden. Er kan òf eene groote hoeveelheid warmte worden ontwikkeld op eene plaats waar de continuiteit verbroken is, òf boven die plek eene zijwaartsche ontlading naar naburige voorwerpen plaats hebben; op beide wijzen kan brand worden gesticht, en dat zeker ook wel in gevallen waar zonder afleider het gebouw gespaard zou zijn gebleven. De mogelijkheid bestaat echter ook, dat zelfs een gebrekkige afleider beschermend werkt door zonder schade van beteekenis eene ontlading af te voeren, die het gebouw toch zou getroffen hebben, al was er geen afleider.

Het is moeilijk deze twee mogelijkheden tegen elkander af te wegen, maar naar onze meening zou men zeker veel te ver gaan, door als algemeenen regel te stellen dat een beschadigde afleider slechter is dan in 't geheel geen.

Dat werkelijk een gebrekkige afleider menigmaal heilzaam zal werken, volgt uit de vele gevallen, waarin metalen nok- en hoekkeperbekleedingen, dakgoten en afvoerbuizen door den bliksem werden getroffen en het gebouw klaarblijkelijk hebben beschut. Vele voorbeelden van dien aard werden medegedeeld op de in Mei jl. gehouden vergadering der Duitsche Electrotechnische Vereeniging (Elektrotechnische Zeitschrift, 5 Aug. 1897).

Verder moeten wij opmerken dat men het door doeltreffende maatregelen zeker zoo ver zal kunnen brengen dat verreweg de meeste der aan te brengen afleiders in goeden staat zijn en blijven.

Bij kerken met torens zijn de omstandigheden vrij gunstig. Is de afleider goed geconstrueerd, dan is eene beschadiging op eenige hoogte boven den grond zoo goed als onmogelijk en zullen dus de toren en het dak der kerk in elk geval voor rechtstreeksch gevaar gevrijwaard blijven, voor zoover dit op de eerste der twee bovengenoemde wijzen kan ontstaan. Ook voor het benedenste deel van het gebouw is weinig kwaad te duchten, daar men hier den afleider gemakkelijk op vrij grooten afstand van alle brandbare stoffen kan houden.

Alles samengenomen komt het ons voor, dat het totale gevaar voor een zeker aantal torens ongetwijfeld verminderd wordt, als zij alle van afleiders worden voorzien, al moet men vreezen dat eenige daarvan na verloop van tijd defect zullen raken.

Dat intusschen maatregelen, die ertoe kunnen leiden dat de afleiders *goed aangelegd* en van tijd tot tijd *behoorlijk onderzocht* worden, van het hoogste belang zijn, behoeven wij hier nauwelijks bij te voegen.

J. D. v. d. WAALS.
H. A. LORENTZ.
H. KAMERLINGH ONNES.

Het rapport wordt goedgekeurd en zal aan den Minister van Binnenlandsche Zaken worden toegezonden.

**Natuurkunde.** — De Voorzitter stelt aan de orde het conceptschrijven aan den Minister van Justitie betreffende de gehoorigheid in de gevangenissen, zooals dit is vastgesteld door de Commissie in overleg met het Bestuur der Afdeeling.

Blijkens art. 2 van het Reglement der Kon. Akad. v. Wetenschappen, behoorende bij Kon. Besluit van 23 Febr. 1855, *Stbl.* N°. 71, is de Akademie in de eerste plaats bestemd tot een raadgevend lichaam van de Regeering op het gebied der wetenschap.

Waar haar advies verzocht wordt over eene zaak, die behoort tot of verband houdt met het werk van uitvoerende ambtenaren, heeft zij dus aan te geven en toe te lichten wetenschappelijke beginselen, over welke de uitvoerende ambtenaren, uit den aard van hun werkkring tot dat tijdstip niet voldoende beschikken, of die door overweging, onderzoek en proefneming langs wetenschappelijken weg opzettelijk moeten worden opgespoord en getoetst.

Opdat haar arbeid echter vruchten kunne dragen, is het noodig, dat bij de Regeering en hare uitvoerende ambtenaren omtrent de bedoeling van de voorstellen en betoogen der Akademie geene verkeerde voorstelling besta. Zoo vaak de Regeering bij twijfel omtrent de juiste bedoeling van een rapport zich tot het verkrijgen van nadere inlichtingen tot de Akademie wendde, heeft deze het zich immer tot een eer gerekend de gevraagde inlichtingen te mogen verschaffen. Maar ook beschouwt zij het daar, waar de Regeering, zonder nader advies in te winnen, officieel blijk geeft van misvatting, als haren plicht te trachten den weg te banen tot het wegnemen van deze misvatting, op welke wijze zij ook moge zijn ontstaan.

Dien — wel is waar weinig aangenamen — plicht vervult de Akademie thans door zich tot Uwe Excellentie te wenden, nu tot haar leedwezen de Memorie van Antwoord op het Voorloopig Verslag over de Staatsbegrooting voor 1898 blijk geeft van misvatting in eene zaak, die haar zoozeer ter harte gaat als het opheffen van het groot bezwaar der gehoorigheid in de gevangenissen.

Het verslag der Commissie uit de Afdeeling Natuurkunde van de Akademie werd in het Voorloopig Verslag omtrent de Staatsbegrooting bevredigend geacht, omdat daarin middelen tot verbetering worden aan de hand gedaan, en men stelde er prijs op de meening van Uwe Excellentie over de voorstellen van de Commissie te vernemen. Naar aanleiding hiervan komt in de Memorie van Antwoord de vraag voor of de bedoelde Commissie de oplossing gevonden heeft van de vraag: hoe zonder belemmering van de noodzakelijke luchtverversching in de cellen, te beletten, dat het geluid van uit de cel naar buiten doordringe.

Door deze vraag in plaats van die te stellen, welke in het Voorloopig Verslag werd gedaan, wordt de schijn gewekt alsof de Commissie zich slechts met deze ééne vraag had bezig gehouden, terwijl zij toch ook, zooals terstond bleek, voorstellen had te doen om de bezwaren op te heffen, die uit de wijze van verwarming voortvloeiden. Doch de Akademie kan zich bepalen tot de vermelding, dat in de Memorie van Antwoord de voorstellen der Commissie om de warmwaterbuizen niet door den muur tusschen twee belendende cellen

maar naar den corridor te leiden, en om het metalliek verband tusschen de warmwaterbuizen der verschillende cellen op te heffen, met stilzwijgen voorbij worden gegaan, ten einde over te gaan tot het aanwijzen van wat er onjuist is in de beantwoording van de zooeven genoemde vraag.

In de Memorie van Antwoord vindt men te dien opzichte allereerst de woorden „de leden die zich daarover uitlieten hebben het Verslag der Commissie bevredigend gevonden omdat daarin middelen tot verbetering aan de hand werden gedaan. Ware dit alleen voldoende, de zaak zou eenvoudig genoeg zijn en het bezwaar zou al lang niet meer gevoeld zijn. Want reeds lang te voren waren èn hier te lande èn in het buitenland door anderen middelen ter verbetering aan de hand gedaan."

Zou de Akademie wenschen de bespreking van die zinsneden ter zijde te kunnen laten, zij mag dit niet doen nu deze woorden tot de Tweede Kamer zijn gericht. Want zij zijn in strijd met de twee volgende feiten. Niettegenstaande de Commissie zich, onder medewerking van Uw Departement, alle moeite heeft gegeven om iets te vernemen betreffende het opsporen van wetenschappelijke beginselen, die bij het bestrijden der gehoorigheid tot richtsnoer zouden kunnen worden genomen en tot welke men elders zou kunnen zijn gekomen, of omtrent middelen, die elders soms mochten zijn beproefd, is haar van zulke beginselen of middelen niets bekend geworden. En wat betreft de middelen hier te lande aangegeven, is haar niets medegedeeld omtrent eenig beginsel, van hetwelk bij de bestrijding van de gehoorigheid kon worden partij getrokken. Trouwens om te doen uitkomen, dat men hier te lande in het duister tastte bij de bestrijding van het meergemelde bezwaar, is het voldoende te verwijzen naar de considerans, met welke Uw ambtsvoorganger tot ons de uitnoodiging richtte om het bezwaar der gehoorigheid te onderzoeken. Z.Exc. achtte nl. „de vraag van veel belang of dit bezwaar was te wijten aan de voortplanting van het geluid in het algemeen, waartegen met behoud van de theoretische en praktische eischen der opsluiting en zonder aanmerkelijke verhooging van constructiekosten geen maatregelen zijn te nemen, dan wel of het onder de gestelde voorwaarden op de een of andere wijze kon worden voorkomen."

Zijn de aangehaalde zinsneden uit de Memorie van Antwoord in strijd met de feiten, zij maken het ook waarschijnlijk, dat de strekking van den arbeid der Commissie niet goed begrepen is. In overeenstemming met de boven omschreven taak der Akademie heeft zij de zooeven genoemde beginselen willen opsporen, toelichten en voor zoover noodig door proeven toetsen. De Commissie heeft door de overweging

van tal van omstandigheden en vragen een leiddraad trachten te geven voor de uitvoerende ambtenaren, doch zorgvuldig vermeden hun gebied te betreden, daar zij aangewezen zijn om zoodra zij over nieuwe wetenschappelijke beginselen beschikken, daarmede in het belang van hun dienst hun voordeel te doen.

Aan de misvatting omtrent de strekking van den arbeid der Commissie is het zeker toe te schrijven, dat in de aangehaalde zinsneden de schijn wordt gewekt alsof de Commissie, in plaats van de wetenschappelijke beginselen voor het bestrijden van het bezwaar der gehoorigheid te leveren, enkel het aantal van reeds aangegeven middelen met eenige nieuwe middelen van eigen vinding had vermeerderd. Nu men het laatstelijk gevolgde stelsel van gevangenisbouw op grond van haar onderzoek onvoorwaardelijk moest afkeuren; en nu men toch tot dit stelsel — of een ander met dezelfde bezwaren — moest komen, om bij behoud van de *natuurlijke* ventilatie aan de gevangenen de noodzakelijke hoeveelheid versche lucht te verschaffen, zou een gevoel van moedeloosheid hebben moeten ontstaan, wanneer niet een *nieuwe* richting kon worden aangegeven, in welke naar eene oplossing kon worden gezocht. Die richting meende de Commissie te hebben aangewezen door in het licht te stellen, dat de *kunstmatige* ventilatie zoowel het misbruik maken van de gehoorigheid kan voorkomen, als de mogelijkheid geeft om door een dwangmiddel dit misbruik te keeren, zonder beperking van de voor de gevangenen noodzakelijke hoeveelheid lucht.

Tot leedwezen der Akademie is niet alleen de algemeene strekking van haar rapport, maar zijn ook hare voorstellen zelven, blijkens de onjuiste voorstelling, die daarvan in het meergenoemde staatsstuk wordt gegeven, niet begrepen.

Lijnrecht in strijd met het Verslag is de verzekering, dat het door de Commissie voorgestelde stelsel van mechanische ventilatie (onder genoegzamen overdruk om de wegen langs welke de noodige lucht wordt toegevoerd voor de gehoorigheid af te kunnen sluiten) met een voortdurend gedruisch in de cellen gepaard zou moeten gaan. Het is nauwelijks aan te nemen, dat uit het op pag. 134 gezegde is afgeleid, dat de Commissie werkelijk door het maken van een gedruisch in de cellen als het gegons in en nabij vele fabrieken, geluiden zou willen overstemmen, die men aan de waarneming der gevangenen wenscht te onttrekken. Het geluid, dat men bij uitvoering van hare voorstellen in de cellen kan vernemen, zou maar even te hooren zijn (verg. p. 159) als een suizen, zoo zacht, dat het op eenigen afstand van den mond van het luchtkanaal niet meer hinderlijk is. Een groot deel van het onderzoek der Commissie was

gewijd aan het opsporen van middelen om elk hinderlijk gedruisch weg te nemen (zie § 66) en op verschillende plaatsen in het rapport zijn de woorden *gedruischvrije geleidingen* (zie pag. 162, 163, 164) cursief gedrukt, terwijl verder herhaaldelijk sprake is van cellen, die voor gedruisch zijn afgesloten (zie o. a. pag. 165, 169, 170); op de teekeningen zijn de door haar aangegeven middelen om mechanische ventilatie zonder hinderlijk gedruisch mogelijk te maken, meermalen afgebeeld; terwijl eindelijk de proeven, die de Commissie aanbood te vertoonen, voor het meerendeel op die hulpmiddelen betrekking hebben.

In de Memorie van Antwoord komt verder de uitdrukking voor, dat de Commissie als middel zou hebben aangegeven: de cellen hermetisch te sluiten om ze alleen kunstmatig te ventileeren. Wij moeten daarbij opmerken, dat het woord „hermetisch" in het Rapport niet voorkomt en daaraan, zoo het eenigen zin zal hebben in het verband, waarin het in de Memorie van Antwoord gebruikt wordt, eene beteekenis moet worden gehecht, die van de gewone zeer afwijkt. Maar hoe rekbaar men de beteekenis van „hermetisch sluiten" ook stelle, het bezigen van deze uitdrukking is allerminst hier verantwoord, nu de Commissie voortdurend cellen op het oog had, die lucht uitwisselen met den corridor door de kieren van de deuren, of door opzettelijk tot dit doel aangebrachte openingen.

Het gebruiken van den onjuisten term moet dus wel den lezer van het genoemde stuk op een dwaalspoor brengen omtrent de werkelijke bedoeling der Akademie.

De voorstellen, die volgens de Memorie van Antwoord „hermetische sluiting" der cellen beoogen, wijken van het bestaande slechts hierin af: in het tegenwoordig stelsel zijn de raampjes of afsluitkleppen onder het beheer van den gevangene zelf; de Commissie, en met haar de Akademie, stelt voor ze, waar het noodig blijkt, te stellen onder het beheer van hen, die met het toezicht op de gegevangenen belast zijn.

Staan zij onder het beheer der gevangenen, dan zijn zij (de Commissie heeft dit telkens geconstateerd) gedurende een groot deel van het jaar toch gesloten, behalve in de enkele oogenblikken, waarin de gevangenen misschien met elkaar willen spreken. De luchtverversching, waarvoor zij zouden moeten dienen, is feitelijk zoo goed als geheel opgeheven. Bij het stelsel der Commissie gaat de luchtverversching, als de openingen naar buiten gesloten zijn, haar gang.

Hebben de bestaande inrichtingen van ventilatie het dubbel nadeel: van de gemeenschap naar buiten en onderling voor de gevangenen

zoo gemakkelijk mogelijk te maken, en de gelegenheid te geven tot belangrijke belemmering van de luchtverversching, de Commissie stelde voor de luchtverversching niet te laten afhangen van een geopend venster of van openingen in den buitenmuur, maar haar op eene andere wijze aan te brengen, die zekerheid gaf van den toevoer eener naar behoefte berekende hoeveelheid lucht. En zij wees aan, hoe de kanalen langs welke die hoeveelheid lucht zou moeten worden toegevoerd, voor gehoorigheid konden worden afgesloten.

In de Memorie van Antwoord wordt de vrees uitgesproken, dat de psychische toestand der gevangenen onder het stelsel der Commissie zou kunnen gaan lijden.

Men zou kunnen meenen, dat die vrees berust op overwegingen welke bekend waren voordat het Rapport der Commissie was uitgebracht. Dit is echter niet het geval. Totdat het rapport was uitgebracht, was er, — men vergelijke ook de door Uwe Excellentie ter omschrijving van het vraagstuk bij het optreden der Commissie overgenomen woorden: „Dusver is hier te lande evenmin als in het buitenland, eene oplossing van de vraag hoe zonder belemmering van de noodzakelijke luchtverversching in de cellen te beletten, dat het geluid van uit de cel naar buiten dringe", — nimmer sprake van eenigen anderen ongunstigen invloed dan die het gevolg zou zijn van onvoldoende luchtverversching. Uit dit gezichtspunt bestaat echter voor die vrees niet een enkele reden, want wat de voldoende luchthoeveelheid betreft, den gevangenen behoeft in dit opzicht, ook bij gesloten venster niets te ontbreken, daar bij de mechanische ventilatie een genoegzame overdruk op de lucht wordt uitgeoefend, om haar langs voor de gehoorigheid geheel afgesloten wegen in voldoende hoeveelheid naar en uit de cellen te brengen.

De uitgesproken vrees zal dus wel, al wordt dit in de Memorie van Antwoord niet vermeld, haren grond vinden in overwegingen ontleend aan het Rapport zelf, waarin op eene omstandigheid de aandacht werd gevestigd, die tot nog toe bij de verpleging van de gevangenen niet in aanmerking werd genomen, en waarop misschien door de Commissie voor 't eerst is gewezen.

In het Rapport staat het streven op den voorgrond (verg. §§ 36 en 37) elken factor, die voor den gezonden psychischen toestand van de gevangenen schadelijk mocht kunnen zijn, weg te nemen meer dan bij het laatstelijk gevolgde stelsel van gevangenisbouw geschiedt. De nadeelige psychische invloed, dien de Commissie vreest, betreft dan ook een veel subtielere kwestie dan die, van

welke in de uit de Memorie van Antwoord van 1894 aangehaalde woorden sprake was.

Het betreft de vraag, of het gevoel van niet zelf de openingen, die verband geven met de buitenlucht, te kunnen *beheeren*, den gevangenen niet een versterkt gevoel van isolement zal geven, nadeelig voor hun gemoedstoestand. Dit bezwaar waaromtrent niemand à priori eene vaste meening kan hebben, dat de Commissie zelf als mogelijk heeft gesteld, wil zij zooveel mogelijk trachten te ondervangen. Op welke wijze blijkt in haar rapport.

„Bij misbruik van het venster tot het voeren van gemeenschap onderling", zoo wordt daar bijv. pag. 135 gezegd „moet dus het venster door de bewakers gesloten kunnen worden en het verkeer van den gevangene met de buitenlucht tijdelijk beperkt worden tot dagelijksche wandelingen of wel moet hem een verblijf worden aangewezen in cellen, wier ligging tot het voeren van gesprekken geen aanleiding geeft. Doch ook alleen bij misbruik. Op den goedgezinden gevangene kan het open venster en het doordringen van geluiden uit de buitenwereld een goeden invloed oefenen, die men hem ongaarne zal ontnemen."

Omdat het sluiten van de openingen naar de buitenlucht door de mechanische ventilatie mogelijk wordt gemaakt, is daarin als 't ware een natuurlijke straf, en zeker een afdoend dwangmiddel gegeven, dat den gevangene spoedig tot gehoorzaamheid aan de tucht terug zal brengen. Het vermeerderd gevoel van isolement, zoo dit inderdaad door het ontnemen van het beheer over het openen van het venster op grond van verzet tegen de tucht mocht ontstaan, schijnt ons wanneer het niet gedurende al te langen tijd wordt toegepast, geen schadelijke gevolgen te kunnen hebben; en voor onverbeterlijken, wien men dit vermeerderd gevoel van isolement op den duur niet wil opleggen, zijn enkele cellen gemakkelijk zoo te kiezen, dat het voeren van gesprekken zelfs bij open venster onmogelijk zou zijn. Bovendien zou het zelfs mogelijk zijn enkele cellen zoo in te richten, dat de gevangene niet beter wist, dan dat hij met de buitenlucht communiceerde, terwijl het hem toch zou blijken, dat hij langs dien weg geen gesprekken zou kunnen voeren.

Doch de Akademie acht het niet noodig dit punt nader uit te werken. Zij wenscht den weg te banen tot de kennis van het Rapport harer Commissie, niet een tweede rapport te leveren. Voldoende is het dus te wijzen op de bovenaangehaalde woorden van het rapport, die waarschijnlijk aan de aandacht ontsnapt zijn, toen in de Memorie van Antwoord naar aanleiding van hetgeen zou moeten geschieden met degenen, die zich tegen de tucht verzetten, de mee-

ning werd neergeschreven, dat het „vooralsnog niet duidelijk is, dat voor dezen niet juist het psychisch bezwaar ontstaat, dat eerst voor allen werd gevreesd."

Misschien is, waar in de Memorie van Antwoord gesproken wordt over aanzienlijke kosten, zonder bijvoeging van naderen maatstaf trouwens, evenzoo over 't hoofd gezien, dat de Commissie en met haar de Akademie tot de slotsom kwam, dat de meerdere kosten, welke het mede zou brengen om eene cellulaire gevangenis volgens hare beginselen voor de toepassing van het stelsel van afzonderlijke opsluiting geschikt te maken, betrekkelijk gering zijn, in vergelijking altijd met die, welke het bouwen en gebruiken der tegenwoordige gevangenissen reeds medebrengen.

De Akademie vertrouwt, dat een nadere overweging van het Verslag harer Commissie tot een meer juiste voorstelling van het daarin vervatte zal voeren, dan in de Memorie van Antwoord wordt gegeven.

Dit schrijven wordt behoudens kleine redactiewijzigingen goedgekeurd en zal aan den Minister van Justitie worden toegezonden.

Ook dit schrijven was vóór de vergadering gedrukt aan de leden toegezonden en vergezeld van 2 bijlagen, n.l. een uittreksel uit het Voorloopig Verslag van het IVde Hoofdstuk der Staatsbegrooting, en een uittreksel van de Memorie van Antwoord.

Bijlage I. *Voorloopig Verslag van het IVe Hoofdstuk der Staatsbegrooting voor het dienstjaar* 1898, pag. 19.

Terwijl sommige leden hun leedwezen uitspraken over het feit, dat zoo herhaalde aandrang van de zijde der Kamer is noodig geweest om de Regeering tot erkenning van het bezwaar der gehoorigheid in de gevangenissen en tot een grondig onderzoek naar de mogelijkheid van verbetering dienaangaande, erkenden zij tevens met ingenomenheid, dat het verslag te dier zake van eene commissie uit de afdeeling Natuurkunde van de Koninklijke Academie van Wetenschappen bevredigend is te achten, omdat daarin middelen tot verbetering worden aan de hand gedaan. Men zou er prijs op stellen, de meening des Ministers over de voorstellen der commissie te vernemen.

Eenige andere leden hadden wel gelezen, dat het bedoelde rapport is ingediend, maar waren niet in de gelegenheid geweest daarvan

kennis te nemen. Zij vroegen, of niet een exemplaar voor de boekerij der Kamer beschikbaar kan worden gesteld.

**Bijlage II.** *Memorie v. Antwoord enz.* pag. 23.

De ondergeteekende heeft niet zonder eenige bevreemding kennis genomen van het leedwezen van sommige leden dat, eerst na herhaalden aandrang van de zijde der Kamer, de Regeering tot erkenning gebracht is van het bezwaar der gehoorigheid in de gevangenissen. Het bezwaar toch is steeds ook door de Regeering erkend maar men kende geen middel om het op te heffen. Laatstelijk werd dit in de Memorie van Antwoord op het Voorloopig Verslag over het IVe Hoofdstuk der Staatsbegrooting voor 1894 aldus uitgedrukt: „Dusver is hier te lande, evenmin als in het buitenland, eene oplossing gevonden van de vraag: hoe zonder belemmering van de noodzakelijke luchtverversching in de cellen, te beletten, dat het geluid van uit de cel daar buiten doordringe."

Heeft de op initiatief van des ondergeteekenden ambtsvoorganger door de Koninklijke Academie van Wetenschappen aangewezen Commissie die oplossing gevonden?

De leden die zich daarover uitlieten hebben het verslag der Commissie bevredigend gevonden omdat „daarin middelen tot verbetering worden aan de hand gedaan." Ware dit alleen voldoende, de zaak zou eenvoudig genoeg zijn en het bezwaar zou al lang niet meer zijn gevoeld. Want reeds lang te voren waren èn hier te lande èn in het buitenland door anderen „middelen tot verbetering aan de hand gedaan." De vraag is echter of de aangegeven middelen voldoende zijn, of zij practisch zonder al te veel kosten uitvoerbaar zijn en geene andere bezwaren, in het bijzonder voor den physischen en psychischen toestand der gevangenen, in het leven zullen roepen.

Voor het oogenblik kan de ondergeteekende niet veel meer zeggen dan dat hij van het uitgebracht verslag kennis genomen heeft met de belangstelling, welke een zoo gewichtig onderwerp eischt en dat hij zich voorbehoudt over de zooeven gestelde vragen nader eene bepaalde meening te uiten. Daarbij mag hij echter niet verzwijgen dat bij hem wel eenige twijfel bestaat of het aangegeven middel om de cellen hermetisch te sluiten en alleen kunstmatig te ventileeren, hetgeen met een voortdurend gedruisch in de cellen zou moeten gepaard gaan, niet storend zou werken op den psychischen toestand, zoo niet van alle, dan toch van vele gevangenen en of het correctief dat de Commissie daartegen voorstelt, de mogelijkheid voor den gevangene om het raam zijner cel te openen, niet weder alle oude

bezwaren in het leven zal roepen. Dit laatste tracht de Commissie wel is waar te ondervangen door met sluiting van het raam hem te straffen, die van het openen misbruik maakt maar het is den ondergeteekende vooralsnog niet duidelijk hoe dan voor dezen niet juist het psychisch bezwaar ontstaat dat eerst voor allen werd gevreesd. Hoe het echter zij, met alle waardeering voor het uitvoerig onderzoek en het breed gemotiveerd rapport der Commissie is de ondergeteekende nog niet zoo gelukkig als sommige leden, dat hij reeds nu de aangegeven oplossing bevredigend kan noemen. Hierbij komt nog dat de kosten, welke aan de uitvoering van het voorstel der Commissie verbonden zouden zijn, zoowel wat betreft het maken van de vereischte inrichtingen als de exploitatie daarvan zeer aanzienlijk zouden zijn, een reden te meer om ernstig te blijven overwegen, gelijk de ondergeteekende zich voorstelt te doen of, en zoo ja, welk gevolg aan het zeer belangrijk rapport kan worden gegeven.

Aan het verzoek der Kamer om een exemplaar van het verslag voor hare boekerij te mogen ontvangen, is voldaan.

Natuurkunde. — De Heer Haga brengt, ook namens den Heer Behrens, verslag uit over eene verhandeling van den Heer L. Houwink, getiteld: „*Een onderzoek over den bouw en de eigenschappen van het zoogenaamd hardglas.*"

In deze verhandeling toont de Heer Houwink aan dat het mogelijk is op kleine schaal in een laboratorium hardglas te vervaardigen; dat dit vervaardigde glas hardglas is, wordt bewezen door de overeenkomst in eigenschappen met hardglas afkomstig uit de bekende fabriek van Siemens in Dresden. Door nu steeds van hetzelfde soort glas een deel te harden konden, door vergelijking op zeer betrouwbare wijze, de veranderingen nagegaan worden, die het harden veroorzaakt; bovendien konden de verschillende manieren om te harden onderling worden vergeleken.

Een belangrijk middel om de eigenaardigheden van hardglas na te gaan bleek het optisch gedrag te zijn, waartoe het glas tusschen gekruiste nicols geplaatst werd; het gelukte den schrijver na te gaan welke spanningen in het glas heerschten en hoe deze door verschillende bewerkingen — slijpen, ontlaten — veranderen.

Opgemerkt werd het veelvuldig optreden van kleine holten, waarvan eene verklaring gegeven werd.

Brekingsindices werden bepaald.

Schrijver stelt zich voor dat bij het plotseling afkoelen de buitenste laag van den weeken toestand vast wordt, terwijl de binnen

gelegen deelen nog zeer verhit zijn en daardoor een grooter volume behouden dan zij bij eene langzame afkoeling zouden hebben ingenomen; de dichtheid van hardglas zal dus kleiner moeten zijn dan van gewoon glas; proefondervindelijk bleek deze conclusie juist te zijn.

Verder werden proeven genomen over de doorbuiging, over hardheid waarbij het zeker onverwachte resultaat voor den dag kwam dat hardglas geen hard glas maar eerder nog zachter genoemd moet worden dan gewoon glas, daar een hardglazen staaf door een van gewoon glas werd doorgezaagd.

Ook werd het chemisch gedrag bestudeerd door het aantasten van zoutzuur en fluorwaterstof na te gaan.

Het komt uwe commissie voor dat deze verhandeling, die eene belangrijke bijdrage genoemd mag worden voor onze kennis van hardglas en die van vele duidelijke en fraaie teekeningen vergezeld gaat, alleszins verdient in de werken der Akademie opgenomen te worden.

H. BEHRENS.
H. HAGA.

De conclusie om de verhandeling op te nemen in de werken der Akademie wordt goedgekeurd.

**Anatomie.** — De Heer VAN WIJHE spreekt over: „*Een automatisch Injectietoestel bij het gebruik der Massa van* TEICHMANN".

Zooals bekend is, was onze landgenoot SWAMMERDAM [1]) de eerste, die de bloedvaten met eene vaste stof wist te vullen. Hij gebruikte daartoe gesmolten en gekleurd was en koos voor de arteriën eene andere kleur dan voor de venen.

Het was, dat in de vaten spoedig stolde, deed deze door hunne kleur en dikte in het oog vallen, zoodat de studie van het vaatstelsel zeer vergemakkelijkt werd en eene groote schrede voorwaarts deed.

Vóór de uitvinding van SWAMMERDAM in 1672 had men enkel ingespoten met lucht of gekleurde koude vloeistoffen, die spoedig naar alle kanten ontweken.

De methode van SWAMMERDAM werd weldra door alle anatomen nagevolgd en heeft zich tot in onzen tijd staande gehouden, met geringe modificatiën zooals het toevoegen van talk en andere stoffen om het smeltpunt van het was te verlagen.

Een nadeel bij deze methode is, dat men het praeparaat tot eene bepaalde, vrij eng begrensde temperatuur moet verwarmen en dat de injectie zeer snel moet geschieden, waardoor men de drukking, die eveneens tusschen vrij nauwe grenzen moet plaats vinden,

[1]) J. SWAMMERDAM, Miraculum naturae s. uteri muliebris fabrica, Lugd. Bat. 1672.

moeielijk kan bepalen. Is de drukking te groot, dan krijgt men extravasaten, is zij te gering, dan wordt het vaatstelsel slechts gedeeltelijk gevuld.

Geen wonder, dat men er op bedacht werd, eene injectiemassa te vinden, waarbij zich deze bezwaren niet voordeden. In 1823 vermeldt SHAW [1]), dat men in de praepareerzalen in Engeland eene koude injectiemassa gebruikt, bestaande uit menie, lijnolie en terpentijn. De massa moet de dikte hebben van siroop en wordt na eenigen tijd in den regel van zelf hard.

Het groote nadeel aan deze methode verbonden, is het ongelijkmatig hardworden der massa. Wel is waar wordt zij dikwijls na eenige uren vast, maar in andere gevallen bleef zij volgens de ervaring van verschillende onderzoekers nog na jaren vloeibaar, terwijl zij daarentegen ook dikwijls reeds gedurende de injectie in de spuit vast werd en deze verstopte.

Deze massa is dan ook niet in staat geweest die van SWAMMERDAM, waarin het was de hoofdrol speelt, te verdringen, maar wel schijnt dit het geval te zullen zijn met eene massa door TEICHMANN [2]) te KRAKAU in 1880 bekend gemaakt en uitvoerig beschreven, welke terecht eene groote reputatie verworven heeft. Zij bestaat uit lijnolie, krijtwit [3]) en een gekleurd poeder b.v. vermiljoen voor de arteriën en ultramarijn voor de venen. Deze bestanddeelen worden zorgvuldig vermengd en op de wijze van stopverf tot ballen gekneed, die men onder water langen tijd kan bewaren. Vóór de injectie worden deze ballen met zwavelkoolstof in een mortier fijn gewreven, zoodat eene vloeistof ontstaat van de consistentie van honing. Deze vloeistof is te dik om op de gewone wijze te worden ingespoten. Hierom gebruikte TEICHMANN eene spuit, waarbij de zuiger niet door druk maar door eene schroefbeweging werd voortgestuwd.

In de vaten wordt de massa vast, niet alleen ten gevolge van het verdampen van de zwavelkoolstof, maar vooral ook omdat de vloeistoffen tengevolge van de spanning door den vaatwand worden geperst. Na 24 uren is de massa vast genoeg, om met het praepareeren te kunnen beginnen.

[1]) J. SHAW, Anleitung zur Anatomie, Weimar 1823.

[2]) Het oorspronkelijk artikel van TEICHMANN verscheen in de Poolsche taal in de *Verhandelingen der Akademie van Wetenschappen* te KRAKAU, *Mathematisch-naturhistorische Klasse, Deel* 7, 1880. Eene Duitsche vertaling door Dr. J. SZPILMAN onder den titel: „Kitt als Injectionsmasse und die Methoden der Gefässinjection mit derselben", vindt men in de *Vierteljahresschrift für Veteriaärkunde, Bd.* 59, *Heft* 2.

[3]) In plaats van krijtwit kan men ook zinkwit, baryumsulfaat en andere stoffen gebruiken.

Men kan met de massa van TEICHMANN van de aorta adscendens uit het geheele arteriënsysteem vullen. Terwijl eene dergelijke totale injectie bij het gebruik van was slechts zelden gelukt, slaagt zij met de massa van TEICHMANN in den regel zoodanig, dat zelfs de anastomosen aan de toppen der vingers en teenen en de arteria centralis retinae gevuld worden.

Sedert ik in 1890 met TEICHMANN en zijne praeparaten op het internationale medisch congres te Berlijn kennis maakte, heb ik zijne injectiemethode bij de praeparaten voor de praktische oefeningen der studenten toegepast en kan volkomen instemmen met den lof, die allerwege aan de met deze methode verkregen resultaten wordt toegebracht.

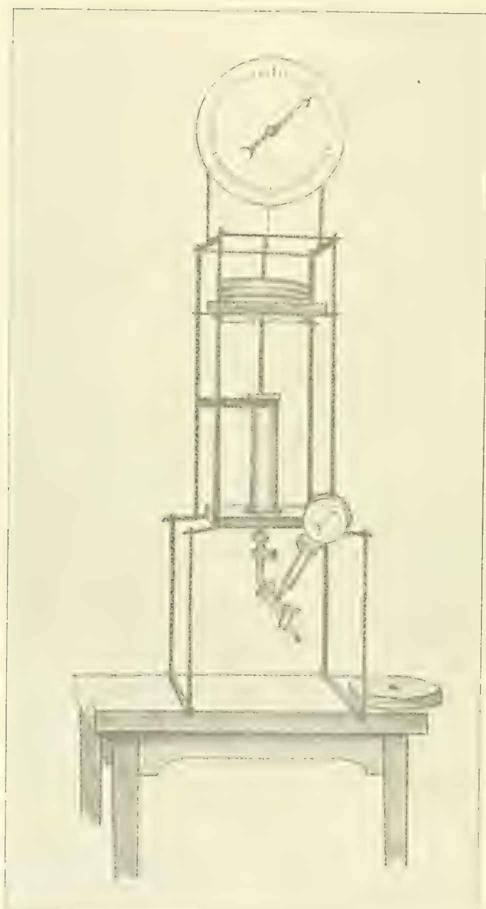
De injectie moet zeer langzaam plaats vinden en is dientengevolge zeer tijdroovend; zij duurt verscheidene uren. Bovendien geschiedde het juist tegen het einde der injectie meermalen, dat de spanning te groot werd en er eene groote arterie berstte.

TEICHMANN zegt (l. c. p. 185): „Bisher galt die Zubereitung der Masse als Schwerpunkt der Injection und nur der konnte injiciren der die Masse — hij bedoelt de was-massa — darzustellen vermochte. Heutzutage ist die Zubereitung der Masse — hier bedoelt hij de krijt-massa — Nebensache und die Ausführung der Injection die Hauptsache und so sollte es sein.”

Het zij mij veroorloofd bij deze uiting twee opmerkingen te maken. De eerste opmerking betreft de massa. Het is volkomen juist, dat hare toebereiding zeer eenvoudig is — voor wie daarvan den slag gekregen heeft. Zoolang dit echter nog niet het geval is, moet men daarbij op vele teleurstellingen voorbereid zijn, zooals mij uit eigen ondervinding en uit die van anderen bekend is. Het is echter ook mijne ervaring, dat een bediende, die eenmaal de bezwaren aan de bereiding der massa eigen overwonnen heeft, daarbij later geene moeielijkheden ondervindt.

Mijne tweede opmerking betreft de uitvoering der injectie, welke volgens TEICHMANN de hoofdzaak zoude zijn en dit ook werkelijk is, wanneer men haar volgens zijn voorschrift uit de hand verricht. Niet alleen neemt dit werk verscheidene uren in beslag maar men kan daarbij ook niet behoorlijk het oogenblik bepalen waarop men moet ophouden. Als kenteeken hiervoor geeft TEICHMANN aan, dat het ingespoten vat niet meer week wordt, maar dit weekworden geschiedt soms nog na eenige uren.

Met behulp van het eenvoudige, hierna op $^{1}/_{15}$ van de ware grootte afgebeeld, toestel kan men het hierbij noodige werk in minder dan een kwartier verrichten.



Het werd volgens mijne aanwijzingen vervaardigd door den Heer VONK, amanuensis aan het physisch laboratorium te Groningen.

In dit toestel wordt de spuit verticaal geplaatst en de zuigerstang niet door eene schroef, maar door druk voortbewogen. De drukking geschiedt door eene belasting met schijven van gietijzer. Elke schijf is in het midden doorboord en weegt ongeveer $3^1/_2$ kilo. De spuit rust op eene vierkante, horizontaal geplaatste plank, staande op vier ijzeren staven. De plank bezit in het midden een gat, om het met eene kraan voorziene eindstuk der spuit door te laten.

Op de plank zijn vier gladde, lange ijzeren stangen stevig bevestigd, die verticaal staan en dienen moeten om te beletten, dat de spuit kantelt. Voor de stevigheid zijn deze stangen aan hun boveneinde door vier dwarse staven verbonden.

Eene tweede vierkante, horizontaal geplaatste plank, nabij de vier hoeken door de stangen doorboord, kan langs deze stangen op en neer glijden.

Gaat men het toestel gebruiken, dan wordt het boven het te injicieeren individu opgesteld. De gevulde spuit wordt daarin geplaatst en haar boveneinde bevestigd in een metalen ring, die met een scharnier geopend kan worden en aan twee der genoemde stangen bevestigd is. De verschuifbare plank wordt op de zuigerstang neergelaten en belast met de gietijzeren schijven, totdat de massa de gewenschte spanning verkregen heeft. Gebruikt men spuiten van verschillende grootte, dan is de belasting ter bereiking van gelijke spanningen voornamelijk afhankelijk van de oppervlakte van de zuigers en van de wrijving, die zij ondervinden. Bij de grootste door mij gebruikte spuit, wier inhoud een liter bedraagt, moesten negen schijven worden aangewend; bij eene kleinere waren er zeven voldoende om dezelfde spanning te bereiken. Opdat de schijven gelijkmatig op de zuigerstang zullen drukken, staat op het midden der plank, waarop zij liggen, een verticaal staafje, hetwelk past in het gat, dat in het centrum van elke schijf aanwezig is.

Om de beweging van de zuigerstang, als het toestel in werking gesteld is, gemakkelijk te kunnen volgen, wordt deze beweging door een koord met katrol overgebracht op een wijzer, draaiende langs eene gegradueerde plaat, die boven op het toestel bevestigd is. Door middel van deze inrichting kan men tevens de hoeveelheid der ingespoten massa gemakkelijk bepalen.

De canule, die in de aorta gebonden wordt, is vervaardigd naar het voorschrift van Teichmann met deze wijziging, dat zij voorzien is van eene kraan. Door deze kraan in het begin der injectie telkens even open te zetten en weer te sluiten, breekt men den schok, waarmede de massa in het vaatstelsel gestuwd wordt. In weinig minuten is de drukking in de arteriën zoo hoog, dat de wijzer zich slechts langzaam beweegt en men de kraan geheel geopend kan laten. Weldra is deze beweging zoodanig vertraagd, dat men haar niet meer onmiddellijk kan waarnemen. Door den stand van den wijzer op twee verschillende tijdstippen te vergelijken, kan men zich dan overtuigen, of het toestel nog gewerkt heeft of niet. Deze werking duurt verscheidene uren, maar was zonder uitzondering den volgenden dag afgeloopen. Dan was ook de massa in de aorta en hare takken vast.

Het verbindingsstuk tusschen de canule en de spuit moet buigbaar zijn en bestond aanvankelijk uit eene koperen buis met een kogelgewricht. Later werd hiervoor eene looden buis genomen met koperen eindstukken, zoodat, wegens de buigzaamheid van het lood, het kogelgewricht vervallen kon.

Het is van veel belang de spanning der massa te kunnen be-

palen. Hiervan toch hangt het af, of het systeem al of niet gevuld zal worden en al of niet zal bersten. Om de spanning te meten, is in het verbindingsstuk, nabij de canule, eene opening aangebracht, waarop een wijzermanometer kan worden geschroefd. Opdat de kleverige injectiemassa niet in den manometer zoude dringen, staat deze niet direct op de zooeven genoemde opening, maar op eene buis, gevuld met water of glycerine.

De ervaring leerde, dat bij eene drukking van 45 cm. kwik het geheele arteriënsysteem gevuld wordt. Bij 40 cm. daarentegen drong de massa niet voldoende in alle toppen der vingers en teenen, terwijl eene spanning van 50 cm. door vaten met atheroom niet altijd kon worden verdragen.

Heeft men door middel van den manometer eenmaal het aantal der schijven bepaald, waarmede men de zuigerstang moet belasten, dan heeft men bij volgende injecties den manometer vooreerst niet meer noodig.

Terwijl men bij het injicieeren uit de hand volgens het voorschrift van TEICHMANN eerst eene dunne en daarna eene dikkere massa moet gebruiken, omdat de massa, indien men enkel dunne neemt, in de groote vaten te lang vloeibaar blijft, is het aanwenden van eene dikkere massa bij het gebruik van het toestel overbodig. Tengevolge van de constante hooge drukking toch worden de vloeibare bestanddeelen : lijnolie en zwavelkoolstof binnen weinig uren door den vaatwand heen geperst, terwijl de vaste bestanddeelen achterblijven. De massa wordt met zwavelkoolstof zoodanig verdund, dat zij oogenschijnlijk zoo vloeibaar is als water [1]). Hierdoor bereikt men het groote voordeel dat men haar door een fijne zeef filtreeren kan. Zeer praktisch hiervoor bleken de melkzeven van kopergaas (fijnste soort).

Het toestel is ongeveer een jaar in gebruik en werkt uitstekend, behalve wanneer de deelen niet behoorlijk aaneensluiten. In dit geval worden op de plaatsen, waar zij in elkaar zijn gestoken of geschroefd, zwavelkoolstof en lijnolie naar buiten geperst en vormt zich in het toestel eene vaste prop, waardoor het ophoudt te werken. Ten einde dit lekken te voorkomen, bestrijkt men de deelen, die in elkaar geschoven worden, eerst met glycerine-gelatine, die boven eene vlam even vloeibaar gemaakt is. Daar men met zwavelkoolstof werkt, kan men voor dit doel geen vet of vaseline gebruiken.

Het behoeft nauwelijks gezegd te worden, dat men met het toestel ook de arteriën van afzonderlijke deelen, b.v. de extremiteiten, en

[1]) Hiertoe neemt men op 1000 gram massa 350—450 cm³. zwavelkoolstof.

evenzeer de venen in de buurt van hare peripherische einden injicieeren kan. Hierbij gebruikt men fijne canules zonder kraan, die aan het verbindingsstuk bevestigd worden. Het spreekt van zelf, dat de belasting der spuit in dit geval geringer moet zijn, dan wanneer men in de aorta injicieert.

Ten slotte moet ik hieraan toevoegen, dat de injectie met de massa van TEICHMANN geschiedde nadat — in den regel den voorgaanden dag — in het vaatstelsel eene conservatie-vloeistof gebracht was, bestaande uit een mengsel van drie liter glycerine en een liter sterken alcohol waarin 200 gram carbol is opgelost [1]). Deze vloeistof wordt door middel van een irrigator met slang van caoutchouc in de aorta gespoten. Zulk een irrigator is voor de massa van TEICHMANN niet te gebruiken, daar het caoutchouc in de zwavelkoolstof oplost. In plaats van eene zoodanige slang zoude men eene lange, verticaal staande glazen of metalen buis kunnen nemen, maar een dergelijk toestel zoude wegens zijne lengte moeielijk schoon te maken zijn en bovendien niet voor verschillende spanningen kunnen gebruikt worden.

**Sterrenkunde.** — De Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN biedt, namens den Heer J. STEIN S. J., te Katwijk, een opstel aan getiteld: „*Elementen der planeet* 424 = 1896 *DF en Ephemeride voor* 1898".

De planeet werd 31 Dec. 1896 door CHARLOIS te Nizza ontdekt; zij was toen van de grootte 12.0. De volgende zes waarnemingen werden daarop door CHARLOIS en JAVELLE verricht:

| | 1897. | Midd. t. Nizza. | AR. app. | log fp. | $\delta$ app. | log fp. | Vgl. Ster. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CHARLOIS | Jan. 2 | 7u55m52s | 8u 5m26.71 | 9.661n | + 23°22′19″.0 | 0.711 | AG. Berl. 3293. |
| | 12 | 9 18 32 | 7 56 24.68 | 9.535n | + 24 25 23 .2 | 0.572 | 〃 〃 3251. |
| | 26 | 8 35 4 | 7 43 9.87 | 9.490n | + 25 42 52 .7 | 0.528 | 〃 Cambr. 4169. |
| JAVELLE | Febr. 24 | 10 1 57 | 7 26 35.71 | 9.061 | + 27 11 59 .0 | 0.410 | $\upsilon$. Gemin. (Parijs). |
| | 25 | 8 58 11 | 7 26 27.28 | 7.970n | + 27 13 13 .0 | 0.395 | |
| | Maart 20 | 8 12 58 | 7 31 15.39 | 8.878 | + 27 16 19 .6 | 0.396 | AG. Cambr. 4094. |

---

[1]) Vgl. S. LASKOWSKI, L'Embaument, la Conservation des Sujets et les Préparations anatomiques. Genève-Bâle-Lyon, 1886.

Uit Jan. 2, 12, 26 berekende Berberich de volgende voorloopige elementen :

| | | | |
|---|---|---|---|
| | T | = | 1897 Jan. 26.5 Midd. t. Berlijn. |
| 1897.0 | M | = | 40° 3′ 6″.5 |
| | $\omega$ | = | 330 7 16 .2 |
| | $\Omega$ | = | 99 28 38 .5 |
| | $\iota$ | = | 8 10 17 .2 |
| | $\varphi$ | = | 6 21 8 .1 |
| | $\mu$ | = | 767″.118 |
| | log a | = | 0.443 305 |

Ik vond de volgende afwijkingen (Waarneming—Berekening) :

| | $\triangle\,\alpha$ | $\triangle\,\delta$ |
|---|---|---|
| Jan. 2 | — 2″.3 | + 0″.9 |
| 12 | + 1″.7 | + 0″.3 |
| 26 | — 1″.4 | + 0″.6 |
| Febr. 24 | — 37″.2 | + 12″.3 |
| 25 | — 38″.4 | + 13″.0 |
| Maart 20 | — 86″.1 | + 21″.5 |

Met behulp van de methode der kleinste kwadraten trachtte ik bovenstaande elementen te verbeteren. Dit leidde aanvankelijk tot geen bevredigend resultaat, daar de coëfficiënten van $d\,\Phi$ en $d\,\psi$ $\left(\Phi = \frac{\sin\varphi}{\sin 1''}\sin\pi,\ \psi = \frac{\sin\varphi}{\sin 1''}\cos\pi\right)$ in de normaalvergelijkingen zeer klein waren; zelfs werd een der kwadratische coëfficiënten negatief, door 't gebruik van een onvoldoend aantal (5) decimalen in de logarithmen. Wel werd langs dezen weg nog een nieuw stel elementen gevonden, waardoor de maximum-afwijking in $AR$ en $\delta$ daalde resp. tot — 32″.1 en + 6″.5. Uit deze elementen werden, met eene tafel in 7 decimalen, nieuwe normaalvergelijkingen afgeleid. De overige correctiën werden uitgedrukt als functiën van $d\,\Phi$ en $d\,\psi$, en deze in de twaalf oorspronkelijke fouten-vergelijkingen gesubstitueerd, waaruit opnieuw twee normaalvergelijkingen voor $d\,\Phi$ en $d\,\psi$ werden verkregen. Om genoemde reden verdienen wellicht de correctiën, aan $\varphi$ en $\pi$ aangebracht, minder vertrouwen dan de overige.

Het eindresultaat luidt:

| | | | W.—B.: | $\Delta\alpha$ | $\Delta\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1897.0 | $T =$ | 1897 Jan. 26.5 M. t. Berlijn | | | |
| | $M =$ | 40° 0′ 57″.60 | Jan 2 | — 1″.0 | — 1″.6 |
| | $\omega =$ | 330 21 36 .57 | 12 | + 1″.2 | 0″.0 |
| | $\Omega =$ | 99 30 57 .15 | 26 | + 0″.6 | + 0″.7 |
| | $i =$ | 8 11 56 .89 | Febr. 24 | + 1″.1 | + 1″.9 |
| | $\varphi =$ | 6 11 49 .62 | 25 | + 1″.0 | + 2″.1 |
| | $\mu =$ | 767″6789 | Maart 20 | + 0″.1 | — 2″.8 |
| | $\log a =$ | 0.443 2180 | | | |

Om de elementen over te brengen op 't midd. aeq. 1898.0 moeten de volgende correctiën worden aangebracht: $\Delta\,\omega = +\,3''.33$; $\Delta\,\Omega = +\,46''.94$; $\Delta\,i = -\,0''.13$.

Uit deze elementen werd de ephemeride berekend, met inachtneming der storingen van Jupiter en Saturnus. Die der overige planeten bleken verwaarloosd te kunnen worden. De oppositie vindt plaats 27 April 1898; de planeet is dan van de grootte 12.1.

De storingen in de heliocentrische coördinaten bedragen:

| | $\Delta\alpha$ | $\Delta\delta$ | $\Delta r$ (Op te tellen bij de ongestoorde coördinaten) |
|---|---|---|---|
| April 1 | — 1′34″.7 | + 9″.4 | + 0.002007 |
| 27 | — 2′ 0″.1 | + 15″.4 | + 0.002231 |
| 50 | — 2′25″.2 | + 21″.0 | + 0.002424 |

De berekende geocentrische coördinaten hebben betrekking op 't middelbaar aequinoctium 1898.0. Osculatie-epoche 1897 Febr. 28.0.

**Ephemeride van 1896 DF voor de oppositie van 1898.**

| 12u M.t. Berl. | AR | Diff. | Decl. | Diff. | log. Δ | Aberratie-tijd. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| April 1 | 14u 40m 15s.46 | | — 3° 57′ 11″0 | | 0.317342 | 17m 14s |
| | | — 36s.63 | | + 4′ 13″.3 | | |
| 2 | 39 38.83 | | 52 57.7 | | 0.316148 | 11 |
| | | — 37.68 | | + 4 13.9 | | |
| 3 | 39 1.15 | | 48 43 8 | | 0.315027 | 8 |
| | | — 38.71 | | + 4 14.2 | | |
| 4 | 38 22.44 | | 44 29.6 | | 0.313952 | 5 |
| | | — 39.71 | | + 4 14.2 | | |
| 5 | 37 42.73 | | 40 15.4 | | 0.312958 | 3 |
| | | — 40.66 | | + 4 13.9 | | |
| 6 | 37 2.07 | | 36 1.5 | | 0.311956 | 1 |
| | | — 41.58 | | + 4 13.5 | | |

| 12u M.t. Berl. | AR | Diff. | Decl. | Diff. | log. △ | Aberratie-tijd. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| April 7 | 14u 36m 20.49 | | — 3° 31′ 48″0 | | 0.311036 | 16m 59s |
| | | — 42.47 | | + 4′ 12.9 | | |
| 8 | 35 38.02 | | 27 35.1 | | 0.310170 | 57 |
| | | — 43.32 | | + 4 11.8 | | |
| 9 | 34 54.70 | | 23 23.3 | | 0.309360 | 55 |
| | | — 44.13 | | + 4 10.5 | | |
| 10 | 34 10.57 | | 19 12.8 | | 0.308600 | 53 |
| | | — 44.89 | | + 4 9.0 | | |
| 11 | 33 25.68 | | 15 3.8 | | 0.307898 | 51 |
| | | — 45.62 | | + 4 7.3 | | |
| 12 | 32 40.06 | | 10 56.5 | | 0.307254 | 50 |
| | | — 46.31 | | + 4 5.2 | | |
| 13 | 31 53.75 | | 6 51.3 | | 0.306667 | 49 |
| | | — 46.95 | | + 4 2.9 | | |
| 14 | 31 6.80 | | 2 48.4 | | 0.306137 | 47 |
| | | — 47.54 | | + 4 0.1 | | |
| 15 | 30 19.26 | | — 2 58 48.3 | | 0.305667 | 46 |
| | | — 48.09 | | + 3 57.3 | | |
| 16 | 29 31.17 | | 54 51.0 | | 0.305256 | 45 |
| | | — 48.58 | | + 3 54.1 | | |
| 17 | 28 42.59 | | 50 56.9 | | 0.304904 | 45 |
| | | — 49.03 | | + 3 50.5 | | |
| 18 | 37 53.56 | | 47 6.4 | | 0.304613 | 44 |
| | | — 49.42 | | + 3 46.7 | | |
| 19 | 27 4.14 | | 43 19.7 | | 0.304383 | 43 |
| | | — 49.75 | | + 3 42.7 | | |
| 20 | 26 14.39 | | 39 37.0 | | 0.304211 | 43 |
| | | — 50.05 | | + 3 38.3 | | |
| 21 | 25 24.34 | | 35 58.7 | | 0.304106 | 43 |
| | | — 50.27 | | + 3 33.7 | | |
| 22 | 24 34.07 | | 32 25.0 | | 0.304059 | 43 |
| | | — 50.44 | | + 3 28.8 | | |
| 23 | 23 43.63 | | 28 56.2 | | 0.304073 | 43 |
| | | — 50.58 | | + 3 23.6 | | |
| 24 | 22 53.05 | | 25 32.6 | | 0.304149 | 43 |
| | | — 50.66 | | + 3 18.2 | | |
| 25 | 22 2.39 | | 22 14.4 | | 0.304285 | 43 |
| | | — 50.66 | | + 3 12.7 | | |
| 26 | 21 11.73 | | 19 1.7 | | 0.304484 | 44 |
| | | — 50.62 | | + 3 6.8 | | |
| 27 | 20 21.11 | | 15 54.9 | | 0.304743 | 44 |
| | | — 50.54 | | + 3 0.7 | | |
| 28 | 19 30.57 | | 12 54.2 | | 0.305062 | 45 |
| | | — 50.40 | | + 2 54.6 | | |
| 29 | 18 40.17 | | 9 59.6 | | 0.305442 | 46 |
| | | — 50.22 | | + 2 47.8 | | |
| 30 | 17 49.95 | | 7 11.8 | | 0.305881 | 47 |
| | | — 49.97 | | + 2 41.4 | | |
| Mei 1 | 16 59.98 | | 4 30.4 | | 0.306379 | 48 |
| | | — 49.68 | | + 2 34.5 | | |
| 2 | 16 10.30 | | 1 55.9 | | 0.306936 | 49 |
| | | — 49.35 | | + 2 27.6 | | |
| 3 | 15 20.95 | | — 1° 59 28.3 | | 0.307551 | 51 |
| | | — 48.97 | | + 2 20.3 | | |

| 12u M.t. Berl. | AR | Diff. | Decl. | Dif. | log. △ | Aberratie-tijd. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Mei 4 | 14u 14m 31s.98 | | − 3° 57′ 8″.0 | | 0.308224 | 52 |
| | | − 48.54 | | + 2′ 13.0 | | |
| 5 | 13 43.44 | | 54 55.0 | | 0.308954 | 54 |
| | | − 48.07 | | + 2 5.8 | | |
| 6 | 12 55.37 | | 52 49.2 | | 0.309739 | 56 |
| | | − 47.56 | | + 1 57.8 | | |
| 7 | 12 7.81 | | 50 51.4 | | 0.301579 | 58 |
| | | − 47.01 | | + 1 50.3 | | |
| 8 | 11 20.80 | | 49 1.1 | | 0.311475 | 17 0 |
| | | − 46.41 | | + 1 42.6 | | |
| 9 | 10 34.39 | | 47 18.5 | | 0.312424 | 2 |
| | | − 45.78 | | + 1 34.5 | | |
| 10 | 9 48.61 | | 45 44.0 | | 0.313426 | 4 |
| | | − 45.10 | | + 1 26.5 | | |
| 11 | 9 3.51 | | 44 17.5 | | 0.314480 | 7 |
| | | − 44.38 | | + 1 18.4 | | |
| 12 | 8 19.13 | | 42 59.1 | | 0.315586 | 10 |
| | | − 43.64 | | + 1 10.1 | | |
| 13 | 7 35.49 | | 41 49.0 | | 0.316743 | 12 |
| | | − 42.84 | | + 1 1.8 | | |
| 14 | 6 52.65 | | 40 47.2 | | 0.317949 | 15 |
| | | − 42.01 | | + 0 53.3 | | |
| 15 | 6 10.64 | | 39 53.9 | | 0.319204 | 18 |
| | | − 41.14 | | + 0 44.7 | | |
| 16 | 5 29.50 | | 39 9.2 | | 0.320506 | 21 |
| | | − 40.24 | | + 0 36.1 | | |
| 17 | 4 49.26 | | 38 33.1 | | 0.321854 | 24 |
| | | − 39.30 | | + 0 27.5 | | |
| 18 | 4 9.96 | | 38 5.6 | | 0.323248 | 28 |
| | | − 38.34 | | + 0 18.8 | | |
| 19 | 3 31.62 | | 37 46.8 | | 0.324685 | 31 |
| | | − 37.34 | | + 0 10.2 | | |
| 20 | 2 54.28 | | 37 36.6 | | 0.326166 | 35 |

**Sterrenkunde.** — De Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN biedt, namens den Heer C. EASTON, een opstel aan, getiteld: *„Over de groepeering van de sterren in den melkweg"*.

De meeste sterrenkundigen, die zich met vraagstukken, den bouw van ons sterrenstelsel betreffend, hebben beziggehouden, waren geneigd, aan den melkweg een ruw ringvormige gedaante toe te kennen. Reeds Sir JOHN HERSCHEL, ofschoon hij in zijn *Outlines* naast den „flat ring" plaats laat voor „some other reentering form" (§ 788) helde bepaald tot de ring-theorie over, zooals ook blijkt uit zijn woorden door MARY SOMERVILLE aangehaald: „that the milky way is not a mere stratum, but annular . . ." (*Kosmos*, 3e Deel, III, noot 99). Op de aangehaalde plaats volgt echter onmiddellijk weer een „at least" met een voorbehoud; 'tgeen ook natuurlijk is, want Sir JOHN had zelf menige waarneming en opmerking gemaakt, die

slecht in dat kader paste. PROCTOR trachtte de theorie pasklaar te maken, maar in weerwil van zijn vele, soms vernuftige beschouwingen, kon hij zijn zoogenaamde spiraal (*Monthly Notices* R. A. S., XXX, p. 50), niet verder brengen dan tot een ring met een in menig opzicht hinderlijk aanhangsel. Hij beschikte ook niet over veel meer materiaal dan Sir JOHN HERSCHEL zelf. Dat de ring-theorie, zij 't op de een of andere manier gewijzigd, zoolang in eere is gehouden, zal wel toegeschreven moeten worden aan de omstandigheid dat zoowel W. HERSCHEL's eerste (stratum-)theorie, als F. G. W. STRUVE's denkbeeld van naar het melkwegvlak dichter wordende lagen, volstrekt onhoudbaar zijn gebleken, en men voorloopig niets beters bij de hand had dan de ring-theorie. Maar wellicht kan uit de hier volgende beschouwingen het besluit getrokken worden, dat ook de ring-theorie, gewijzigd of ongewijzigd, onhoudbaar is, al is het nog onzeker, of in de plaats daarvan iets beters gegeven kan worden.

Waar zou de zon binnen in den ring (een ruimte die men zich natuurlijk als dunner met sterren bezaaid heeft te denken) moeten staan? In of bij het middelpunt? Maar op een helderen September-avond kan men met één oogopslag zien dat het deel van den melkweg tusschen Cassiopeia en Monoceros aanmerkelijk zwakker is dan het gedeelte van Cassiopeia tot Aquila; en in het zuidelijk halfrond neemt men iets dergelijks waar. Nu kan tot zekere hoogte zelfs rechtstreeks aangetoond worden, dat de intensiteit van het melkwegschijnsel over het algemeen, en mits men niet zeer kleine uitgestrektheden beschouwt, een goeden maatstaf oplevert voor de talrijkheid van de sterren [1]). Men kan trouwens het overwicht van het aantal sterren in de Aquila-streek van den melkweg ($XVIII^h$) boven het aantal in de Monoceros-streek ($VI^h$), ook in getallen uitdrukken. Het gemiddelde van de waarden uit W. HERSCHEL's peilingen in de eerstgenoemde streek verkregen, bedraagt 161,5, tegen 82,5 aan den tegenovergestelden kant. En dat deze uitkomst niet aan toevalligheden bij het peilen toe te schrijven is, bewijst de overeenkomst van CELORIA's resultaat, toen hij bij het stelselmatig tellen van alle sterren tot aan de elfde grootte, in een gordel tusschen 0° en + 6° ongeveer, 58,883 sterren vond in den melkweg aan den Aquila-kant, tegen 43,822 aan den Monoceros-kant. (F. G. W. STRUVE,

[1]) J. PLASSMANN, in de *Mittheilungen d. Verein. v. Freunden d. Astron. u. Kosm. Physik*, III (1893), p. 102; schrijver dezes in *Astr. Nachrichten*, Bd. 137 (3270).

*Etudes d'Astr. stellaire;* G. Celoria, *Pubbl. d. R. Osserv. di Brera in Milano*, XIII).

Dit toenemen van de sterren naar XVIII$^h$ is, zooals een blik op den hemel, of ook op die melkwegkaarten waar met de lichtverdeeling in het groot rekening gehouden is, dadelijk leert, niet het gevolg van een geheel toevallige groepeering van lichte en donkere plekken in den melkweg. In ieder geval zou men eerst, nadat alle andere verklaringen onhoudbaar waren gebleken, mogen berusten in deze opvatting: dat de plaatselijke onregelmatigheden van een melkwegring zich toevallig en toch in schijn stelselmatig, naar de eene helft van dien ring ophoopten. Het ligt daarentegen voor de hand het verschijnsel te verklaren, door het aannemen van een uitmiddelpuntige ligging van onze zon binnen zulk een hypothetischen melkwegring.

Encke, in zijn kritiek van Struve's *Etudes (Astr. Nachr.* 1843, no. 622. Bd. XXVI, p. 336) verlangt dat men, dit laatste onderstellend, tusschenliggende waarden voor de sterdichtheid zal geven, die door een suppositie ten aanzien van het bedrag der uitmiddelpuntigheid verklaard kunnen worden. Dit nu is vooralsnog onmogelijk, en tot zekere hoogte zal het, wegens de klaarblijkelijk sterke locale onregelmatigheden in den melkweg, wel altijd onmogelijk blijven. Wij bezitten ook geen gordelwaarnemingen, zooals die van Celoria, voor galactische lengten van 45°, 90°, enz. (het snijpunt van den melkweg met den equator in XVIII$^h$ als nulpunt aangenomen), en Palisa, Peters, enz. hebben bij het samenstellen van hun ecliptica-kaarten de melkwegstreken grootendeels vermeden. Misschien zouden de peilingen van W. Herschel en van dr. Epstein te Frankfort a. d. Main — hoewel die van eerstgenoemde ter nauwernood hoog genoeg in breedte reiken — voor dit doel bewerkt kunnen worden; anders zullen wij moeten wachten op de voltooiing van den internationalen catalogus en de fotografische hemelkaart. Maar met het oog op het belang van dit punt vinde één poging om enkele hoofdtrekken van de verhouding der sterdichtheid in den melkweg in cijfers uit te drukken, hier een plaats.

Houzeau geeft in zijn *Uranographie générale* 33 plekken aan, over den melkweg in de beide halfronden verdeeld, waarvoor hij de intensiteit van het melkweglicht geschat heeft. Ofschoon zijn methode wel onnauwkeurige uitkomsten moest opleveren, mag men ongetwijfeld zijn waarde 5—6 voor de intensiteit van een melkwegvlek „vrij helder", die van 5 en 4—5 „helder" noemen. Den melkweg over Crux en Cassiopeia in twee helften deelend, telt men in de Monoceros-helft 5 vrij heldere en geen heldere, in de Aquila-helft

7 vrij heldere en 7 heldere plekken. Dit komt dus overeen met het algemeen resultaat der sterpeilingen en tellingen van HERSCHEL en CELORIA. Neemt men nu alleen de strook tusschen + 45° en — 45° in aanmerking, dan vindt men daarin alleen 2 vrij heldere plekken in de Monoceros-helft, tegen 6 vrij heldere en 5 heldere in de Aquila-helft.

Hieruit volgt, dat de ster-ophoopingen in de Aquila-streek tusschen + 45° en — 45° betrekkelijk het talrijkst zijn; in de overeenkomstige Monoceros-streek betrekkelijk het minst talrijk: de verhouding is nu geworden $1 : 5^1/_2$, terwijl ze voor de twee helften van den melkweg was $1 : 2^4/_5$. Overigens blijkt uit de kaarten duidelijk genoeg, dat tusschen Cygnus en Auriga de algemeene helderheid van den melkweg van Cygnus af al minder en minder wordt, en evenzoo is dit het geval tusschen Norma en Argo, van Norma af. Verder in bijzonderheden gaat de gradatie zeker niet altijd: zoo is bijvoorbeeld de melkweg tusschen $\alpha$ Persei en $\alpha$ Aurigae veel zwakker dan tusschen $\alpha$ en $\vartheta$ Aurigae.

Zulke plaatselijke onregelmatigheden beletten, zooals gezegd is, het aanwijzen van een maximum van waar uit de helderheid van den melkweg gestadig afneemt. Maar in hoofdzaak wordt het voorgaande nog bevestigd door J. HERSCHEL's beschrijving van den melkweg in het zuidelijk halfrond. Hij wijst (*Cape Observ.* 386) de streek tusschen het Altaar, de staart van den Schorpioen, de hand en de boog van den Schutter en den rechtervoet van den Slangendrager aan, als het rijkste gewest. (Niet, zooals men vaak meent, de streek bij het Zuiderkruis en in Carina, die haar pracht vooral ontleent aan de menigte heldere sterren: daar is het snijpunt van den melkweg met Sir JOHN HERSCHEL's „belt of bright stars". (*Cape Obs.* 385: Gould, *Uranometria Argentina* 370), HERSCHEL heeft aan den noordelijken melkweg geen bijzondere aandacht gewijd (Verg. wat hij zegt van de streek tusschen Scutum en $\alpha$ Cygni, *C. Obs.* 386), maar HUMBOLDT, de boven aangehaalde uitspraak van HERSCHEL bevestigend, voegt er bij: „Het naast in rijkdom bij dit schoone zuidelijke gewest des hemels komt, aan onzen noordelijken hemel, de bevallige en sterrenrijke streek in den Arend en den Zwaan" (*Kosmos*, 3, III, 185). Neemt men nog in aanmerking dat in den Arend en den Zwaan de „stroom van heldere sterren" verstrooid en vrijwel onmerkbaar, en dat het melkweglicht daar veel gelijkmatiger is, zonder de „peculiar features" die, zooals HERSCHEL zegt, het gewest van Sagittarius zoo aantrekkelijk maken; en voorts dat de Scutum-vlek tot de allerhelderste plekken van den hemel behoort, dan schijnt men wel gerechtigd te zijn, de streek Norma-Lacerta in haar geheel als het helderste deel

van de heldere helft van den melkweg te beschouwen, en — wat trouwens reeds STRUVE gedaan heeft — de oorzaak van het geheele verschijnsel te zoeken in de uitmiddelpuntige plaats van de zon in het melkwegstelsel, naar den kant van het sterrenbeeld Monoceros.

Ook Sir JOHN HERSCHEL nam aan, dat de zon dichter tot een der deelen van den Melkweg nadert, maar hij plaatste de zon dicht bij de streek $\eta$ Argûs — $\alpha$ Centauri, omdat deze zoo helder is (en wellicht ook om den gewrongen en vrij goed begrensden vorm, vgl. *Cape Obs.* 385)[1]. Dat HERSCHEL's conclusie daaruit juist andersom had moeten luiden, wordt hierna betoogd.

Het is niet moeilijk, zich den aanblik van den hemel voor te stellen bij de verschillende standen waarin men zich de zon denken kan ten opzichte van den als een ring opgevatten melkweg.

Men kan daarbij vijf gevallen onderscheiden: *a.* zon in het centrum; *b.* zon uitmiddelpuntig binnen den ring; *c.* zon aan den binnenrand van den ring; *d.* zon in den ring zelf; *e.* zon aan den buitenrand van den ring. Het voorkomen van den melkweg wordt dan:

*a.* Geenerlei overwicht van de onregelmatigheden in helderheid, verhouding tusschen groote en kleine sterren, breedte, enz., naar eenige zijde.

*b.* Melkwegschijnsel zwakker bij 180° dan bij 0° (het nulpunt ligt in het verlengde van de lijn, uit de zon naar het centrum van den melkweg getrokken); tot voorbij 90° (en 270°) sneller, vervolgens langzaam of nagenoeg niet meer toenemend naar 0°. Zeer heldere sterren talrijk tusschen 180° en 90°, minder wordend naar 0°. toe, zwakke sterren omgekeerd. Breedte aanzienlijker bij 180° dan bij 0°.

*c.* Het verschil in breedte tusschen 0° en 180° is veel aanzienlijker dan bij *b*, het maximum der zwakke sterren ligt nog tusschen 0° en 90°, het max. der heldere sterren ongeveer bij 90°; bij 180° is de melkweg zeer breed geworden, vaag en uiterst flauw, het hangt zelfs van de dikte van den ring af, òf hier nog melkwegschijnsel te zien zal zijn.

*d.* Bij 180° zal geen melkwegschijnsel meer zijn, ook weinig heldere sterren. Tusschen 180° en 90° begint dan een zwak schijnsel te ontstaan, snel toenemend in helderheid naar 90°, vooral gemengd met veel heldere sterren die voorbij 90° haar maximum-

[1]) Dat HERSCHEL de zon niet het dichtst bij het toch veel helderder gedeelte in Sagittarius plaatst, zal wel daaraan liggen (ofschoon hij het misschien in zijn werken nergens uitdrukkelijk zegt), dat hij zich de streek Ara-Ophiuchus voorstelt als gevormd door vóór elkaar geprojecteerde deelen op verschillenden afstand (*Outlines* § 788) en de deelen tusschen $\eta$ Argûs en $\alpha$ Centauri als een enkelvoudige strook.

aantal bereiken. Eerst (bij 180°) bijna over den geheelen hemel verspreid, wordt het schijnsel in een al smaller toeloopende strook steeds sterker, totdat het aantal zwakke sterren tusschen 90° en 0° zijn maximum bereikt, om vandaar tot 0° weer iets in helderheid af te nemen.

*e*. Heeft het onder *d* beschreven verschijnsel al weinig meer van een melkweg, thans kan er nog slechts sprake zijn van een lensvormig schijnsel met een langgestrekte condensatie, dat slechts één zijde van den hemel beslaat, en nog minder dan een halfrond. Een ontzaglijke sterrenhoop dus, zich gedeeltelijk als nevelvlek voordoende.

De algemeene aanblik van den melkweg, en de boven aangehaalde uitkomsten van de sterpeilingen en -tellingen zijn in volkomen overeenstemming met geval *b*, — met uitzondering echter van het laatste punt: de *breedte* van den melkweg.

De melkwegteekeningen zijn te dien aanzien niet eenstemmig. Volgens Boeddicker's en Easton's kaarten zou de melkweg in de Monoceros-streek iets breeder zijn (5 tot 10 graden), de buitenste stroomingen meêgerekend; volgens die van Gould is hij daar echter eerder iets smaller dan in XVIII^h^. Maar verwonderlijk is het, dat men niet dadelijk een veel aanzienlijker breedte aan één zijde van den melkweg bespeurt, terwijl het overwicht van de *lichtsterkte* naar den Aquila-kant onmiddellijk in het oog springt.

Wij bezitten echter een veel zekerder middel om de breedte te meten van den physischen melkweg (in tegenstelling met den optischen): de streek namelijk waar de sterdichtheid grooter is dan de gemiddelde. Celoria geeft in zijn verhandeling *Sopra alcuni scandagli del cielo* (Ibid. tav. V) een grafische voorstelling van de sterdichtheid in de door hem onderzochte equatoriale strook van den hemel, zoowel voor de door hemzelf getelde sterren (0—11 mgn.) als voor die van de Bonner Durchmusterung, en voor de sterpeilingen van Herschel tusschen + 20° en — 20°, gereduceerd tot de strook 0° + 6°. Door de breedte van de verheffing boven de lijn van het gemiddelde te meten verkrijgt men de volgende uitkomsten :

1. Blijft men bij de sterren van Argelander's Durchmusterung, dan is — met inbegrip van de zijtakken in Orion — de melkweg in VI$^h$ ongeveer 8° breeder dan in XVIII$^h$ (de twee hoofdtakken in deze laatste streek zijn nog nagenoeg onzichtbaar, maar voor een deel is dit ook daaraan toe te schrijven dat de westelijke tak hier slechts even over den bovenrand van den gordel heenkomt).

2. Bij Celoria daarentegen (0—11 mgn.) beslaat de geheele

melkweg omstreeks anderhalf maal grooter breedte in XVIII^h dan in VI^h; zelfs de hoofdtak (oostelijke tak) in Aquila alléén is nog iets breeder dan de geheele melkweg in Monoceros.

3. Bij de uitkomsten, uit het gemiddelde der peilingen van William Herschel verkregen, is evenzoo de melkweg in XVIII^h nog iets breeder dan in VI^h.

Plaatselijke toevalligheden kunnen, althans bij de uitkomsten uit Herschel's peilingen verkregen, niet de oorzaak zijn van deze verhouding in breedte, die klaarblijkelijk niet met de eischen van geval *b* in overeenstemming te brengen is. Hoe zou men nu, bij het aannemen van de ring-theorie, ontkomen aan dit dilemna: òf dat de sterren zich toevallig ophoopen naar de eene helft van den ring, òf dat een — al even onaannemelijk — verbreeden van den ring naar éene zijde plaats heeft?

Het schijnt voor de hand te liggen, de algemeene oorzaak van deze eigenaardigheid in de breedteverhoudingen van den melkweg te zoeken in de „klassieke" splitsing in twee takken, over bijna den halven omtrek van den lichtgordel. Op de globes en de oude atlassen wordt de melkweg immers aldus afgebeeld: een enkelvoudige, onafgebroken strook van Cygnus over Monoceros naar Centaurus, en vandaar tot Cygnus twee naast elkaar loopende takken.

Maar afgezien nog van het zonderlinge van zulk een splitsing van een ring over den halven omtrek — eigenlijk een verdubbeling, want de twee takken bevatten tezamen tweemaal zooveel sterren als de ongesplitste helft — belet een afdoend argument ons, deze verklaring van het verschijnsel te aanvaarden: d. i. dat de klassieke splitsing van de eene helft van den melkweg in werkelijkheid al evenmin bestaat als de onverdeelde strook in de andere helft.

Het is gemakkelijk in te zien, dat de schilderachtige en in hoofdzaak zeer juiste, maar toch hier en daar onvolledige beschrijving, en vooral de inderdaad zeer oppervlakkige teekening (bij zwak lamplicht gemaakt), die Sir John Herschel over den melkweg in het zuidelijk halfrond openbaar gemaakt heeft, aanleiding hebben gegeven tot het bestendigen van deze dwaling; in verband met de omstandigheid dat eerst in den laatsten tijd door verschillende waarnemers een uitvoerige studie gemaakt is van het noordelijke deel van den melkweg, waar het onhoudbare van de overgeleverde voorstelling al zeer spoedig blijkt. In het zoogenaamd enkelvoudige gedeelte zijn de eigenlijke splitsingen zelfs veel talrijker dan tusschen Cygnus en Centaurus; tusschen $\alpha$ Centauri en $\eta$ Serpentis zouden vertakkingen, van den hoofdstroom uitgaande en telkens neiging vertoonend, zich

er weer mede te vereenigen, in enkele woorden den algemeenen aanblik het best weergeven, terwijl tusschen $\eta$ Serpentis en $\alpha$ Cygni (of liever $\varepsilon$ Cassiopeiae, ongeveer) de zijtak veeleer beschouwd kan worden als een ontzaglijk aanhangsel dat tusschen $\alpha$ en Cygni zijn voornaamste aanknoopingspunt met den hoofdstroom bezit.

Zonder hierop nu nader in te gaan, moge dienaangaande verwezen worden naar de kaarten van Gould, Boeddicker en van schrijver dezes.

Met eenige verbeeldingskracht en veel goeden wil kan men echter van $\gamma$ en $\delta$ Cygni over $\varepsilon$ Aquilae, $\vartheta$ Ophiuchi en $\alpha$ Centauri, een strook vinden waar de intensiteit van het melkwegschijnsel over het geheel grooter is dan tusschen die lijn en den hoofdtak, en men zou zelfs de stroomingen tusschen $\delta$ Cygni en $\varkappa$ Cassiopeiae, en verder over $\zeta$ Persei, de Hyaden, $\delta$ Orionis en $\varepsilon$ Canis Majoris kunnen beschouwen als de voortzetting van dit secundaire melkweggebied, dat aldus den geheelen hemel omcirkelen, en den hoofdtak van den melkweg, in Cassiopeia en Crux, onder een kleinen hoek snijden zou. Brengt men daarmede in verband de beschouwingen van Sir John Herschel en Gould over den gordel van heldere sterren (Herschel, *Cape Obs.* § 321, Gould, *Amer. Journal of Sc. and Arts*, VIII, n⁰. 47; *Uran. Argent.*, 354) dan schijnen we op den goeden weg te zijn. Want het aldus opgevatte verschijnsel zou dan wijzen op verschillende vlakken waarin zoowel de heldere als de zwakke sterren zich ophoopen, en wij staan ook voor het opmerkelijk feit dat Celoria — langs een geheel anderen weg dan die ons geleid heeft tot het verwerpen der theorie van één melkwegring — den bouw van het sterrenstelsel opvat als *twee* sterrenringen, gelegen in vlakken, die elkaar onder een hoek van 19° of 20° snijden en van welke de een (zijstroom) vooral de helderste en waarschijnlijk dichterbij zijnde, de ander de zwakkere en waarschijnlijk gemiddeld verderaf zijnde sterren bevat (Celoria, *ibid.* 42).

Men kan nu — aannemende dat de middelpunten der twee ringen niet samenvallen, en gelegen zijn buiten de snijlijn van de vlakken die door de ringen heengaan — de zon een plaats aanwijzen tusschen die snijlijn en de middelpunten in, d. w. z. naar den Monoceros-kant, van de middelpunten af gerekend; maar naar den Aquila-kant, indien men van de snijlijn der vlakken uitgaat. Daardoor wordt zoowel de overmaat van sterren naar den Aquila-kant, als de grootere breedte van het melkweggebied in diezelfde richting ongedwongen verklaard.

Uit het voorgaande volgt echter nog niet de bijzonderheid, dat

de melkweg in de Monoceros-streek breeder schijnt dan aan de overzijde zoolang men geen lagere stergrootten in rekening brengt dan die van de B. D. De meest aannemelijke verklaring hiervoor zal wel zijn, dat men zich den zijring (die waarin de meeste heldere sterren liggen) veel kleiner moet denken dan den hoofdring. Nadert een gedeelte van dezen kleinen ring aldus dicht tot de zon, dan gaat de *breedte* van dezen ring een belangrijk aandeel nemen in de breedte van het melkweggebied in die richting. Beperkt men zich dus tot de betrekkelijk heldere sterren van de *B. D.*, dan schijnt de melkweg in de Monoceros-streek breeder. Maar in HERSCHEL's teleskoop (en in mindere mate reeds in dien van CELORIA) wordt dit dichtbijliggend deel van het melkwegstelsel opgelost; van den *physischen* melkweg, bij het geheel van die sterren gevormd, maken dan deze betrekkelijk weinig talrijke sterren geen deel meer uit. Naar de zijde van $VI^h$ R. O. blijft dus nog slechts het dichtstbijgelegen deel van den grooten ring over, dat in breedte achterstaat bij de projectiën van het verder afgelegen (althans niet in sterren opgeloste) deel van den binnensten ring, en van het verre deel van den buitensten ring te zamen.

Men moet zich, volgens den aanblik van den binnensten ring aan den hemel (vgl. geval *c* hiervóór met de melkwegkaarten), den binnenrand van den binnensten ring vrij dicht bij de zon denken. Daartoe kan men zich voorstellen dat de zon zeer dicht bij de snijlijn der beide vlakken ligt; dit komt ook beter overeen met het feit, dat de snijpunten der beide ringen omstreeks 180° van elkaar af schijnen te liggen (Crux en Cassiopeia). Daarentegen kan een kleine noordelijke declinatie van de zon ten opzichte van den hoofdring van den melkweg — zooals die uit de algemeene sterverdeeling schijnt te volgen (HERSCHEL, *Outlines*, p. 578), behouden blijven indien men het Monoceros-deel van den binnensten ring dicht tot die snijlijn laat naderen. De snijpunten van de beide hypothetische ringen zijn overigens ook slechts met benadering uit het melkwegbeeld op te maken, en de afwijking zou zelfs geheel onbeteekenend worden, als men — waarop ook andere overwegingen schijnen te wijzen — aannam, dat de „melkwegringen" volstrekt niet zoo enorme afmetingen hebben in verhouding tot de bekende afstanden der naaste vaste sterren, als men vaak aanneemt.

Stelt men zich den binnensten ring klein voor, dan behoeft de zon ook niet tusschen de snijlijn en de beide middelpunten geplaatst te worden: die plaats kan dan ook zijn tusschen de snijlijn en den Monoceros-kant van de ringen, en dit komt nog beter overeen met het verschil in sterdichtheid aan de beide kanten. Véél maakt het

niet uit, daar de zon in elk geval niet ver van de snijlijn af geplaatst mag worden (vgl. ook Ristenpart, *Veröffentl. d. grhz. Sternw. Karlsruhe*, 1893).

Het andere deel van den binnensten ring mag echter niet dicht tot de zon naderen; want terwijl het melkwegschijnsel in de Orionstreek, waar de heldere sterren talrijk zijn, zwak is of geheel onbeteekenend, vertoont het tegenovergestelde gedeelte van den zijtak, daar waar de „belt of bright stars" onmerkbaar wordt, over het geheel een vrij helder, en hier en daar een zeer helder melkwegschijnsel. Celoria zegt daarvan: „Stelle già di grande, sebbene non di massima distanza" (*Ibid.* 42). Deze noodzakelijkheid om het middelpunt van den binnensten ring niet alleen van het middelpunt van den buitensten ring te doen afwijken, maar daarenboven vrij ver buiten het vlak van dien ring te plaatsen, is wellicht het zwakste punt van de voorafgaande verklaring der hoofdtrekken van het melkwegfenomeen. Dit bezwaar zou grootendeels uit den weg geruimd worden: het middelpunt van den kleinen ring zou in de snijlijn van de beide vlakken kunnen vallen (al liep dan ook die snijlijn nog niet door het middelpunt van den grooten ring), indien men mocht aannemen dat het sterke melkwegschijnsel van het gedeelte van den zijring dat aan de Aquila-kant ligt — het feit dus, dat dit gedeelte ook in Herschel's grooten kijker niet „opgelost" wordt, zooals het tegenoverliggende — *in dit geval* toe te schrijven ware, niet aan grooteren afstand van de zon, maar aan een reëele verdichting der sterren in die richting. Immers, Celoria neemt de gemiddelde lichtsterkte der sterren, in enkele zeer groote groepen verdeeld, als benaderenden maatstaf voor den afstand aan, en laat uitsluitend daarvan de „oplosbaarheid" afhangen; maar waar men nu in Celoria's overigens zoo zwakken „secundairen ring" een niet zeer uitgestrekt en buitengewoon helder gedeelte ziet optreden, ligt 't toch voor de hand, dat dit melkweggedeelte niet, met een groote bocht, plotseling veel verder van ons af gezocht zou moeten worden, maar dat men de minder gemakkelijke „oplosbaarheid" hier aan een reëele, plaatselijke verdichting van de sterren moet toeschrijven. En uit hetgeen hierna volgt, zou men misschien mogen opmaken dat er reden bestaat om een werkelijke verdichting, ongeveer op de plaats die wij hier op het oog hebben, waarschijnlijk te achten. De boven aangegeven verklaring zou daarmede aan ongedwongenheid winnen.

Hoezeer nu ook de theorie van Celoria, aldus opgevat, een aannemelijke verklaring kan geven van de hoofdtrekken der sterverdeeling aan den hemel — zoodra men eenigszins meer in bijzonderheden

afdaalt zal men moeten erkennen dat ook deze theorie onvoldoende is. De studie van het melkwegbeeld [1]) wijst ontwijfelbaar uit: 1°. dat in werkelijkheid het galactische fenomeen niet voortgebracht kan zijn door de projectie van twee zelfstandige ringen; 2°. dat men den zijring (Orion-Ophiuchus) zeker niet met CELORIA mag beschouwen als een van twee afzonderlijke, onafgebroken ringen, („due anelli distinti, nè mai interrotti nel loro corso" — CEL. *Ibid*, 41), en hoogst waarschijnlijk den hoofdring evenmin. Wat wij, de helderheidsverdeeling zeer in het algemeen beschouwend, voor het gemak den tweeden ring genoemd hebben, zijn aanhangsels of vertakkingen van den eersten ring (of ook omgekeerd: deelen van den hoofdring kunnen aanhangsels zijn van deelen van den zijring); hoogstens mag men aannemen dat de helderste deelen van die zijstroomingen, (ten opzichte van hetgeen men gewoon is, den hoofdstroom te noemen) *ongeveer* in een zelfde vlak liggen.

Samenvoegingen en verbindingsstroomingen tusschen de twee ringen — en niet enkel in de „knoopen" bij Crux en Cassiopeia — zouden, met het oog op de zeer verschillende grootte die wij aan die ringen moeten geven, reeds op zichzelf vreemd zijn; maar moet men daarenboven aan een van de ringen, waarschijnlijk echter aan beide, ook nog continuïteit ontzeggen, dan kan men hier bezwaarlijk meer spreken zelfs van een gewijzigde ring-theorie.

Daarentegen zal wel door geen deskundige meer volgehouden worden dat de sterren, sterophoopingen en nevelpartijen geheel ordeloos door het melkwegvlak verdeeld zijn. Reeds Sir JOHN HERSCHEL heeft klemmende argumenten bijeengebracht voor een zekere structuur, althans in sommige deelen van den melkweg; deze beschouwingen zijn door PROCTOR uitgewerkt, en uit de fotografieën en waarnemingen zou dit betoog wellicht nog versterkt kunnen worden. In het bijzonder geldt dit voor een, min of meer onregelmatige, bandvormige of strookvormige samenstelling van sommige deelen van den melkweg. Daaruit behoeft echter nog niet te volgen, dat zulke strooken altijd loodrecht op de gezichtslijn loopen, noch dat ze aaneengesloten zijn tot een of meer ringen, noch dat de *geheele* melk-

---

[1]) Sedert tien jaar ongeveer beschikken wij voor deze studie over materiaal, dat hoezeer nog lang niet voldoende, toch zoo rijk is als men in den tijd van Sir JOHN HERSCHEL en RICHARD PROCTOR wel niet durfde hopen. Zonder te spreken over de teekeningen en beschrijvingen van den melkweg in de beide halfronden, in den laatsten tijd openbaar gemaakt, kan men o. a. verwijzen naar de fotografische afbeeldingen van WOLF, BARNARD, RUSSELL en PICKERING.

weg uit zulke strooken bestaat. Het tegendeel schijnt uit de voorafgaande beschouwingen te volgen.

---

Men kan zich met deze negatieve uitkomst vergenoegen. Wil men echter een poging wagen om met behulp van een onderstelling althans bij benadering de voornaamste onderdeelen van het melkwegfenomeen te verklaren, dan zou met enkele woorden de aandacht gevestigd kunnen worden op het volgende:

1. Los verspreide ringsegmenten en sterophoopingen, zonder eenig onderling verband, zijn in den M.W. moeilijk aan te nemen.

2. Niet ver van de streek die, volgens de vorige beschouwingen, ongeveer in het midden van het stelsel komt te liggen, bevinden zich, tusschen $\alpha$ en $\beta$ Cygni ongeveer, lichtvlekken die door haar buitengemeenen glans de aandacht trekken. Hier (bij $\gamma$, $\varphi$ en 60 Cygni), hebben W. HERSCHEL en EPSTEIN de rijkste teleskopische velden aangetroffen. Zelfs vergeleken bij de heldere plekken in den hoofdtak behoort dit gedeelte tot de helderste van den hemel, 't geen te opmerkelijker is daar de groote vlek $\beta$ – $\gamma$ Cygni in de zooveel zwakkere zijtakken gelegen is (de vlek $\alpha$—A Cygni ligt juist op de melkwegas). Nergens in de zijtakken vindt men een vlek die met deze in glans te vergelijken is; alleen in de hoofdtak zijn enkele kleine plekken (bij $\gamma$ en $\mu$ Sagittarii, en de noordelijkste in Scutum), nóg helderder, maar de oppervlakte van de vlek $\beta$—$\gamma$ Cygni is bijna anderhalf maal grooter dan die van deze laatste te zamen. Dat de helderheid van deze vlek in Cygnus minder in 't oog valt, ligt grootendeels aan haar reeds zeer heldere omgeving, terwijl de kleine schitterende plekken in Sagittarius door betrekkelijk donkere gedeelten afgebroken worden.

Maar meer nog dan door den glans en de eenigszins lensvormige gedaante, is de vlek $\beta$—$\gamma$ Cygni exceptioneel door hare ligging, en ook door de omstandigheid dat ze, hoewel tamelijk op zichzelf staande, toch klaarblijkelijk verbonden is met: *a.* den tak in Ophiuchus; *b.* de zwakke stroomingen over $\alpha$ Cephei; *c.* de vlekken bij $\alpha$, $\pi$ Cygni, en de strooming tot aan $\beta$ Cassiopeiae; en verder *d.*, indirect, over 68 A Cygni, met den tak bij $\varepsilon$ Cygni en $\alpha$ Aquilae; en *e*, over 15 Cygni, misschien nog rechtstreeks met dezen laatste en met de vlekken bij 21 en 19 Aquilae.

3. GOULD heeft reeds de aandacht gevestigd op de verschillende wijze waarop het melkwegschijnsel naar buiten afneemt, in den hoofdtak en in de zijtakken. Bij den hoofdtak merkt men een *geleidelijke* lichtvermindering naar buiten op in het deel van $\alpha$ Centauri, over

Aquila tot in Perseus. Maar de streek tusschen Sagitta en $\sigma$ Cygni vormt een uitzondering. Men krijgt den indruk dat het verschijnsel teweeggebracht wordt door stroomingen en rijen van vlekken die zich op den binnenrand van den hoofdtak projecteeren, maar ter hoogte van $\gamma$ Sagittae plotseling naar den zijtak overspringen en eerst bij $\delta$ Cygni hun vorige plaats langs den hoofdtak weder innemen.

4. De uitloopers van het melkwegschijnsel („lateral offsets") wijzen op stroomingen ongeveer in de richting van de gezichtslijn.

5. Eigenaardigheden in de groepeering van de sterren, in het verband tusschen sterren en nevelpartijen, donkere spleten, enz., wijzen er op dat sommige gedeelten van den melkweg niet zeer ver van ons verwijderd kunnen zijn.

6. Analogie met de nevelvlekken, door Roberts gefotografeerd, in 't bijzonder M. 57 Canum Venaticorum, M. 101 Ursae Majoris, M. 74 Piscium.

7. Bij sterstroomingen in de richting van de gezichtslijn is de correlatie tusschen de verspreiding van heldere en zwakke sterren, vroeger voor enkele deelen van den melkweg aangetoond (*A. N.* 3270; *Versl. d. K. Akad.* 1894/95. pg. 183), evengoed verklaarbaar als bij een ring.

Een in 't algemeen en tot aan zekere stergrootte gelijkvormige verspreiding van de betrekkelijk heldere sterren, zooals die door Gould gevonden is (vgl. Celoria *ibid.* p. 45), is niet in tegenspraak met het aannemen van gekromde sterstroomingen; eerst wanneer deze niet langer een kleinen hoek met de gezichtslijn maken, en dus voor een veel grooter deel door een bepaalde bolschil heenloopen dan door een naburige, kunnen ze de algemeene uniformiteit der sterverdeeling verstoren. Dit laatste zal bij spiraalvormige windingen zoowel in het midden als aan de limiet van het stelsel plaats hebben vgl. Kapteyn, *Verslagen d. Kon. Akad. v. Wet.* 1892/93, en Holden *Public. Washburn Obs.* II.

Op grond van deze overwegingen zou men een spiraalvormige structuur van het melkwegstelsel waarschijnlijk kunnen achten — eenigszins in den vorm waarin zich M. 74 Piscium en 57 Can. Venat. op Roberts' fotografieën vertoonen — met een centrale verdichting in de richting van $\gamma$ Cygni. De zon zou dan (vgl. Gould, *Uran. Arg.*; Schiaparelli, *Sulla distributione delle stelle vis. ad occhio nudo*, en Kapteyn, *Verslagen* 1892/93) òf deel uitmaken van een secundaire sterrengroep, òf — wat misschien waarschijnlijker is — gelegen zijn op een plaats waar de verdichting, naar Cygnus toe, van sterren, even aanzienlijk als onze zon, of veel aanzienlijker (de

eerste in aantal overwegend naar het midden, de laatste naar de limiet van het stelsel) zich reeds sterk doet gevoelen, terwijl dan de stroomingen van veel kleinere sterren of sterachtige lichamen zich, door dien sterrenhoop heen, in spiraalvorm om grootere sterren zouden slingeren.

**Sterrenkunde.** — De Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN geeft eenige *„Opmerkingen over de verdeeling der sterren in de ruimte"*.

Een der weinige middelen ter bepaling van de verdeeling der sterren in de ruimte, waarover wij thans kunnen beschikken, is de bewerking der statistische gegevens omtrent het aantal sterren, die òf door hunne helderheid òf door hun spectrum òf door hunne beweging tot een bepaalde groep behooren. Deze gegevens moeten worden getoetst aan bepaalde hypothesen aangaande de verspreiding der sterren, en zoo de meerdere of mindere waarschijnlijkheid dier hypothesen doen kennen.

Belangrijke gevolgtrekkingen zijn reeds langs dezen weg verkregen, doch die, welke men heeft afgeleid uit eene statistiek der eigenbewegingen, missen nog vaak een goede basis, daar men gewoonlijk niet streng heeft nagegaan, welke uitkomsten de theorie, volgens eene zekere hypothese, voor het aantal sterren met bepaalde eigenbewegingen oplevert. Als eene uitnemende uitzondering vermeld ik echter de algemeene formules van ons medelid J. C. KAPTEYN in het zittingsverslag van Mei 1895, waardoor het aantal sterren wordt uitgedrukt wier eigenbewegingen bepaalde hoeken maken met de richting naar het apex, het punt waarheen zich ons zonnestelsel beweegt, en verlangend zien wij uit naar de resultaten, welke hij uit deze formules zal afleiden.

Juiste theoretische waarden van het aantal sterren wier eigenbewegingen eene bepaalde grootte hebben, heb ik nog te vergeefs gezocht.

Ten einde hieraan tegemoet te komen, heb ik eerst getracht, in de onderstelling dat alle sterren gelijke lineaire snelheden bezitten, die naar alle punten van de ruimte zijn gericht, terwijl het zonnestelsel zich met eene andere snelheid voortbeweegt, het aantal sterren te bepalen wier schijnbare beweging uit de zon gezien eene bepaalde angulaire grootte heeft.

Dadelijk stuit men dan op het vraagstuk, het oppervlak te bepalen dat door een excentrisch geplaatste cirkelvormige cilinder van een boloppervlak wordt afgesneden. De elliptische integraal, waartoe men dan geraakt, moet nog verder geïntegreerd worden naar den straal

van het cilindervlak en den afstand van de cilinderas tot het bolmiddelpunt, en het is mij niet mogen gelukken de uitkomst in een bruikbaren vorm voor te stellen. De juistheid der eenvoudige formule, welke door Dr. G. JAEGER in de Sitzungsberichte der K. Akad. der Wissenschaften te Weenen voor dit geval wordt gegeven, heb ik niet kunnen bewijzen, en meen ik te mogen betwijfelen.

Eenvoudiger wordt het vraagstuk als men niet de geheele grootte van de eigenbeweging in de formule invoert, maar de projectie op den grooten cirkel, welke van de ster naar het apex is gericht; men ontgaat dan geheel den invloed van de zonsbeweging, die wij bij al onze beschouwingen buiten rekening zullen laten.

Zij $b$ de grootte der voor alle sterren gelijke lineaire snelheden, en onderstellen wij dat hare richtingen in de ruimte gelijkmatig verspreid zijn; hieronder zullen wij verstaan, dat als men de richtingen van die bewegingen der sterren, in een deel van de ruimte, evenwijdig aan zichzelve overbrengt naar het middelpunt van een boloppervlak, het aantal snijpunten dier lijnen met een gedeelte van dat boloppervlak evenredig is met de grootte van dat gedeelte.

Denken wij ons nu tusschen twee boloppervlakken met de zon tot middelpunt en stralen $r$ en $r + dr$, een deel van de ruimte $v$, zoo klein dat zijne projectie op den hemelbol als een punt kan worden beschouwd. Zij het aantal sterren aldaar per eenheid van volume $n$, dan is het aantal sterren wier angulaire eigenbeweging ligt tusschen $p$ en $p + dp$ secunden gelijk aan:

$$n\,v \frac{r^2 p dp}{b \sqrt{b^2 - r^2 p^2}}.$$

De grootste waarde van $p$ in deze formule is $\frac{b}{r \sin 1''}$.

Zoo wij nu al deze op den hemelbol geprojecteerde bewegingen, tusschen 0 en $\frac{b}{r \sin 1''}$, projecteeren op een willekeurigen grooten cirkel, b.v. op dien, welke door het beschouwde punt en het apex is gebracht, dan zal het aantal sterren, voor welke deze projectie ligt tusschen $q$ en $q + dq$ secunden, worden voorgesteld door:

$$n\,v \frac{r \sin 1'' dq}{b}.$$

Voor de geheele ruimte tusschen de bolvlakken met $r$ en $r + dr$ tot stralen wordt dit aantal:

$$dA = 4\,\pi\,n \frac{r^3 \sin 1'' \, dr \, dq}{b}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

waarin $q <$ of hoogstens $= \frac{b}{r \sin 1''}$ is.

Men komt tot deze zelfde uitdrukking zoo men dadelijk al de eigenbewegingen in de ruimte projecteert op ééne richting.

Het is natuurlijk niet noodig dat $n$ voor al de punten tusschen de beide boloppervlakken gelijk zij; zoo dit niet het geval is stelt $n$ de gemiddelde dichtheid der sterren tusschen de beide oppervlakken voor.

Door integratie ten opzichte van $r$ en $q$ verkrijgt men dan het totaal aantal sterren, wier eigenbewegingen, geprojecteerd op een grooten cirkel loodrecht op de richting naar het apex, tusschen bepaalde grenzen $q_1$ en $q_2$ liggen.

Zij $q_1 > q_2$ dan zal als $q_1$ kleiner dan, of hoogstens gelijk aan $\frac{b}{r \sin 1''}$, of $r <$ of $= \frac{b}{q_1 \sin 1''}$, het aantal sterren op afstanden tusschen $r$ en $r + dr$ gelijk zijn aan:

$$4\,\pi\,n \frac{r^3 \sin 1'' \, dr}{b} (q_1 - q_2),$$

en dus in de geheele ruimte tusschen $r = 0$ en $r = r$:

$$A = \pi\,n \frac{r^4 \sin 1''}{b} (q_1 - q_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Binnen een boloppervlak, waarvan de straal hoogstens gelijk $\frac{b}{q_1 \sin 1''}$ is, is dus het aantal sterren evenredig aan het verschil der grenzen $q_1 - q_2$.

Onderstellen wij nu dat $r > \frac{b}{q_2 \sin 1''}$, dan zal men

$$4\,\pi\,n \frac{r^3 \sin 1'' \, dr \, dq}{b}$$

eerst integreeren ten opzichte van $r$ tusschen $r = 0$ en $r = \frac{b}{q \sin 1''}$,

daar op grooter afstand van de zon eene geprojecteerde eigenbeweging $q$ niet meer mogelijk is; men verkrijgt dan:

$$\pi\, n \frac{b^3}{q^4 \, sin^3 \, 1''} dq$$

en deze waarde, geïntegreerd tusschen $q_1$ en $q_2$, geeft voor het totaal aantal sterren:

$$B = \frac{1}{3} \pi\, n \frac{b^3}{sin^3 \, 1''} \left( \frac{1}{q_2^3} - \frac{1}{q_1^3} \right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

Zoo $r < \frac{b}{q_2 \, sin \, 1''}$ en $> \frac{b}{q_1 \, sin \, 1''}$, is het totaal aantal sterren gelijk aan de waarde $A$ (form. 2), voor $r = \frac{b}{q_1 \, sin \, 1''}$, vermeerderd met de sterren tusschen de boloppervlakken met $r = \frac{b}{q_1 \, sin \, 1''}$ en $r < \frac{b}{q_2 \, sin \, 1''}$. Om dit laatste aantal te vinden, integreert men eerst de uitdrukking (1) tusschen $q = \frac{b}{r \, sin \, 1''}$ en $q_2$. De aldus gevonden waarde:

$$4 \pi\, n\, r^2 \, dr - 4 \pi\, n\, q_2 \frac{r^3 \, sin \, 1''}{b} dr$$

wordt verder geïntegreerd tusschen $r$ en $r = \frac{b}{q_1 \, sin \, 1''}$, waardoor men vindt:

$$C = \pi\, n \left\{ \frac{4}{3} r^3 - \frac{4\, b^3}{3 q_1^3 \, sin^3 \, 1''} - \frac{q_2 \, r^4 \, sin \, 1''}{b} + \frac{q_2 \, b^3}{q_1^4 \, sin^3 \, 1''} \right\} \quad . \; (4)$$

Deze waarde optellende bij $A$ volgens (2), voor $r = \frac{b}{q_1 \, sin \, 1''}$, geeft

$$D = \pi\, n \left\{ \frac{4}{3} r^3 - \frac{b^3}{3\, q_1^3 \, sin^3 \, 1''} - \frac{q_2 \, r^4 \, sin \, 1''}{b} \right\} \quad . \; . \; . \; (5)$$

Indien nu de aangenomen hypothese van gelijke lineaire eigenbewegingen wordt uitgebreid, en wordt ondersteld dat men verschillende sterresoorten heeft met lineaire snelheden $b_1, b_2, b_3$ enz., waarvan het

aantal per volume-eenheid $n_1, n_2, n_3$ enz. bedraagt, met dien verstande dat deze grootheden de gemiddelde waarden voorstellen tusschen twee boloppervlakken met $r$ en $r + dr$ tot straal, en onafhankelijk zijn van $r$, dan wordt in het algemeen het totaal aantal sterren, wier geprojecteerde eigenbewegingen tusschen $q_1$ en $q_2$ liggen, voorgesteld door de som van $A$, $B$ en $D$, volgens de formules (2), (3) en (5), dus door:

$$N = \pi\, r^4 \sin 1''\, (q_1 - q_2) \Sigma \frac{n}{b} + \frac{4}{3} \pi\, r^3 \Sigma n - \frac{\pi}{3\, q_1{}^3 \sin^3 1''} \Sigma n\, b^3 -$$

$$- \pi\, q_2\, r^4 \sin 1'' \Sigma \frac{n}{b} + \frac{\pi}{3 \sin^3 1''} \left(\frac{1}{q_2{}^3} - \frac{1}{q_1{}^3}\right) \Sigma n\, b^3$$

waarin de 1e term betrekking heeft op alle sterren, waarvan de lineaire snelheid $b$ gelijk aan, of grooter dan $r\, q_1 \sin 1''$ is, de 2e 3e en 4e term gelden voor sterren wier lineaire snelheid $b$ voldoet aan de voorwaarden $b < r\, q_1 \sin 1''$ en $b > r\, q_2 \sin''$, terwijl de 5e term alleen betrekking heeft op de sterren wier lineaire snelheid kleiner is dan $r\, q_2 \sin 1''$.

Nemen wij als eenheid van lengte, waarin $r$ en $b$ zijn uitgedrukt, de straal $r$ van het boloppervlak, waarbinnen al de sterren die men in de berekening opneemt, besloten zijn, en stellen wij $\frac{b}{\sin 1''} = p$, dan is $p$ de hoeksnelheid in secunden van de ster overgebracht naar dit bolvormige grensvlak, gezien uit de zon en zich loodrecht op de gezichtslijn bewegende. De waarde van $N$ is dan:

$$N = \frac{1}{3} \pi \left\{ 3\, (q_1 - q_2) \Sigma \frac{n}{p} + 4\, \Sigma n - \frac{1}{q_1{}^3} \Sigma n\, p^3 - 3\, q_2 \Sigma \frac{n}{p} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{q_2{}^3} - \frac{1}{q_1{}^3}\right) \Sigma n\, p^3 \right\} \quad . \; . \; . \quad (6)$$

De 1e term van de vorm tusschen haakjes geldt dan voor sterren voor welke $p > q_1$, de 2e, 3e en 4e voor sterren voor welke $p$ ligt tusschen $q_1$ en $q_2$, de 5e voor sterren voor welke $p < q_2$.

Ten einde deze formule te toetsen, bedien ik mij van de sterren in BRADLEY's catalogus van AUWERS, voor welke de Heer J. C. KAPTEYN de waarden van $n$ voor bepaalde waarden van $q_1$ en $q_2$ heeft laten berekenen, en welke hij met de grootste bereidwilligheid te mijner beschikking heeft gesteld. Hij deelde mij daarbij mede,

dat zijne opgaven betrekking hebben op al sterren die BRADLEY in beide coördinaten heeft waargenomen, met uitzondering van de enkele sterren (ook meest onvolledig waargenomen), die niet in de Fundamenta voorkomen en de zwakkere componenten van 20 physisch verbondene sterrenparen; het getal dier sterren bedraagt 2683. De eigenbewegingen afgerond op honderdsten van secunden zijn berekend met de praecessie $O\Sigma\left(1-\frac{1}{2000}\right)$, op zeer weinig na met die van LUDWIG STRUVE overeenstemmende en met een apex $\alpha = 276°$, $\delta = +34°$.

Men is alleen gerechtigd de formule (6) op de sterren uit BRADLEY's catalogus toe te passen, indien deze voor een bepaald deel van den hemel al de sterren bevat, die begrepen zijn binnen een boloppervlak met de zon als middelpunt, of indien het aantal waargenomen sterren met verschillende eigenbewegingen evenredig is met het aantal dat werkelijk daar binnen aanwezig is. Nu zijn in BRADLEY's catalogus eenerzijds vrij gelijkmatig, zonder systematische afwijkingen, de sterren opgenomen van verschillende helderheid tot de grootte 7,5, die in het door hem waargenomen deel van den hemel zijn gelegen, en uit de vergelijking van het aantal sterren in verschillende grotteklassen, in verband met de verhouding der helderheid, volgt anderzijds dat gemiddeld de sterren tot eene bepaalde grootte binnen een boloppervlak liggen. Ik meen dus gerechtigd te zijn de uitkomsten der statistiek, toegepast op de sterren uit BRADLEY's catalogus, voor eene globale toetsing mijner theoretische uitkomsten te mogen gebruiken.

Uit de opgaven van KAPTEYN heb ik berekend de waarden $n_1$, $n_2$, $n_3$ enz., voorstellende het aantal sterren per volume-eenheid, die gebracht op de aangenomen eenheid van afstand en zich bewegende loodrecht op de gezichtslijn, angulaire snelheden zouden bezitten van 0",01, 0",02, 0",03 enz., of juister wier eigenbewegingen liggen tusschen 0",005 en 0",015, tusschen 0",015 en 0",025, tusschen 0",025 en 0",035 enz.; $n_{0,25}$ stelt dan voor het aantal sterren wier eigenbeweging in den genoemden stand zou liggen tusschen 0",005 en 0",000.

Het aantal onbekenden $n$, 22, is evengroot als het aantal vergelijkingen dat ik uit KAPTEYN's gegevens kan afleiden, en in elke vergelijking komen al die onbekenden voor. Eene strenge oplossing is dus niet wel mogelijk, en ik heb alleen getracht regelmatig verloopende waarden voor $n$ te vinden, die behoorlijk aan de gegevens voldoen.

De gevondene waarden komen voor in de volgende tabel.

TABEL I.

| Grootte der beweging $p$. | | | | | Aantal sterren. |
|---|---|---|---|---|---|
| tusschen | 0,″000 | en | 0,″005 | | 1 |
| » | 0, 005 | » | 0, 015 | | 80 |
| » | 0, 015 | » | 0, 025 | | 110 |
| » | 0, 025 | » | 0, 035 | | 105 |
| » | 0, 035 | » | 0, 045 | | 95 |
| » | 0, 045 | » | 0, 055 | | 78 |
| » | 0, 055 | » | 0, 065 | | 40 |
| » | 0, 065 | » | 0, 075 | | 22 |
| » | 0, 075 | » | 0, 085 | | 15 |
| » | 0, 085 | » | 0, 095 | | 12 |
| » | 0, 095 | » | 0, 145 | | 45 |
| » | 0, 145 | » | 0, 195 | | 25 |
| » | 0, 195 | » | 0, 245 | | 15 |
| » | 0, 245 | » | 0, 295 | | 8 |
| » | 0, 295 | » | 0, 395 | | 10 |
| » | 0, 395 | » | 0, 495 | | 7 |
| » | 0, 495 | » | 0, 595 | | 4 |
| » | 0, 595 | » | 0, 695 | | 3 |
| » | 0, 695 | » | 0, 795 | | 2 |
| » | 0, 795 | » | 0, 895 | | 1 |
| » | 0, 895 | » | 0, 995 | | 1 |
| » | 0, 995 | » | 3, 995 | | 0,5 |

De getallen in de laatste kolom stellen niet het aantal sterren voor, dat werkelijk in de door mij aangenomen volume-eenheid is begrepen, maar zijn met dit aantal evenredig.

Berekent men nu met deze getallen, volgens formule (6), het aantal sterren, wier geprojecteerde eigenbewegingen liggen tusschen de grenzen, in KAPTEYN's lijst aangenomen, dan vindt men de volgende waarden, waarnaast ter vergelijking de waargenomene waarden zijn gevoegd.

TABEL II.

| Geprojecteerde eigenbeweging. | | | | Aantal sterren | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | berekend. | waargenomen. |
| tusschen | 0,″000 | en | 0,″005 | 360 | 365 |
| » | 0, 005 | » | 0, 015 | 608 | 610 |
| | 0, 015 | » | 0, 025 | 435 | 419 |
| » | 0, 025 | » | 0, 035 | 307 | 235 |
| » | 0, 035 | » | 0, 045 | 216 | 225 |
| | 0, 045 | » | 0, 055 | 152 | 163 |

| Geprojecteerde eigenbeweging. | | | | Aantal sterren berekend. | Aantal sterren waargenomen. |
|---|---|---|---|---|---|
| tusschen | 0,″055 | en | 0,″065 | 106 | 111 |
| » | 0, 065 | » | 0, 075 | 76 | 72 |
| » | 0, 075 | » | 0, 085 | 57 | 63 |
| » | 0, 085 | » | 0, 095 | 45 | 53 |
| » | 0, 095 | » | 0, 145 | 136 | 153 |
| » | 0, 145 | » | 0, 195 | 69 | 77 |
| » | 0, 195 | » | 0, 245 | 41 | 41 |
| » | 0, 245 | » | 0, 295 | 26 | 17 |
| » | 0, 295 | » | 0, 395 | 30 | 30 |
| » | 0, 395 | » | 0, 495 | 17 | 17 |
| » | 0, 495 | » | 0, 595 | 10 | 14 |
| » | 0, 595 | » | 0, 695 | 6 | 9 |
| » | 0, 695 | » | 0, 795 | 3 | 1 |
| » | 0, 795 | » | 0, 895 | 2 | 0 |
| » | 0, 895 | » | 0, 995 | 0 | 1 |
| » | 0, 995 | » | 3, 995 | 7 | 7 |

Het totaal aantal waargenomen sterren is 2683, terwijl de som der berekende getallen 26 grooter is, of 2709 bedraagt. Men kan geheele overeenstemming verkrijgen door de waarden van $n$ in tabel I alle met 1 percent te verminderen, of door andere kleine wijzigingen, b. v. door het aantal sterren per volume-eenheid voor $p$ tusschen 0,″005 en 0,″015 gelijk 72 in plaats van 80 te stellen, waardoor de drie eerste der berekende waarden in tabel II worden 347, 592 en 433.

Door een eenigszins gewijzigd systeem van waarden voor $n$ is wellicht nog eene betere overeenstemming tusschen waarneming en berekening te verkrijgen, maar uit de vergelijking der getallen in de beide laatste kolommen van tabel II blijkt toch, dat de aangenomen onderstelling in het algemeen door de waarneming niet wordt weersproken. Alleen is het verschil tusschen de beide hoeveelheden 307 en 235 voor de sterren, bij welke de geprojecteerde eigenbeweging ligt tusschen 0,″025 en 0,″035 vrij groot, maar uit het verloop der waargenomen getallen mag men aannemen, dat door de eene of andere omstandigheid het waargenomen getal 235 te klein is gevonden.

Eene nadere bevestiging der hypothese van gelijke gemiddelde dichtheid op verschillende afstanden tot de zon en van verschillende lineaire snelheden, wat de sterren van Bradley's Catalogus betreft, volgt nog uit de gemiddelde waarde der eigenbeweging.

Volgens tabel 1 zou op den door ons als eenheid aangenomen afstand van de uiterste sterren uit dien Catalogus (iets zwakker dan de 7e grootte) de gemiddelde angulaire waarde van de beweging der sterren, ontdaan van den invloed der zonsbeweging, loodrecht op de gezichtslijn 0,"074 bedragen; volgens de berekening van J. C. KAPTEYN (Verslag der vergadering van de Wis- en Natuurkundige Afdeeling van 30 Oct. 1897) is voor sterren van de grootte 6.6 tot 7.5 de gemiddelde eigenbeweging 0,"0348 $\times$ 1,86 = 0,'065.

Daar nu in BRADLEY's Catalogus de zwakste sterren betrekkelijk het meest zullen ontbreken, waarvan het gevolg moet zijn dat de door mij berekende waarden van $n$ voor kleine waarden van $p$ te klein zullen zijn en dus de gemiddelde waarde 0,"074 te groot, is de overeenstemming der beide gemiddelden, langs twee geheel van elkander onafhankelijke wegen verkregen, zeer voldoende.

Eene vrij gelijkmatige dichtheid der sterren op verschillende afstanden tot de zon is ook in overeenstemming met het aantal der sterren tot verschillende grootteklassen behoorende.

Al wordt nu door de ervaring de door mij gestelde hypothese voor de sterren in het algemeen tot de 7e grootte niet tegengesproken, zoo wordt zij daardoor geenszins als de eenige ware gekenmerkt, en het is van belang nog uit andere hypothesen het aantal sterren met bepaalde waarden voor de geprojecteerde eigenbeweging af te leiden, en die eveneens aan de waarneming te toetsen.

Als zulk eene andere hypothese neem ik aan 1°. dat alle sterren gelijke lineaire snelheden bezitten, die alle mogelijke richtingen hebben, doch 2°. dat de dichtheid der sterren met hunne afstanden tot de zon verandert.

Zij $b$ de gelijke lineaire snelheid der sterren, en $n$ het aantal sterren per volume-eenheid in de bolschaal tusschen de stralen $r$ en $r + dr$ zoo is in die bolschaal het aantal sterren wier geprojecteerde eigenbewegingen liggen tusschen $q$ en $q + d\,q$:

$$4\,\pi\,n\,\frac{r^3\,sin\,1''\,dr\,dq}{b},$$

en het aantal tusschen de grenzen $q_1$ en $q_2\; q_1 > q_2$, als $r =$ of $< \frac{b}{q_1\,sin\,1''}$

$$4\,\pi\,n\,\frac{r^3\,sin\,1''\,dr}{b}\,(q_1 - q_2).$$

Onderstelt men de gemiddelde sterdichtheid in de bolschaal tusschen

de stralen $r$ en $r_1$ overal dezelfde, terwijl $r > r_1$ en $r =$ of $< \frac{b}{q_1 \sin 1''}$, zoo is het aantal sterren in die bolschaal:

$$\pi\, n\, (r^4 - r_1^4) \frac{(q_1 - q_2)\ \sin\ 1''}{b}.$$

Verdeelt men nu de geheele ruimte, tot op een afstand van de zon $r = \frac{b}{q_1 \sin 1''}$, door concentrische boloppervlakken, wier middelpunten in de zon liggen, in bolschalen, binnen welke eene gelijkmatige sterdichtheid mag worden aangenomen, zoo is het totaal aantal sterren tot op den genoemden afstand, wier geprojecteerde eigenbewegingen liggen tusschen $q_1$ en $q_2$:

$$\frac{\pi\,(q_1 - q_2)\sin 1''}{b}\ \Sigma\, n\,(r^4 - r_1^4)\ \ldots\ldots\ldots\ (1)$$

waarin $n$ voorstelt het veranderlijk aantal sterren per volume-eenheid binnen de achtereenvolgende bolschalen met verschillende $r$ en $r_1$ tot stralen.

Zoo het aantal sterren per eenheid van volume tusschen de stralen $\frac{b}{q_1\ \sin\ 1''}$ en $\frac{b}{q_2\ \sin\ 1''}$ gelijk $n'$ is, is het aantal sterren in de ruimte tusschen de boloppervlakken met die beide stralen, volgens formule (4):

$$\frac{\pi\, n^1\, b^3}{\sin^3 1''} \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{1}{q_2^3} - \frac{1}{q_1^3} \right) + (q_2 - q_1) \frac{1}{q_1^4} \right\}\ \ldots\ (8)$$

Daar buiten het boloppervlak met $\frac{b}{q_2\ \sin\ 1''}$ tot straal geen eigenbeweging tusschen $q_1$ en $q_2$ meer mogelijk is, vindt men het totaal aantal dier sterren door de som der uitdrukkingen (7) en (8). Stelt men daarin, evenals vroeger, als lengte-eenheid de afstand van de uiterste Bradley-sterren, en vervangt $\frac{b}{\sin 1''}$ door $p$, dan is die som:

$$N = \frac{\pi\,(q_1 - q_2)}{p}\ \Sigma\, n\,(r^4 - r_1^4) + \pi\, n^1\, p^3 \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{1}{q_2^3} - \frac{1}{q_1^3} \right) - \frac{q_1 - q_2}{q_1^4} \right\} . (9)$$

Beperkt men zich tot de sterren, wier geprojecteerde eigenbewegingen liggen tusschen $q_1$ en $q_2$ als $q_1$ gelijk of $< p$ is zoo vervalt de tweede term in de formule (9), en het aantal $N$ is onafhanke-

27*

lijk van de absolute waarde van $q_1$ en $q_2$, doch eenvoudig evenredig met hun verschil. Nemen wij evenals boven $p = 0'',065$, dan moet dus $N$ voor de grenzen $0'',065-0'',055$, $0'',055-0'',045$ enz. tot $0'',015-0'',005$ gelijk zijn. De waarneming levert nu voor die waarden:

111
163
225
235
419
en 610.

Het verschil tusschen de theorie en waarneming is te groot, dan dat men ook bij benadering de hypothese van gelijke lineaire snelheden met ongelijk dichte concentrische lagen zou mogen aannemen.

Het is echter wel mogelijk, dat ongelijke lineaire snelheden met eene geringe verandering in dichtheid op verschillende afstanden tot de zon gepaard gaan.

**Wiskunde.** — De Heer P. H. SCHOUTE biedt voor het verslag der vergadering een opstel aan, getiteld: „*Over focaalkrommen en focaaloppervlakken*".

1. Zij $O(X, Y, Z)$ een rechthoekig coördinatenstelsel en $\varphi(x, y^2) = 0$ de vergelijking eener in het vlak $XOY$ gelegen kromme $C$ (fig. 1), waarvan $OX$ een as van symmetrie is. Zij $PQ$ de normaal in $P$ op deze kromme, $Q$ het snijpunt dezer normaal met de as $OX$. Bepalen we nu in het vlak $XOZ$ op de loodlijn in $Q$ op deze as naar weerskanten een punt $P_1$, waarvoor, $r$ gegeven zijnde, de betrekking $PQ^2 + QP_1^2 = r^2$ geldt, dan is elk der beide punten $P_1$ het middelpunt van een bol met gegeven straal $r$, die de kromme $C$ in twee punten, het punt $P$ en zijn spiegelbeeld ten opzichte van $OX$, aanraakt. Als de beide punten $P$ de kromme $C$ doorloopen, beschrijven de beide punten $P_1$ in het vlak $XOZ$ een nieuwe kromme $\psi(x, z^2), = 0$ met $OX$ tot as van symmetrie, die voor $C$ meetkundige plaats is van middelpunten van met een gegeven straal $r$ beschreven dubbelrakende bollen. En het is duidelijk, dat de betrekking tusschen deze nieuwe kromme $C_1$ en de gegeven kromme $C$ wederkeerig is, wijl de afstand van elk van twee naast elkaar gelegen punten $P$ tot elk van twee overeenkomstige naast elkaar gelegen punten $P_1$ steeds $r$ is. Zoo is $P_1Q_1$ dus ook de normaal in $P_1$ op $C_1$, enz.

Stellen we $QP_1 = \pm i\,PQ$, dan wordt $r$ nul en zijn de dubbel-

rakende bollen dubbelrakende puntbollen en dus brandpunten. In die eenvoudige onderstelling zijn de krommen $C$ en $C_1$ meetkundige plaatsen van brandpunten voor elkaar en dus elkaars focaalkrommen. Door middel van de omkeerbare transformatie

$$x_z = x_y + yy' \,, \quad z = iy\sqrt{1+y'^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

waarin $x_y$ en $x_z$ de abscissen van twee overeenkomstige punten $P$ en $P_1$ voorstellen en $y'$ als naar gewoonte de afgeleide van $y$ naar $x$ aanduidt, gaan de vergelijkingen $\varphi(x, y^2) = 0$ en $\psi(x, z^2) = 0$ van $C$ en $C_1$ in elkaar over. Langs dezen weg vindt men bij de ellips $E \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$ de hyperbool $H \equiv \frac{x^2}{a^2 - b^2} - \frac{z^2}{b^2} - 1 = 0$ en eveneens bij de parabool $P \equiv y^2 - 2px - \frac{1}{2}p^2 = 0$ de parabool $P_1 \equiv z^2 + 2px - \frac{1}{2}p^2 = 0$, welke klassieke voorbeelden in fig. 2 zijn aangegeven. We voegen hieraan toe de semi-kubische parabool $3ay^2 = 2x^3$ en de kromme $9(x^2 + z^2)^2 + 2ax(x^2 + 9z^2) + 3a^2z^2 = 0$ van den vierden graad, die $l_\infty$ in de beide cirkelpunten aanraakt en in den oorsprong een keerpunt heeft, en evenzoo de cissoïde $x(x^2 + y^2) - ay^2 = 0$ en de kromme $(x^2 + z^2)^2 - 4ax(x^2 + z^2) - 4a^2z^2 = 0$, die de cirkelpunten tot dubbelpunten en den oorsprong tot keerpunt heeft [1]).

Bovenstaande beschouwingen, die zich door inversie ten opzichte van een al of niet in een der vlakken $XOY$ of $XOZ$ gelegen centrum op vlakke of spherische anallagmatische krommen laten uitbreiden, zijn ten deele reeds meegedeeld in de *Comptes Rendus* van 6 December 1897. We wenschen ze hier op oppervlakken uit te strekken en hebben daartoe, zooals blijken zal, niet meer dan een zeer geringe kennis van de beschouwingen der ruimte $R_4$ van vier afmetingen noodig. Om dit goed te doen uitkomen houden we ons, wat den vorm aangaat, zooveel mogelijk aan het boven ontwikkelde.

2. Zij $O(X, Y, Z, T)$ een rechthoekig coördinatenstelsel in $R_4$ en $\varphi(x, y, z^2) = 0$ de vergelijking van een in de ruimte $O(X, Y, Z)$ gelegen oppervlak $F$ (fig. 3), waarvan $XOY$ een vlak van symmetrie

---

[1]) We merken hierbij nog het volgende op:

*a.* Als $C$ de as $OX$ in $A$ loodrecht snijdt, gaat $C_1$ niet door $A$.

*b.* Als $C$ in het punt $A$ van $OX$ een dubbelpunt heeft, heeft $C_1$ dit ook en deze beide dubbelpunten verkeeren, wat de bestaanbaarheid betreft, in tegengestelde toestanden. Als het eene een knooppunt is, is het andere een afgezonderd punt; als het eene een keerpunt is met de punt naar links, is het andere een keerpunt met de punt naar rechts. Werkelijk beantwoordt aan $3ay^2 = 2x^3$ in de nabijheid van $O$ de kromme $3az^2 = -2x^3$, evenzoo aan $x^3 = ay^2$ van de cissoïde $x^3 = -az^2$ van de focaalkromme.

is. Zij $PQ$ de normaal in $P$ op dit oppervlak, $Q$ het snijpunt dezer normaal met het vlak $XOY$. Bepalen we nu in de ruimte $O(X, Y, T)$ op de loodlijn in $Q$ op dit vlak naar weerskanten een punt $P_1$, waarvoor, $r$ gegeven zijnde, de betrekking $PQ^2 + QP_1^2 = r^2$ geldt, dan is elk der beide punten $P_1$ het middelpunt van een hyperspheer met gegeven straal $r$, die het oppervlak $F$ in twee punten, het punt $P$ en zijn spiegelbeeld ten opzichte van $XOY$, aanraakt. Als de beide punten $P$ het oppervlak $F$ doorloopen, beschrijven de beide punten $P_1$ in de ruimte $O(X, Y, T)$ een nieuw oppervlak $\psi(x, y, t^2) = 0$ met $XOY$ tot vlak van symmetrie, dat in $R_4$ voor $F$ meetkundige plaats is van middelpunten van met een gegeven straal $r$ beschreven dubbelrakende hypersphreren. En het is duidelijk, dat de betrekking tusschen dit nieuwe oppervlak $F_1$ en het gegevene $F$ wederkeerig is en $P_1 Q_1$ ook de normaal is in $P_1$ op $F_1$, enz.

Stellen we $r$ weer nul, dan worden $F$ en $F'$ meetkundige plaatsen van brandpunten voor elkaar en dus elkaars focaaloppervlakken. Door middel van de omkeerbare transformatie

$$x_t = x_z + pz\,, \quad y_t = y_z + qz\,, \quad t = iz\sqrt{1 + p^2 + q^2} \;\ldots\; (2),$$

waarin $(x_z, y_z)$ en $(x_t, y_t)$ de bij twee overeenkomstige punten $P$ en $P_1$ behoorende waarden van $(x, y)$ en $p, q$ als naar gewoonte de partiëele afgeleiden van $z$ naar $x$ en $y$ aanduiden, gaan de vergelijkingen $\varphi(x, y, z^2) = 0$ en $\psi(x, y, t^2) = 0$ van $F$ en $F_1$ in elkaar over. Langs dezen weg vindt men bij de ellipsoïde $E \equiv \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$, naarmate men $XOY$ of $XOZ$ als symmetrievlak beschouwt, de eenbladige hyperboloïde $H_1 \quad \frac{x^2}{a^2-c^2} + \frac{y^2}{b^2-c^2} - \frac{t^2}{c^2} - 1 = 0$ en de tweebladige hyperboloïde $H_2 \equiv \frac{x^2}{a^2-b^2} - \frac{z^2}{b^2-c^2} - \frac{t^2}{b^2} - 1 = 0$. Deze uitkomsten zijn in fig. 4 aangegeven; men ziet, dat $E$ en $H_1$ het aan hun ruimten gemeenschappelijke vlak $XOY$ snijden volgens twee kegelsneden $e_1$ en $e_2$, waarvan $e_1$ focaalkegelsnee is voor $H_1$ en $e_2$ voor $E$, enz. Evenzoo vindt men bij de elliptische paraboloïde $EP_r \equiv \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} - 2x = 0\,(b > c)$, die de opening naar rechts gekeerd heeft, de hyperbolische paraboloïde $HP \equiv \frac{y^2}{b-c} - \frac{t^2}{c} - 2x + c = 0$ en de elliptische paraboloïde $EP_l = \frac{z^2}{b-c} + \frac{t^2}{b} + 2x - b = 0$, die de opening naar links gekeerd heeft. En om nu nog een geheel nieuw

voorbeeld te noemen: bij het oppervlak $3\,a z^2 = 2\,(x^3 + y^3)$ van den derden graad vindt men het focaaloppervlak

$$9\,\{4\,[3\,(x^2 + y^2 + t^2) + 3\,a\,(x + y) + a^2]^2 - a\,[(a + 4\,x)^3 + (a + 4\,y)^3]\}^2$$
$$= 16\,a^2\,(a + 4\,x)^3\,(a + 4\,y)^3$$

van den achtsten graad.

3. In het bijzonder geval, dat $F$ een omwentelingsoppervlak is met $OZ$ tot omwentelingsas, wordt $F_1$ een omwentelingsoppervlak met $OT$ tot omwentelingsas en nemen de vergelijkingen (2) den vorm aan van de vergelijkingen (1). Daarom beschouwen we ten slotte dit geval wat nader.

Is $F$ een omwentelingsoppervlak, dan kan $\varphi\,(x, y, z^2) = 0$ vervangen worden door de combinatie

$$z^2 = \Phi\,(u),\ u^2 = x^2 + y^2,$$

die tot de betrekkingen

$$p = \frac{x}{u}\,\frac{dz}{du},\ q = \frac{y}{u}\,\frac{dz}{du}$$

voert. Invoeging hiervan in (2) geeft, nadat we de eerste en tweede dier drie vergelijkingen door de som harer vierkanten vervangen, $x^2_t + y_t^2 = v^2$ gesteld en voor de afgeleide van $z$ naar $u$ weer $z'$ geschreven hebben,

$$v = u + zz',\ t = i\,z\sqrt{1 + z'^2} \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Deze vergelijkingen leggen verband tusschen het gegeven omwentelingsoppervlak $z^2 = \Phi\,(u)$ en zijn focaaloppervlak $t^2 = \Psi\,(v)$, dat nu ook van omwenteling blijkt te zijn. En wijl (3) in vorm geheel overeenstemt met (1), hebben we tevens de volgende algemeene stelling bewezen:

„Zijn de krommen $C$ en $C_1$ in de loodrecht op elkaar staande „vlakken $X\,O\,Z$ en $X\,O\,T$ elkaars focaalkrommen en stelt $O\,Y$ in $R_4$ „de loodlijn in $O$ op de ruimte $O\,(X, Z, T)$ voor, dan zijn het opper- „vlak ontstaan door wenteling van $C$ om $O\,Z$ in $O\,(X, Y, Z)$ en het „oppervlak ontstaan door wenteling van $C_1$ om $O\,T$ in $O\,(X, Y, T)$ „elkaars focaaloppervlakken”.

Hiervan stellen de fig. 5 en 6 de bekende gevallen van ellips en hyperbool en van twee parabolen voor. In deze gevallen hebben we met omwentelingsoppervlakken van den vierden graad te doen, waarvan de vergelijkingen gemakkelijk worden neergeschreven.

**Natuurkunde.** — De Heer VAN DER WAALS biedt, namens Dr. P. ZEEMAN, een opstel aan, getiteld: „*Metingen over stralingsverschijnselen in het magnetisch veld.* (I).

1. Nadat het mij gelukt was[1]) om bij cadmium van de beide uiterste componenten van het magnetisch triplet negatieven te vervaardigen, ben ik begonnen aan een nader quantitatief onderzoek der stralingsverschijnselen in het magnetisch veld. Bij verschillende stoffen heb ik daarvoor, voorloopig alleen voor een betrekkelijk klein deel van het spectrum, negatieven uitgemeten. Dit onderzoek vordert op 't oogenblik slechts langzaam, daar ik nog niet kan beschikken over de zich reeds geruimen tijd in bewerking bevindende opstelling van ROWLAND's tralie, in den door Prof. HAGA beschreven vorm. Ik was nu genoodzaakt tralie en camera op afzonderlijke tafeltjes te plaatsen en voor ieder deel van het spectrum door probeeren de juiste plaatsen van spleet, tralie en camera telkens opnieuw te zoeken. De afmetingen der gebruikte camera (13 × 18 cM.) maken bovendien, dat slechts een klein deel van het spectrum te gelijk wordt opgenomen.

2. Metingen van den afstand van de uiterste componenten van het triplet zullen o.a. de vraag beslissen of de ionen die de trillingen in de atomen of moleculen uitvoeren, alle van dezelfde soort zijn. Men zou dit moeten aannemen wanneer het vooreerst bleek dat de magnetische verandering in een bepaald veld bij ééne stof, evenredig is aan het kwadraat van de golflengte of anders uitgedrukt wanneer het verschil van de trillingsgetallen der componenten bij alle lijnen (die door de magneetkracht veranderd worden) van één stof een constant bedrag heeft[2]). Buitendien zou dit bedrag voor alle stoffen hetzelfde moeten zijn. Het zal uit de hier medegedeelde metingen blijken dat voor verschillende stoffen de magnetische verandering althans *van dezelfde orde* en zeker niet direct van het atoomgewicht afhankelijk is. De verandering van het verschijnsel met de golflengte is echter wel niet zoo eenvoudig als ik daar noemde. In de theorie van LORENTZ behoeft de verhouding van $e/m$ voor de verschillende ionen in een molecuul niet gelijk te zijn en mag dus de magnetische verandering der verschillende lijnen geheel van bovenbedoelde afwijken[3]).

3. In mijne vorige mededeeling heb ik reeds eenige bijzonder-

[1]) Versl. der Verg. Kon. Akad. v. Wetensch. October 1897.

[2]) vg. BECQUEREL, C. R. 8 Nov. '97.

[3]) LORENTZ, Wied. Ann. Bd. 63, p. 278. 1897.

heden van de wijze waarop de negatieven werden genomen vermeld. Steeds werden bij een bepaalden stand van de toestellen twee (en dikwijls verscheidene) photo's gemaakt, waarvan één met en één zonder inwerking van het magnetische veld op de vonk. De vonken sprongen tusschen electroden der verschillende metalen over.

De uitmeting der negatieven geschiedde met een comparateur op de vroeger aangegeven wijze. De gemeten lijnen liggen alle in het violet en ultraviolet. De nauwkeurigheid waarmede de afstand van de twee componenten van het triplet kan worden gemeten is geheel afhankelijk van de onderzochte stof. Bij een spectrum met scherpe lijnen. zooals dat van cadmium of zink, kan genoemde afstand met een nauwkeurigheid bepaald worden die grooter is dan die waarmee de bepaling van de intensiteit van het veld is gedaan. Bij andere stoffen daarentegen, zooals koper en tin, maken de wazigheid of de geringe intensiteit der lijnen het onmogelijk verder dan tot een schatting te komen.

Als een voorbeeld van de bereikte nauwkeurigheid bij magnetische tripletten afkomstig van heldere scherpe lijnen, wanneer deze met den comparateur worden uitgemeten, deel ik enkele metingen mee die betrekking hebben op de lijn 4722 van het zinkspectrum. De getallen in onderstaande tabel zijn de aflezingen (honderdsten van millimeters) op den kop van den micrometerschroef, bij instelling op den eersten resp. den tweeden component.

*Afstandsbepaling van de uiterste tripletcomponenten bij zink* ($\lambda = 4722$).

| | Component I. | Component II. |
|---|---|---|
| | 28.8 | 49.8 |
| | 28.8 | 48.7 |
| | 28.9 | 49.9 |
| | 28.2 | 49.5 |
| | 28.8 | 48.7 |
| | 28.2 | 48.9 |
| gemiddeld | 28.6 | 49.3 |

Verschil = 20.7 honderdste mM.

De opname geschiedde in het tweede spectrum. Op het negatief kwam 1 mm. met 4.41 Ångström-eenheden overeen.

Bij de tot nu toe onderzochte stoffen werden de volgende uitkomsten verkregen in het blauwviolet en ultraviolet.

4. *Zink*. De in onderstaande tabellen onder $\lambda$ opgegeven golf-

lengten zijn ter orienteering geheel voldoende. De bedoeling van de verschillende kolommen is uit de opschriften duidelijk. De intensiteit *H* van het veld werd met een bismuth spiraal gemeten.

| λ | afstand componenten in $^1/_{100}$ mm. | schaalwaarde plaat | orde spectrum | *H* |
|---|---|---|---|---|
| 4811 | 18,6 | 1 mm. | 2 | $32.10^3$ |
| 4722 | 20.7 | = 4.41 A. E. | | |
| 4680 | 25.1 | | | |
| 3345 | geen merkbare | 1 mm. | 3 | $32.10^3$ |
| 3303 | verbreeding | = 2.94 A. E. | | |
| 3282 | 0 | | | |

Het blijkt, zooals ook in bovenstaande tabel is aangegeven, dat er lijnen zijn die *niet* door magnetische krachten worden veranderd of waarbij althans de magnetische verandering, zoo die al bestaat, uiterst klein is [1]). Het verdient opmerking dat tusschen de 3 eerste lijnen, die in de tabel voorkomen, welke *wel* de magnetische verbreeding vertoonen, en de drie laatste waarbij deze *niet* voorkomt, ook in ander opzicht een eigenaardig verschil bestaat. Immers, de eerste vormen de groep van drie lijnen die uit KAYSER en RUNGE's [2]) *tweede* nevenserie volgt voor de in hun formule voorkomende grootheid $n = 3$. Het tweede drietal volgt uit KAYSER en RUNGE's *eerste* nevenserie voor $n = 4$. Het verder onderzoek zal moeten leeren of *alle* lijnen van de eerste serie geen, en die van de tweede *wel* invloed van het magnetisme ondervinden.

5. *Cadmium.*

| λ | afstand componenten in $^1/_{100}$ mM. | schaalwaarde plaat | orde spectrum | *H* |
|---|---|---|---|---|
| 4800 | 22.0 | 1 mm. | | |
| 4678 | 24.2 | = 4.41 A. E. | 2 | $32.10^3$ |

Deze lijnen behooren in een *tweede* nevenserie [3]) thuis waarvoor $n = 3$ (zie bij zink). De lijn 5086, die ook bij bovenstaande groep behoort, kwam te veel op den rand van het negatief om uitgemeten te kunnen worden.

[1]) vg. LORENTZ, l. c. p. 281.

[2]) KAYSER u. RUNGE. Wied. Ann. Bd. 13, p. 394. 1891.

[3]) KAYSER u. RUNGE. l. c. p. 399.

6. *Koper.* De lijnen van het koperspectrum zijn, ten minste tusschen 4800 en 4300 A. E., zoo onscherp, dat ik geen metingen op het negatief kon doen. Een zeer ruwe schatting gaf voor een paar der lijnen ongeveer 30 honderdste millimeter voor den afstand der componenten.

7. *Tin.*

| λ | afstand componenten in $^1/_{120}$ mm. | schaalwaarde plaat | orde spectrum | *H* |
|---|---|---|---|---|
| 4585 | ± 35 | 1 mm. | | |
| 4525 | geen verbreeding | = 4.46 A. E. | 2 | $32.10^3$ |
| 4447 | ± ? | | | |
| 4184 | ± ? | | | |

De lijnen van het tinspectrum zijn zeer zwak. Bij afwezigheid van het magnetisch veld kwamen de in de tabel voorkomende lijnen duidelijk op het negatief voor, nadat 15 minuten was geëxponeerd. Bij de opname in het magnetisch veld kwamen op het negatief alleen de twee eerste lijnen voor, niettegenstaande 23 minuten was geëxponeerd en overigens de omstandigheden dezelfde waren als bij afwezigheid van het veld. Blijkbaar ondergaan de eerste en de twee laatste lijnen eene magnetische verandering, waarbij echter de beide laatste (zijnde de zwakste) lijnen geen indruk van de componenten konden achterlaten. De lijntjes waarin 4585 was opgelost waren zoo zwak dat ze bij vergrooting door het mikroskoop van den comparateur onzichtbaar werden. Ik heb daarom zoo goed mogelijk bij ieder der lijntjes een kras met een naald gegeven en den afstand der krassen gemeten.

Na resumtie van het behandelde wordt de vergadering gesloten.

(5 Januari 1898).

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

### van Zaterdag 29 Januari 1898.

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN

*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 413. — In memoriam R. FENNEMA, p. 415. — Jaarverslag der Geologische Commissie over 1897, p. 416. — Mededeeling van den Heer JAN DE VRIES: „Over eenige groepen van cirkels", p. 418. — De Heer MARTIN vertoont een nieuwe kristalvorm van goud, p. 421. — Mededeeling van den Heer KLUYVER: „Over de binomiale ontwikkeling", p. 421. — Mededeeling van den Heer JAN DE VRIES, namens Dr. G. DE VRIES: „Le tourbillon cyclonal", p. 432. — Mededeeling van den Heer MOLL, namens den Heer J. H. BONNEMA: „De sedimentaire zwerfblokken van Kloosterholt (Heiligerlee)", p. 448. — Aanbieding van Boekgeschenken, p. 453. — Errata, p. 453.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Bericht van den Heer HOEK dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen.

2°. Eene circulaire van den Heer E. V. WILCOX Ph. D. van

Montana College of Agriculture U. S. A. inhoudende verzoek ter beantwoording van de volgende vragen betreffende vivisectie:

*a.* Is vivisection practised in your institution, and to what extent?

*b.* What animals are used for such experiments?

*c.* To what extent are anaesthetics used?

*d.* Are inoculation experiments performed?

Deze circulaire, toegezonden aan de Afdeeling, maar daar niet tehuis behoorende, werd aan de zoölogische en physiologische Leden der Afdeeling ter inzage gegeven.

3°. Eene uitnoodiging tot bijwoning van de feestelijke bijeenkomst waarbij aan Prof. JULIUS HANN de eeremedaille zal worden uitgereikt, die te zijner eer is ingesteld door de Oostenrijksche „Gesellschaft für Meteorologie".

Aan die uitnoodiging kan geen gevolg worden gegeven, maar vanwege de Afdeeling zal aan Prof. HANN een gelukwensch worden toegezonden.

4°. Eene circulaire van de Commissie voor groep XVII (kolonisatie) der Nederlandsche afdeeling ter wereldtentoonstelling te Parijs in 1900, met uitnoodiging tot krachtige medewerking bij haar pogen tot bevordering van het wetenschappelijk doel der tentoonstelling.

De Voorzitter benoemt een Commissie bestaande uit de Heeren MARTIN, HUBRECHT, J. A. C. OUDEMANS, STOKVIS en V. A. JULIUS, met opdracht om na te gaan in hoever de leden der Afdeeling individueel, en misschien de Afdeeling in haar geheel, aan deze uitnoodiging zouden kunnen gevolg geven.

Alvorens tot de verdere werkzaamheden over te gaan, brengt de Voorzitter hulde aan de nagedachtenis van den Heer R. Fennema, Correspondent der Afdeeling in Ned.-Indië, die te midden van zijn loopbaan door een noodlottig ongeval plotseling aan zijn werkkring werd ontrukt.

Hij wees er op dat, al hadden de leden der Akademie slechts een enkele maal het voorrecht gehad hem in hun midden te zien, zijne verdiensten hier toch erkend en gehuldigd waren, vooral naar aanleiding van de geologische beschrijving van Java en Madoera door de Heeren Verbeek en Fennema bewerkt en voor korten tijd aan de Afdeeling door den Heer Verbeek uit naam der beide schrijvers aangeboden.

De Voorzitter eindigde aldus:

„ Van dien geleerde wiens onderzoekingen alle het kenmerk droegen van juistheid en betrouwbaarheid, had men met recht nog groote verwachtingen voor de uitbreiding onzer kennis van de geologische gesteldheid én van Indië én van ons land; zijn plotselinge dood heeft die verwachtingen verijdeld, maar wat hij gedaan heeft zal zijn naam in ons vaderland en in het buitenland in dankbare herinnering doen houden.

**Aardkunde.** — De Heer VAN BEMMELEN leest het jaarverslag over 1897 der Geologische Commissie en legt de Rekening en Verantwoording over van de aan die Commissie toegestane toelage over het afgeloopen jaar. Het verslag luidt als volgt:

Wij hebben de eer U het Jaarverslag Uwer Commissie over het afgeloopen jaar 1897 aan te bieden.

Wij kunnen ditmaal geene uitkomsten mededeelen van verrichte geologische onderzoekingen. Door het Beheer van den Waterstaat werden ons geene berichten gezonden over graafwerken of boringen, die de gelegenheid konden verschaffen, om profielen op te nemen of monsters van de aardlagen te verzamelen en te onderzoeken.

Evenwel hebben onze medewerkers, de Heeren J. LORIÉ, J. L. C. SCHROEDER VAN DER KOLK en H. VAN CAPPELLE niet stil gezeten, maar hunne geologische tochten en onderzoekingen voortgezet, en daarbij onzen steun genoten.

Dr. SCHROEDER VAN DER KOLK heeft een groot getal zandmonsters verzameld in twee strooken van het Diluvium, 1e bewesten het Eemdal tusschen Bussum en Doorn, 2e in de Oostelijke Veluwe den driehoek Arnhem—Zutphen—Apeldoorn. Hij maakte daarbij gebruik van de grondboor, om de monsters, niet alleen van de oppervlakte maar ook van den ondergrond, tot op eenige decimeters diepte te verkrijgen. Hij is bezig op deze monsters zijne methode van onderzoek toe te passen, en daardoor zijne bepalingen van de samenstelling en de afkomst der diluviale zandlagen in Nederland met nieuwe gegevens te verrijken. Op de mededeeling N⁰. 21 in de werken der Akademie mogen wij dus een vervolg verwachten.

Dr. H. VAN CAPPELLE heeft een geologisch onderzoek verricht van eene diluviale potklei, die door den landbouwer den Heer J. DOORNBOS te Ackamp bij Midwolde in het Groninger Oldambt was ontdekt, en die op de diepte van 1 M. rijk aan koolzure kalk was bevonden. Eene korte mededeeling over de uitkomsten van dit onderzoek, verbonden met eene beschouwing over de diluviale mergel in Nederland, heeft de Heer VAN CAPPELLE gepubliceerd in het Tijdschrift: „Nederlandsche Heide-Maatschappij 1897 Afl. A." Eene meer uitvoerige behandeling van zijn onderzoek over het Diluvium van het Oldambt hoopt hij weldra der Akademie te kunnen aanbieden. Voorts heeft de Heer VAN CAPPELLE zijn onderzoek over de Veluwe voortgezet (zie onze twee laatste jaarverslagen) en daartoe in dit jaar den omtrek van Wageningen en Nijmegen uitgekozen, met het doel de verspreiding der grondmoraine te leeren

kennen, en het verband tusschen deze en het andere praeglaciale diluvium na te gaan. Hij is reeds bezig met de bewerking van deze, zoowel als van zijne vroegere waarnemingen, welke bewerking eene bijdrage zal vormen tot de karteering van het Nederlandsche diluvium.

Dr. LORIÉ heeft zich beijverd om van eene reeks van boringen, die dit jaar op verschillende plaatsen verricht zijn, de grondmonsters te verzamelen, ten einde die aan een onderzoek te onderwerpen. Zij betreffen boringen:

| | | |
|---|---|---|
| te Katwijk | tot | 36 M. |
| „ Aalsmeer | „ | 83 „ |
| „ Haarlem | „ | 32 „ |
| „ IJmuiden | „ | 85 „ |
| „ Nijkerk | „ | 26, 24, 26 en 65 M. |
| „ Assen | „ | 81 en 127 M. |

Hij stelt zich voor over korten tijd zijne bevindingen bij het onderzoek dezer aardmonsters aan de Akademie mede te deelen.

Zooals wij in ons vorig verslag mededeelden, hebben wij Dr. LORIÉ op zijn verzoek in de gelegenheid gesteld om te Mariendaal bij Grave eene boring tot 10 meter diepte te bewerkstelligen, omdat hij aldaar op betrekkelijk geringe diepte de Tertiairvorming verwachtte.

De diepte van 10 M. bleek ontoereikende te zijn. Thans is die boring door het Bestuur van de Inrichting van Onderwijs te Mariendaal voortgezet tot 30 M. En werkelijk is eene Pliocene laag ontdekt, aanvangende op eene diepte van $14.^5$ M., welke zich tot het diepst bereikte punt uitstrekte. Naar wij vernemen zal aan Prof. V. BECKER, van het Instituut te Oudenbosch, opgedragen worden om de verzamelde grondmonsters, waarvan de diepere zeer rijk aan schelpen zijn, geologisch en palaeontologisch te onderzoeken.

Ten slotte hebben wij de eer aan de Akademie voor te stellen om onzen dank te betuigen aan de Heeren LORIÉ, VAN CAPPELLE en SCHROEDER VAN DER KOLK voor hunne medewerking, en om voor het jaar 1899 aan den Heer Minister van Binnenlandsche Zaken de gewone toelage van *f* 500 aan te vragen.

De Geologische Commissie van de Kon. Akad. van W. Afd. Natk.

AMSTERDAM. — VAN DIESEN.
Januari 1898. — K. MARTIN.
J. M. VAN BEMMELEN, Secretaris.

De Afdeeling vereenigt zich met de voorstellen van het Jaarverslag, en de Voorzitter dankt de Commissie namens de Vergadering.

**Wiskunde.** — De Heer JAN DE VRIES spreekt: „*Over eenige groepen van cirkels*".

1. In de October-aflevering van „L'Intermédiaire des Mathématiciens" (t. IV, p. 222) wordt de vraag gesteld, of men $n$ rechten zoodanig kan aannemen, dat de omgeschreven cirkels van de $\binom{n}{3}$ door hen gevormde driehoeken door een zelfde punt gaan.

Nu is bekend, dat de 4 cirkels, welke elk drie hoekpunten eener vierzijde bevatten, een punt Q gemeen hebben, waarvan de projecties op de 4 zijden in een rechte $w$ liggen (Rechte van SIMSON of van WALLACE).

Neemt men omgekeerd het punt Q en de rechte $w$ willekeurig aan, verbindt Q met vier punten $P_k$ van $w$ en trekt door elk punt $P_k$ een rechte $a_k$ loodrecht op $P_k Q$, dan sluiten de rechten $a_k$ vier driehoeken in, waarvan de omgeschreven cirkels door Q gaan.

Hieruit blijkt verder, dat men een figuur zal verkrijgen, die aan de gestelde vraag beantwoordt, als men op $w$ naar willekeur $n$ punten $P_k$ aanneemt en daarna $n$ rechten $a_k$ door $P_k$ loodrecht op $Q P_k$ trekt.

Wordt het snijpunt van $a_k$ met $a_l$ door $A_{kl}$ aangewezen, dan ligt Q dus op de $\binom{n}{3}$ cirkels $\mathfrak{A}_{klm} \equiv A_{kl} A_{lm} A_{mk}$.

De $n$ rechten $a_k$ omhullen blijkbaar een parabool, die Q tot brandpunt en $w$ tot richtlijn heeft.

Daar het hoogtepunt van een raaklijnendriehoek der parabool op haar richtlijn ligt, kunnen de hoogtepunten der $\binom{n}{3}$ driehoeken door een rechte verbonden worden.

2. Wordt de figuur, gevormd door 4 rechten $a_k$ en de 4 cirkels $\mathfrak{A}_{klm}$, ten opzichte van een willekeurig punt M der ruimte als pool, geïnverteerd, dan ontstaat op den bol, waarin het vlak der vierzijde overgaat, een configuratie van 8 punten (M, Q', $A'_{kl}$) en 8 cirkels ($a'$, $\mathfrak{A}'_{klm}$). De vlakken $\alpha_k$ en $\alpha_{klm}$ dezer cirkels vormen met de genoemde 8 punten een cf. van MOEBIUS, d. w. z. een figuur, welke (op 4 wijzen) kan beschouwd worden als het samenstel van twee om en in elkaar beschreven viervlakken.

Uit de volgende tabel, waar onder elk teeken $\alpha$ de vier punten zijn geplaatst, die in het bedoelde vlak liggen, kan de juistheid van het gezegde gemakkelijk afgeleid worden.

| $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ | $\alpha_4$ | $\alpha_{123}$ | $\alpha_{124}$ | $\alpha_{134}$ | $\alpha_{234}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A'_{12}$ | $A'_{12}$ | $A'_{13}$ | $A'_{14}$ | $A'_{12}$ | $A'_{12}$ | $A'_{13}$ | $A'_{23}$ |
| $A'_{13}$ | $A'_{23}$ | $A'_{23}$ | $A'_{24}$ | $A'_{13}$ | $A'_{14}$ | $A'_{14}$ | $A'_{24}$ |
| $A'_{14}$ | $A'_{24}$ | $A'_{34}$ | $A'_{34}$ | $A'_{23}$ | $A'_{24}$ | $A'_{34}$ | $A'_{34}$ |
| M | M | M | M | Q' | Q' | Q' | Q' |

De bedoelde cf. $[8_4, 8_4]$ van punten en cirkels is, evenals de cf. van MOEBIUS, volkomen regelmatig.

Een eenvoudig voorbeeld van een cf. van MOEBIUS vindt men uit de hoekpunten van een kubus [1]). Wanneer men een der hoekpunten $R_1$, de drie dichtst bij gelegen hoekpunten $R_2$, $S_2$, $R_3$ en hun tegenpunten achtereenvolgens $S_3$, $R_4$, $S_1$ en $S_1$ noemt, dan zijn de viervlakken $R_1 R_2 R_3 R_4$ en $S_1 S_2 S_3 S_1$ zoodanig geplaatst, dat $R_k$ in het vlak $S_l S_m S_n$ en $S_k$ in het vlak $R_l R_m R_n$ ligt.

3. Neemt men in een vlak 5 rechten $a_k$ willekeurig aan, dan zullen de omgeschreven cirkels $\mathfrak{A}_{klm}$ der driehoeken $A_{kl} A_{km} A_{lm}$ 4 aan 4 samenkomen in 5 punten $A_{klmn}$. Nu kan bewezen worden dat deze 5 punten op een cirkel liggen.

Brengt men door inversie de geheele figuur op een bol over, dan vormen de vlakken der cirkels, waarin $a$ en $\mathfrak{A}_{klm}$ worden omgezet, een ruimtefiguur, die aldus kan ontstaan.

Door een punt O legt men 5 vlakken $\beta_k$; de cirkels, welke zij met den bol gemeen hebben, snijden elkaar 2 aan 2 in 10 punten $B_{kl}$; deze punten bepalen, 3 aan 3 genomen, 10 vlakken $\beta_{klm}$, die 4 aan 4 door 5 punten $B_{klmn}$ gaan.

Deze figuur geeft aanleiding tot de volgende tabel, waar de vier punten van elke kolom telkens tot een vlak behooren.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $B_{12}$ | $B_{12}$ | $B_{12}$ | $B_{12}$ | $B_{13}$ | $B_{13}$ | $B_{14}$ |
| $B_{13}$ | $B_{13}$ | $B_{14}$ | $B_{15}$ | $B_{14}$ | $B_{15}$ | $B_{15}$ |
| $B_{14}$ | $B_{1234}$ | $B_{1234}$ | $B_{1235}$ | $B_{1234}$ | $B_{1235}$ | $B_{1245}$ |
| $B_{15}$ | $B_{1235}$ | $B_{1245}$ | $B_{1245}$ | $B_{1345}$ | $B_{1345}$ | $B_{1345}$ |

[1]) Vergelijk mijn verhandeling „Ueber räumliche Configurationen, welche sich aus den regelmässigen Polyedern herleiten lassen" (Sitz.ber. Akad. Wien, Bd. 100, S. 822—842).

Hieruit leidt men gemakkelijk de volgende nieuwe tabel af, waarin elk der teekens $f_k$ de rechte voorstelt, die de op denzelfden regel geplaatste punten verbindt, terwijl elk teeken $g_k$ de rechte aanwijst, die bepaald is door de daaronder geplaatste punten.

| | $g_1$ | $g_2$ | $g_3$ | $g_4$ |
|---|---|---|---|---|
| $f_1$ | | | $B_{14}$ | $B_{1234}$ |
| $f_2$ | | | $B_{15}$ | $B_{1235}$ |
| $f_3$ | $B_{12}$ | $B_{13}$ | | |
| $f_4$ | $B_{1245}$ | $B_{1345}$ | | |

Volgens de eerste tabel worden $f_1$, $f_2$, $f_3$ gesneden door $g_1$, $g_2$, $g_3$, $g_4$ en rust $f_4$ op $g_1$, $g_2$, $g_3$; de rechten $f_k$ behooren dus tot een regelschaar, de rechten $g_k$ tot de toegevoegde regelschaar; derhalve wordt $f_4$ ook door $g_4$ gesneden, en liggen de punten $B_{1234}$ $B_{1235}$ $B_{1245}$ $B_{1345}$ in een vlak. [1])

Door in deze redeneering de cijfers 1 en 2 te verwisselen, vindt men, dat de punten $B_{1234}$ $B_{1235}$ $B_{1245}$ $B_{1345}$ door een vlak kunnen verbonden worden; maar dan liggen de 5 punten $B_{klmn}$ in een zelfde vlak $\beta_{12345}$, dus in een cirkel.

Terugkeerende tot de vlakke figuur, vindt men derhalve, dat de 5 punten $A_{klmn}$ door een cirkel kunnen verbonden worden. [2])

Hieruit volgt nog:

*De brandpunten der 5 parabolen, die elk 4 zijden eener vijfzijde aanraken, liggen op een cirkel.*

4. Het vlak $\beta_{12345}$ vult de zooeven beschouwde ruimtefiguur aan tot een cf. $(16^5, 16_5)$. Het is gemakkelijk, in te zien, dat het bestaan van dit vlak even goed kan aangetoond worden, wanneer

[1]) Blijkbaar vormen de 8 punten der laatste tabel een cf. van Moebius, en is dit eveneens het geval met de 8 overige snijpunten van $f_k$ met $g_k$. Daar de 8 punten eener cf. van Moebius op drie hyperboloiden liggen, vindt men drie nieuwe cf., waarvan de punten telkens de raakpunten zijn van de betrokken hyperboloide met de vlakken der oorspronkelijke $S_4$.

[2]) Prof. Schoute deelde mij mede, dat deze eigenschap, onder den naam "Miquel's Theorem", bewezen is door Casey in zijn Sequel to Euclid, 4e druk, bl. 152.

men de punten $B_{kl}$ willekeurig op de snijlijnen der vlakken $\beta_k$ kiest.

De genoemde cf. $8_4$ en $16_5$ behooren tot de cf. $(2^{n-1})_n$ van ANDREEFF, waarvan ik vroeger [1]) heb aangetoond, dat ze regelmatig zijn t. o. v. hun punten en vlakken, en door herhaalde polarisatie t. o. v. een reeks van nulstelsels, uit het viervlak kunnen afgeleid worden. Door uitbreiding der voorafgaande beschouwingen kan men gemakkelijk aantoonen, dat alle deze cf. zoo kunnen geconstrueerd worden, dat hun punten op een bol liggen. Hieruit blijkt dan de mogelijkheid van regelmatige spherische of vlakke cf. $(2^{n-1})_n$ van punten en cirkels.

**Mineralogie.** — De Heer MARTIN toont aan de vergadering een nieuwe kristalvorm van goud, een zuiver ontwikkeld tetraëder voorstellende en afkomstig van Brazilië. Spreker acht op grond hiervan de hemiëdrie van het goud mogelijk, al is die door deze enkele vondst nog niet bewezen.

**Wiskunde.** — De Heer KLUYVER doet eene mededeeling: *„Over de binomiale ontwikkeling"*.

Wanneer eene van twee elkaar uitsluitende gebeurtenissen $P$ en $Q$ het noodzakelijk gevolg is van eene bepaalde proefneming en $p$ en $q$ de kansen zijn voor het plaatsvinden van elk dezer gebeurtenissen, waarbij wij $p > q$ onderstellen, dan geeft iedere term der binomiale ontwikkeling

$$(p+q)^n = p^n + \dots + n_\beta\, p^\alpha\, q^\beta + \dots + q$$

de kans aan voor eene mogelijke uitkomst van de $n$ malen herhaalde proef. Van alle mogelijke uitkomsten is in het algemeen éóne de waarschijnlijkste, het is die, waarbij het aantal malen $\beta$, dat de gebeurtenis $Q$ plaats vindt, gelijk is aan het aantal geheelen van $(n+1)q$. Hare waarschijnlijkheid wordt aangegeven door den grootsten term [2])

$$G = n_\beta\, p^\alpha\, q^\beta$$

van het binomium, terwijl de andere termen de kansen zijn voor uitkomsten, die van de meest waarschijnlijke afwijken.

---

[1]) Verg. mijn opstel „Ueber gewisse räumliche Configurationen (Zittingsverslagen Dl. III, bl. 154—161).

[2]) Bij uitzondering kan het voorkomen, dat $(n+1)q$ een geheel getal is. Alsdan is de term $n_{\beta-1}\, p^{\alpha+1}\, q^{\beta-1}$, die aan $G$ voorafgaat, even groot als deze. In het volgende wordt ook in dit geval $G$ den grootsten term genoemd.

De vraag doet zich voor of werkelijk de gezamenlijke afwijkingen in de eene richting even waarschijnlijk zijn als de afwijkingen in de andere richting, zooals men onwillekeurig van te voren geneigd is te gelooven. Blijkbaar komt deze vraag neer op de volgende: is in de binomiale ontwikkeling de som $A$ der termen

$$p^n + n_1 p^{n-1} q + \ldots\ldots + n_{\beta-1} p^{\alpha+1} q^{\beta-1},$$

die aan $G$ voorafgaan, gelijk aan de som $B$ der termen

$$n_{\beta+1} p^{\alpha-1} q^{\beta+1} + \ldots\ldots n_1 p q^{n-1} + q^n$$

die op $G$ volgen, of bestaat er tusschen deze sommen een verschil in bepaalde richting?

Een antwoord ligt hier niet onmiddellijk voor de hand, de som $A$ bevat wel de grootste termen, maar hun aantal $\beta$ is geringer dan het aantal $\alpha$ van de termen in som $B$. De Rev. T. C. Simmons, die door de beschouwing van de cijfers van een groot aantal groepen van getallen tot het vermoeden was gekomen, dat in het algemeen $A$ grooter was dan $B$, heeft getracht een antwoord op de vraag te geven [1]). Zijne redeneering is echter zeer ingewikkeld en zijne bewijsvoering, naar het mij voorkomt, aan gegronde bezwaren onderhevig. In het volgende heb ik gepoogd langs meer rechtstreekschen weg het doel te bereiken en de aldus verkregen uitkomsten bevestigen ten deele die van den Rev. Simmons.

---

Indien men de volgorde der termen van de som $A$ omkeert, heeft men achtereenvolgens

$$A = G\left[\frac{\beta}{\alpha+1}\cdot\frac{p}{q} + \frac{\beta(\beta-1)}{(\alpha+1)(\alpha+2)}\cdot\frac{p^2}{q^2} + \ldots\right] =$$

$$= \frac{G\beta p}{(\alpha+1)q} F\left(-\beta+1,\ 1,\ \alpha+2, -\frac{p}{q}\right) =$$

$$= \frac{G\beta p}{\alpha+1} F(n+1,\ 1,\ \alpha+2,\ p) = -\frac{G\beta}{n} + \frac{G\beta}{n} F(n,\ 1,\ \alpha+1,\ p) =$$

$$= -\frac{G\beta}{n} + \frac{G\alpha\beta}{n}\int_0^1 (1-t)^{\alpha-1}(1-pt)^{-n}\,dt.$$

[1]) »A new theorem in probability", London Math. Soc. Proc., 1895, blz. 290.

In deze herleiding beteekent $F$ de gewone hypergeometrische reeks; toegepast zijn de beide eigenschappen

$$F(a,\ b,\ c,\ x) = (1-x)^{-b}\, F\left(c-a,\ b,\ c,\ \frac{x}{x-1}\right),$$

$$F(a,\ b,\ c,\ x) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\,\Gamma(c-b)}\int_0^1 t^{b-1}(1-t)^{c-b-1}(1-xt)^{-a}\,dt.$$

In de gevonden uitdrukking voor $A$ is $\beta$ het aantal geheelen van $(n+1)q$, als wij dus stellen

$$\beta = nq + \theta \quad , \quad \alpha = np - \theta,$$

is $\theta$ eene echte breuk gelegen tusschen $+q$ en $-p$. Wij substitueeren nu verder

$$p = \frac{1}{2}(1+x),\ q = \frac{1}{2}(1-x),\ t = \frac{2z}{1+z},\ dt = \frac{2\,dt}{(1+z)^2},\ 1-t = \frac{1-z}{1+z},$$

$$1 - pt = \frac{1-xz}{1+z},$$

en vinden

$$\frac{A}{G} = -q - \frac{\theta}{n} + \frac{2\,\alpha\beta}{n}\int_0^1 dz\,(1-z^2)^{\frac{n}{2}-1}(1-x^2z^2)^{-\frac{n}{2}}\left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{\frac{nx}{2}} \times$$

$$\left(\frac{1-xz}{1+xz}\right)^{-\frac{n}{2}} \times \left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{-\theta},$$

terwijl men door verandering van $x$ en $\theta$ in $-x$ en $-\theta$ op dezelfde wijze zal hebben

$$\frac{B}{G} = -p + \frac{\theta}{n} + \frac{2\,\alpha\beta}{n}\int_0^1 dz\,(1-z^2)^{\frac{n}{2}-1}(1-x^2z^2)^{-\frac{n}{2}}\left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{-\frac{nx}{2}} \times$$

$$\left(\frac{1-xz}{1+xz}\right)^{+\frac{n}{2}} \times \left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{+\theta}$$

In deze uitdrukkingen hangt $\theta$ van $x$ af, immers

$$\alpha = \frac{n}{2} + \frac{nx}{2} - \theta,$$

$$\beta = \frac{n}{2} - \frac{nx}{2} + \theta,$$

moeten geheele getallen zijn. Denkt men zich echter voor een oogenblik $\theta$ onafhankelijk van $x$, dan is voor $z < 1$ in elk der integralen de integrand eene holomorphe functie van $x$, die in de omgeving van $x = 0$ in eene convergente machtreeks kan worden ontwikkeld; de convergentiestraal is, zoolang $z < 1$ blijft, grooter dan de eenheid. De aanwezigheid van den factor $(1-z^2)^{\frac{n}{2}-1}$ maakt integratie van de termen dezer reeks tusschen de grenzen 0 en 1 mogelijk en daaruit besluit men, dat $A : G$ en $B : G$ beide ontwikkeld kunnen worden in machtreeksen van $x$, waarvan de coëfficiënten afhangen van $n$ en $\theta$. De reeksen zullen stellig convergeeren voor $|x| < 1$.

Met behulp van deze reeksen zullen wij de waarde en het teeken van $A-B$ onderzoeken en wel in de eerste plaats voor het regelmatige geval, dat $np$ en $nq$ geheele getallen zijn en de breuk $\theta$ dus nul is. In deze onderstelling is

$$\frac{A-B}{xG} = 1 + \frac{n(1-x^2)}{2x}\int_0^1 dz\,(1-z)^{\frac{n}{2}-1}(1-x^2z^2) \times$$

$$\times \left[\left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{\frac{nx}{2}}\left(\frac{1-xz}{1+xz}\right)^{-\frac{n}{2}} - \left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{-\frac{nx}{2}}\left(\frac{1-xz}{1+xz}\right)^{+\frac{n}{2}}\right]$$

De uitdrukking tusschen de vierkante haken wordt ontwikkeld met behulp van de identiteit

$$\frac{1}{2}x\log\frac{1-z}{1+z} - \frac{1}{2}\log\frac{1-xz}{1+xz} = \frac{1}{3}z^3(x^3-x) + \frac{1}{5}z^5(x^5-x) +$$

$$+ \frac{1}{7}z^7(x^7-x) + \ldots = -z^3x(1-x^2)\,\lambda(z^2),$$

waar

$$\lambda(z^2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}z^2(x^2+1) + \frac{1}{7}z^4(x^4+x^2+1) + \ldots.$$

Deze functie $\lambda\,(z^2)$ invoerende, zal men kunnen schrijven

$$\frac{A-B}{xG}=1-\frac{n}{2}(1-x^2)\int_0^1 2z\,dz\,(1-z^2)^{\frac{n}{2}-1}\,(1-x^2z^2)^{-\frac{n}{2}}\frac{\sin h[nz^3x(1-x^2)\lambda(z^2)]}{xz}.$$

Na de ontwikkeling van de hyperbolische functie komen alleen even machten van $x$ en $z$ voor, wij stellen dus

$$x^2=(p-q)^2=y \quad , \quad z^2=v,$$

en verkrijgen

$$\frac{A-B}{xG}=1-\frac{n}{2}\,(1-y)\int_0^1 dv\,(1-v)^{\frac{n}{2}-1}\,(1-yv)^{-\frac{n}{2}}\times$$

$$\times\left[\frac{nv\,(1-y)\,\lambda}{1\,!}+\frac{n^3v^4y\,(1-y)^3\,\lambda^3}{3\,!}+\ldots.\right],$$

waarin

$$\lambda=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}v\,(1+y)+\frac{1}{7}v^2\,(1+y+y^2)+\ldots\ldots$$

Was de vorm binnen de vierkante haken naar $v$ gerangschikt, dan zou men te integreeren hebben uitdrukkingen van de gedaante

$$(1-v)^{\frac{n}{2}-1}\,(1-yv)^{-\frac{n}{2}}\,v^h,$$

daarom stellen wij

$$L_h=\frac{n}{2}\,(1-y)^{h+1}\int_0^1 dv\,(1-v)^{\frac{n}{2}-1}\,\,(1-yv)^{-\frac{n}{2}}\,v^h$$

en onderzoeken de waarde van de integralen $L_h$. Vooreerst is

$$L_h=\frac{(1-y)^{h+1}\;h\,!}{\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)\ldots.\left(\frac{n}{2}+h\right)}\,F\left(\frac{n}{2},h+1,\frac{n}{2}\;\middle|\;h+1,\;y\right),$$

nemen wij buitendien aan, dat

$$s = \frac{y}{1-y} = \frac{(p-q)^2}{4\,pq}$$

kleiner is dan de eenheid, dan is nog eenvoudiger

$$L_h = \frac{h\,!}{\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)\ldots\left(\frac{n}{2}+h\right)} F\left(h+1, h+1, \frac{n}{2}+h+1, -s\right),$$

of ook

$$L_h = (-1)^h \frac{1}{h\,!} \frac{d^h L_0}{d\,s^h}\ ,$$

waar

$$L_0 = F\left(1,\ 1, \frac{n}{2}+1, -s\right).$$

Blijkbaar bestaat nu het integreeren ter bepaling van $(A-B):Gx$ alleen hierin, dat men in den vorm tusschen de vierkante haken overal $v$ door $L:(1-y)$ vervangt en later $L_h$ voor $L^h$ schrijft.

Op deze wijze komt er

$$\frac{A-B}{xG} = 1 - \left[\frac{nL\lambda}{1\,!} + \frac{n^3\,L^4\,\lambda^3\,s}{3\,!} + \frac{n^5\,L^7\,\lambda^5\,s^2}{5\,!} + \frac{n^7\,L^{10}\,\lambda^7\,s^3}{7\,!} + \ldots\ldots\right],$$

waar

$$\lambda = \frac{1}{3} + \frac{L}{5}(2\,s+1) + \frac{L^2}{7}(3\,s^2+3\,s+1) + \frac{L^3}{9}(4\,s^3+6\,s^2+4\,s+1) + \ldots.$$

In deze uitkomst moet ten slotte naar $s$ gerangschikt worden; is werkelijk $s<1$, dan convergeert deze reeks stellig, omdat zooals in den beginne werd besproken $(A-B):G$ ontwikkeld kan worden in een machtreeks naar $x$, convergent voor $x<1$, en men voor $s<1$ daarin $x^2 = s - s^2 + s^3 + \ldots$ mag substitueeren. De reeks in $s$ zal niet convergeeren voor $s>1$, maar door de substitutie $s = y + y^2 + y^3 + \ldots$ zal dan toch eene convergente reeks in $y = x^2$ verkregen kunnen worden.

Intusschen zijn noch de reeks in $s$, noch die in $y$ volledig aan te geven. Uit het bovenstaande is alleen af te leiden, wat de alge-

meene gedaante der coëfficiënten zal zijn. Gebruikt men na de verandering van $L^h$ in $L_h$ aanhoudend de betrekking

$$nL_h = 2\,(h+1)\,s\,(1+s)\,L_{h+1} - 2\,[h+(2\,h+1)\,s]\,L_h + 2\,hL_{h-1}$$

ter verdrijving van afzonderlijk voorkomende factoren $n$, dan is het in te zien, dat de coëfficiënten van de verschillende machten van $s$ zullen zijn faculteitenreeksen in $\frac{n}{2}$, naar behooren convergent, zoolang $n$, of ten minste het bestaanbare deel van $n$, positief is. De eerste dezer faculteitenreeksen is gemakkelijk te bepalen, van de volgende vindt men door eene steeds meer en meer bewerkelijke becijfering de eerste termen. Intusschen is uit het verkregen resultaat onmiddellijk te zien, dat de eerste term van den coëfficiënt van $s^h$ reeds de $h$ factoren $\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)-\ldots\left(\frac{n}{2}+h\right)$ in den noemer bevat, waardoor voor groote waarden van $n$ de reeks in $s$ zeer snel convergeert.

De aangegeven berekeningen uitvoerende, zal men vinden

$$\frac{A-B}{xG} = 1 - \Bigg\{ 2\left[\frac{1}{1.3} + \frac{1\,!}{3.5\left(\frac{n}{2}+1\right)} + \frac{2\,!}{5.7\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)} + \frac{3\,!}{7.9\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)\left(\frac{n}{2}+3\right)} + \ldots\right]$$

$$+\frac{8}{9}s\left[\frac{2}{3.5\left(\frac{n}{2}+1\right)} + \frac{3}{5.7\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)} + \frac{3}{7.9\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)\left(\frac{n}{2}+3\right)} + \ldots\right]$$

$$-\frac{32}{3^4.5.7}s^2\left[\frac{2}{\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)} + \frac{13}{\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)\left(\frac{n}{2}+3\right)} + \ldots\right]$$

$$-\frac{256}{3^5.5.7}s^3\left[\frac{1}{\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}+2\right)\left(\frac{n}{2}+3\right)} + \ldots\ldots\ldots\right]$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\Bigg\}$$

Zooals gezegd is heeft men voor de gevallen $s > 1$ overal $s = y + y^2 + y^3 \ldots$ te substitueeren. De coëfficiënten van de verschillende machten $y$ zijn weder faculteitenreeksen, overal echter vindt men in den noemer van den eersten term nu den enkelen factor $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$.

Als eerste gevolg is uit deze zeer ingewikkelde uitkomst op te maken, dat voor zeer groote waarden van $n$

$$\frac{A-B}{x\,G} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}\,,$$

en

$$A - B = \frac{1}{3}\,(p-q)\,G$$

zal zijn. Voor genoegzaam groote waarden van $n$ blijkt dus de som $A$ grooter dan de som $B$, hoewel het verschil evenredig is met $n^{-\frac{1}{2}}$ en dus tot nul nadert voor $n = \infty$. Deze uitkomst is ook door den Rev. SIMMONS aangegeven, echter gaat deze van de volkomen onbewezen onderstelling uit, dat het quotient $(A - B : (p-q)\,G$ ontwikkelbaar is in eene machtreeks in $\frac{1}{n}$. Op denzelfden grondslag berust de afleiding van zijne verdere benaderingen, waaraan men met behulp van de hier gevonden uitkomst gemakkelijk nog iets kan toevoegen.

Nemen wij aan, dat $n$ zoo groot is, dat men in de coëfficiënten van de verschillende machten van $s$ kan verwaarloozen alle termen, die in den noemer vier en meer factoren $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$, $\left(\frac{n}{2} + 2\right)$, enz. bevatten, dan komt er bij benadering

$$\frac{A-B}{G\,x} = 1 - \left[\frac{2}{3} + \frac{4}{3^3.\,5n}(8s+9) - \frac{8}{3^4.5.7\,n^2}(32\,s^2 + 60\,s + 27) - \right.$$
$$\left. - \frac{16}{3^5.5.7\,n^3}(128\,s^3 + 336\,s^2 + 288\,s + 81)\right]$$

of

$$A - B = \frac{1}{3}\,(p-q)\,G\,\left[1 - \frac{1}{n}\cdot\frac{2^2\,(p+2q)\,(q+2p)}{3^2.5\,pq} + \right.$$
$$+ \frac{1}{n^2}\cdot\frac{2^3\,(p+2q)\,(q+2p)\,(p^2+pq+q^2)}{3^3.\,5.\,7\,p^2\,q^2} +$$
$$\left. + \frac{1}{n^3}\cdot\frac{2^4\,(p+2q)\,(q+2p)\,(p^2+pq+q^2)^2}{3^4.\,5.\,7.\,p^3\,q^3}\right].$$

De drie eerste termen werden door den Rev. SIMMONS gevonden, die door zeer talrijke getallen-voorbeelden aantoonde, dat bovenstaande waarde van $A-B$ reeds zeer nauwkeurig is voor kleine waarden van $n$. Buitendien zou men vermoeden, dat deze benadering, afkomstig van de machtreeks in $s$, weinig nauwkeurig zou zijn voor $s > 1$, dat is voor kleine waarden van $q$. Toch blijkt uit de voorbeelden van den Rev. SIMMONS, dat, mits $q$ niet al te klein is, de drie eerste termen, ook al is $s > 1$, eene zeer voldoende benadering opleveren.

Wij gaan thans over tot het meer algemeen geval en berekenen voor zeer groote waarden van $n$ het verschil $A-B$, maar nu in de onderstelling, dat $np$ en $nq$ gebroken of onmeetbare getallen zijn. Zooals in den aanvang werd besproken, is in het algemeen de term

$$G = n_\beta \, p^\alpha \, q^\beta$$

bepaald door de voorwaarde

$$\beta = E(nq + q) = nq + \theta \; .$$

Is $\theta = q$, dan zijn de termen $n_{\beta-1} \, p^{\alpha+1} \, q^{\beta-1}$ en $n_\beta \, p^\alpha \, q^\beta$ aan elkaar gelijk, de eerste van beiden tellen wij steeds bij de som $A$.

Volgens vroeger afgeleide formules heeft men

$$\frac{A-B}{G} = x - \frac{2\theta}{n} + \frac{2\,\alpha\beta}{n}\int_0^1 dz\,(1-z^2)^{\frac{n}{2}-1}\,(1-x^2 z^2)^{-\frac{n}{2}} \times$$

$$\left[\left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{\frac{nx}{2}-\theta}\left(\frac{1-xz}{1+xz}\right)^{-\frac{n}{2}} - \left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{-\frac{nx}{2}+\theta}\left(\frac{1-xz}{1+xz}\right)^{+\frac{n}{2}}\right].$$

Wij zullen volstaan met de waarde van de integraal te berekenen voor het geval, dat $\frac{1}{n}$ en hoogere machten van $\frac{1}{n}$ kunnen worden verwaarloosd, en uit de voorafgaande berekeningen blijkt genoegzaam, dat met deze beperkende voorwaarde de vorm tusschen de vierkante haken vervangen kan worden door

$$e^{-z^3 x(1-x^2)\lambda(z^2)}\left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{-\theta} - e^{+z^3 x(1-x^2)\lambda(z^2)}\left(\frac{1-z}{1+z}\right)^{\theta} \;,$$

of eindelijk door

$$4\,\theta\,z - \frac{2\,nz^3x}{3}(1-x^2) \;,$$

zoodat men, wederom stellende

$$z^2 = v, \quad x^2 = y \ ,$$

heeft

$$\frac{A-B}{G} = x - \frac{n^2 x}{6}(1-y)^2 \int_0^1 dv\,(1-v)^{\frac{n}{2}-1}(1-y\,v)^{-\frac{n}{2}}\,v \, +$$

$$+ \; n\,\theta\,(1-y)\int_0^1 dv\,(1-v)^{\frac{n}{2}-1}(1-yv)^{-\frac{n}{2}} \ .$$

Derhalve komt er

$$\frac{A-B}{G} = x - \frac{nx}{3}L_1 + 2\,\theta\,L_0 \ ,$$

en met den aangenomen graad van benadering

$$A-B = G\left(\frac{1}{3}x + 2\,\theta\right) .$$

Hieruit blijkt, dat het bovenstaande verschil niet noodzakelijk meer positief behoeft te zijn, daar $\theta$ soms negatieve waarden grooter dan $\frac{1}{6}x$ kan aannemen. Op te merken valt verder, dat reeds voor vrij kleine waarden van $n$ de formule eene tamelijk goede benadering levert. De hier volgende getallen-voorbeelden toonen dit genoegzaam aan.

| $(p+q)^n$ | $x$ | $\theta$ | $\frac{A-B}{G}$ | $\frac{1}{3}x + 2\,\theta$ |
|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)^5$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | 0.763 | 0.778 |
| $\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\right)^7$ | $\frac{2}{3}$ | $-\frac{1}{6}$ | −0.131 | −0.111 |
| $\left(\frac{5}{7}+\frac{2}{7}\right)^9$ | $\frac{3}{7}$ | $-\frac{4}{7}$ | −0.981 | −1. |
| $\left(\frac{10}{13}+\frac{3}{13}\right)^{27}$ | $\frac{7}{13}$ | $-\frac{3}{13}$ | −0.278 | −0.282 |

De uitkomsten van het voorafgaande onderzoek kunnen overgebracht worden op het gebied der kansrekening. Zij leveren de oplos-

sing van het volgende vraagstuk: Indien er bij zeker spel, dat gewonnen of verloren moet worden, de kans $p$ bestaat om een bedrag $q$ te winnen, en de kans $q$ om een bedrag $p$ te verliezen, waarbij $p > q$ is, zal dan de kans $W$, om na afloop van een groot aantal van $n$ spelen te hebben gewonnen, de kans $V$, om te hebben verloren, overtreffen of niet?

Wij stellen weder

$$G = n_\beta \, p^\alpha q^\beta \ , \ \beta = E(nq + q) = nq + \theta$$

en merken op, dat $W$ de som is van al die termen $n_\nu \, p^\mu q^\nu$ van het binomium $(p+q)^n$, waarvoor $\mu q > \nu p$, dat $V$ de som is van alle termen, waarvoor $\mu q < \nu p$, en dat, zoo er een term is, waarvoor $\mu q = \nu p$, deze term buiten beschouwing blijft. Blijkbaar zijn hier de drie gevallen $\theta > 0$, $\theta = 0$, $\theta < 0$ te onderscheiden. Men heeft:

$$\theta > 0, \ \ W - V = A - B - G = G\left(\frac{1}{3}x + 2\theta - 1\right) = \frac{2}{3}G(-1 - q + 3\theta),$$

$$\theta = 0, \ \ W - V = A - B \qquad = \frac{1}{3}x\,G \qquad\qquad = \frac{1}{3}G(p - q),$$

$$\theta < 0, \ \ W - V = A - B + G = G\left(\frac{1}{3}x + 2\theta + 1\right) = \frac{2}{3}G(1 + p + 3\theta),$$

Daar nu $\theta = E(nq + q) - nq$ gelegen is tusschen $+q$ en $-p$, blijkt hieruit dat $W - V$ zeker negatief is voor $\theta > 0$, maar positief kan zijn voor $\theta < 0$, zoodat het antwoord op de gestelde vraag luidt als volgt:

De kans $W$, om na afloop van een groot aantal van $n$ spelen te hebben gewonnen, is zeker grooter dan de kans $V$ om te hebben verloren, indien

$$\frac{1}{3}(p + 1) > nq - E(nq + q) \geqq 0.$$

Is het aantal $n$ der spelen niet vooraf bepaald en acht men alle mogelijke waarden van $nq - E(nq + q)$ van te voren even waarschijnlijk, dan zal toch altijd nog de kans, dat $W \geqq V$ is, de kans van het tegenovergestelde overtreffen. Wanneer namelijk $p$ en $q$ echte onverkleinbare breuken zijn met den noemer $k > 2$, dan is de kans

voor $W \geqq V$

$$\frac{1}{k}\left[1+E\frac{1}{3}k(p+1)\right]$$

en deze uitdrukking, die voor groote waarden van $k$ tot $\frac{1}{3}(p+1)$ nadert, is grooter dan $\frac{1}{2}$ voor alle waarden van $k$.

Het verschil tusschen $W$ en $V$ is in alle gevallen evenredig met $G$ en nadert tegelijk met $n-\frac{1}{2}$ tot nul.

**Mechanica.** — De Heer JAN DE VRIES biedt namens Dr. G. DE VRIES, te Haarlem, voor het Verslag der Vergadering aan een opstel, getiteld: „*Le tourbillon cyclonal.*"

Les phénomènes météorologiques sont hélas si compliqués, que dans le premier temps on ne peut pas songer à leur appliquer un calcul rendant compte de la présence de tous les éléments nécessaires. La seule voie, qui fasse entrevoir un certain résultat, sera de simplifier les suppositions de façon que le calcul puisse y être appliqué; et après avoir trouvé une solution, d'étendre les suppositions. Depuis quelque temps plusieurs météorologistes se sont occupés du mouvement des cyclones, en y appliquant les lois de l'Hydrodynamique, mais à cause de la difficulté ils ont supposé l'air incompressible. Les premières idées de traiter la question étaient de supposer le mouvement horizontal à cause de la petitesse du mouvement vertical. Plus tard on a introduit une région à courant ascendant à l'intérieur. Cependant il me semble de rigueur de traiter la question tellement, que l'air afflué trouve une issue. Dans ce cas il est question d'un tourbillon qui est de révolution, tournant à la fois autour de son axe, de sorte que les diverses parties se meuvent en spirales. Je propose pour cette espèce le nom indiqué ci-dessus.

En traitant ce tourbillon je commence à transformer les équations de mouvement en coordinées cylindriques. Pour le mouvement relatif à la terre il faut introduire les forces suivantes:

| | |
|---|---|
| $\lambda v - \lambda' w \cos \vartheta$ | dans la direction du rayon vecteur, |
| $-\lambda u + \lambda' w \cos \vartheta$ | dans la direction perpendiculaire, |
| $\lambda' (u \cos \vartheta - v \sin \vartheta)$ | dans la direction verticale, |

où $\lambda$ est écrite pour $2\,\omega \sin \beta$; $\lambda'$ pour $2\,\omega \cos \beta$; $\omega$ étant la vélocité angulaire de la terre, $\beta$ la latitude. L'origine de $\vartheta$ est la direction de

l'Est et $\vartheta$ est compté positif dans la direction Nord-Ouest. J'ai choisi pour les composantes de la vélocité et du tourbillon les mêmes signes que pour les coordinées cartésiennes; à savoir $u$ et $\xi$ dans la direction du rayon vecteur, $v$ et $\eta$ dans la direction perpendiculaire et $w$ et $\zeta$ dans la direction verticale. Les équations de mouvement peuvent s'écrire :

$$\frac{du}{dt} - \frac{v^2}{r} = \lambda v - \lambda' w \cos \vartheta - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r},$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{uv}{r} = -\lambda u + \lambda' w \sin \vartheta - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{r\partial \vartheta},$$

$$\frac{dw}{dt} \qquad = \lambda'(u \cos \vartheta - v \sin \vartheta) - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z} - g$$

Je rappelle que $\frac{d}{dt}$ a ici la signification :

$$\frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial r} + v\frac{\partial}{r\,\partial \vartheta} + w\frac{\partial}{\partial z}$$

et j'introduis les composantes de la rotation moléculaire données par:

$$2\,\xi = \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \frac{\partial v}{\partial z},$$

$$2\,\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r},$$

$$2\,\zeta = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial v\, r}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial \vartheta}\right),$$

(voyez Basset; Treatise on Hydrodynamics, Vol. I p. 15).

Alors les premiers membres peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial q^2}{\partial r} + 2\,w\,\eta - 2\,v\,\zeta,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial q^2}{r\partial \vartheta} + 2\,u\,\zeta - 2\,w\,\xi,$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial q^2}{\partial z} + 2\,v\,\xi - 2\,u\,\eta,$$

où $q$ signifie la vélocité. Evidemment une forme analogue à celle que Basset a donnée pour les coordinées cartésiennes. En transportant les termes qui se rapportent à la rotation terrestre dans les premiers membres et écrivant :

$$2\,\xi_0 \text{ pour } 2\,\xi + \lambda' \sin \vartheta ,$$

$$2\,\eta_0 \quad » \quad 2\,\eta + \lambda' \cos \vartheta ,$$

$$2\,\zeta_0 \quad » \quad 2\,\zeta + \lambda ,$$

les équations se réduisent en :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + w\,.\,2\,\eta_0 - v\,.\,2\,\zeta_0 = -\frac{\partial Q}{\partial r},$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\,.\,2\,\zeta_0 - w\,.\,2\,\xi_0 = -\frac{\partial Q}{r\,\partial \vartheta},$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + v\,.\,2\,\xi_0 - u\,.\,2\,\eta_0 = -\frac{\partial Q}{dz},$$

en posant :

$$Q = \frac{p}{q} + \frac{1}{2}\,q^2 + gz$$

Dorénavant je ne m'occuperai que du cas d'un mouvement permanent, pendant que je suppose pour la première approximation, que le mouvement ne dépend pas de $\vartheta$. Les équations de mouvement sont alors :

$$w\,.\,2\,\eta - v\,.\,2\,\zeta_0 = -\frac{\partial Q}{\partial z} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$u\,.\,2\,\zeta_0 - w\,.\,2\,\xi = 0\,, \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$v\,.\,2\,\xi - u\,.\,2\,\eta = -\frac{\partial Q}{\partial z}, \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

et l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u\,r}{\partial r} + \frac{\partial w\,r}{\partial z} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

De celle-ci il suit l'existence d'une fonction $\psi$ laquelle remplit les conditions :

$$u = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z}\ ,\ w = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\ ,$$

L'élimination de $Q$ entre (1) et (3) donne :

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{2\,\eta}{r}\cdot\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{2\,\eta}{r}\cdot\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)=\frac{\partial\,(v\ .\ 2\,\zeta_0)}{\partial z}+\frac{\partial\,(v\ .\ 2\,\xi)}{\partial r}\ ,$$

Il existe aussi une fonction $V$ qui a pour dérivées $2\xi$ et $2\zeta_0$, car:

$$2\,\zeta_0 = \lambda + \frac{1}{r}\frac{\partial r v}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,v + \frac{1}{2}\,\lambda\,r^2\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r}\ ,$$

$$2\,\xi = -\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial z}\left(r\,v + \frac{1}{2}\,\lambda\,r^2\right) = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial z}\ ,$$

on a ensuite :

$$\frac{\partial\,(v\ .\ 2\,\zeta_0)}{\partial z}+\frac{\partial\,(v\ .\ 2\,\xi)}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{v^2}{r}+\lambda\,v\right)=\frac{1}{r^3}\cdot\frac{\partial V^2}{\partial z}\ ,$$

De sorte que l'équation qui suit de (1) et (3) prend la forme :

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\cdot\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\partial \psi}{\partial r}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\frac{2\,\eta}{r}\right)=\frac{1}{r^3}\cdot\frac{\partial V^2}{\partial z}\ ,\quad .\ .\ .\ .\ (5)$$

tandis que (2) peut être écrite :

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\cdot\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\partial \psi}{\partial r}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\right)(V)=0\ ,\quad .\ .\ .\ .\ .\ .\ (6)$$

$V$ est donc une fonction de $\psi$ en général, et dans ce cas $\frac{2\eta}{r}$ doit être plus compliquée. Uniquement dans le cas que $V$ est une constante, $\frac{2\eta}{r}$ peut dépendre de $\psi$ seulement, mais alors $v$ est fonction de $r$ :

$$v = \frac{C}{r} - \frac{1}{2}\,\lambda\,r\ .$$

Maintenant je m'occupe du cas général et je pose :

$$\frac{2\,\eta}{r} = F(\psi) - \frac{a^2}{r^2}\,.\,f(\psi)\,,$$

d'où il suit :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{2\,\eta}{r}\right) = \left[F'(\psi) - \frac{a^2}{r^2}f'(\psi)\right]\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{2\,a^2}{r^3}f(\psi)\,,$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{2\,\eta}{r}\right) = \left[F'(\psi) - \frac{a^2}{r^2}f'(\psi)\right]\,.\,\frac{\partial\psi}{\partial z}\,,$$

La substitution dans l'équation (3) donne :

$$\frac{2\,a^2}{r^3}f(\psi) = \frac{1}{r^3}\,\frac{dV^2}{d\psi}\,,$$

en intégrant :

$$V = \sqrt{2\,a^2\int f(\psi)\,d\psi}\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8$$

Portant les valeurs dans l'expression de $\frac{2\eta}{r}$, il vient l'équation suivante à résoudre :

$$\frac{1}{r^2}\left\{\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\,\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right\} = F(\psi) - \frac{a^2}{r^2}f(\psi)\,,$$

ou bien :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\,\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = r^2\,F(\psi) - a^2\,f(\psi)\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

On vient à une forme un peu simplifiée en introduisant:

$$x = r^2,$$

Facilement on peut vérifier:

$$4\,x\,\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = x\,F(\psi) - a^2\,f(\psi)\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9a)$$

Ensuite je chercherai une expression pour la pression. Une combinaison de (1) et (3) donne :

$$dQ = 2\,\eta\,(u\,dz - w\,dr) - v\,(2\,\xi\,dz - 2\,\zeta_0\,dr),$$

ou

$$dQ = \frac{2\,\eta}{r}\,d\psi + \frac{v}{r}\,dV,$$

ou

$$dQ = \left\{F(\psi) - \frac{a^2}{r^2}f(\psi)\right\}d\psi + \left(\frac{V}{r^2} - \frac{1}{2}\lambda\right)dV,$$

ou en ayant égard à (8)

$$dQ = F(\psi)\,d\psi - \frac{1}{2}\lambda\,dV,$$

L'intégration donne ensuite :

$$Const + \frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2}\,q^2 + gz = \int F(\psi)\,d\psi - \frac{1}{2}\,a\,\lambda\sqrt{2\int f(\psi)\,d\psi}, \quad (10)$$

Il est possible, au moins pour des cas spéciaux, de donner des solutions. Je prends le cas où $F(\psi)$ et $f(\psi)$ ont les valeurs:

$$4\,b^2\,\psi \text{ et } \psi,$$

Les équations (9) et (10) peuvent être écrites :

$$Const. + \frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2}\,q^2 + gz = 2\,b^2\,\psi^2 - \frac{1}{2}\,a\,\lambda\,\psi, \quad . \quad . \quad (10a)$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 4\,b^2\,r^2\,\psi - a^2\,\psi, \quad . \quad . \quad . \quad (9b)$$

Il sera possible de ramener la solution de cette équation au cas, traité par Basset (Treat. on Hydr. Vol. II, p. 81) à l'aide de fonctions toroïdales, mais je préfère ici de suivre une autre voie, qui donne des solutions particulières, et qui ont beaucoup plus d'intérêt pour le mouvement de l'air dans les cyclones. Il me semble qu'il est permis de donner une solution de ($9^b$) en série, pourvu qu'on ait soin, qu'elle soit convergente pour le cas actuel Je propose donc :

$$\psi = \sum_{0}^{\infty} \left[ \varphi_p (z) \, . \, r^{2p} \right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

où les fonctions $\varphi_p (z)$ ne dépendent que de $z$ et que j'abrégerai par $\varphi_p$. La substitution amène à :

$$\sum_{2}^{\infty} \left[ 2\, p\, (2\, p - 2)\, r^{2p-2} \, . \, \varphi_p \right] + \sum_{0}^{\infty} \left[ r^{2p} \frac{d^2 \varphi_p}{dz^2} \right] =$$

$$= \sum_{0}^{\infty} \left[ (4\, b^2\, r^2 - a^2)\, \varphi_p\, r^{2p} \right]$$

ou :

$$\sum_{1}^{\infty} \left[ \{ (2\, p + 2) \, . \, 2\, p\, \varphi_{p+1} - 4\, b^2\, \varphi_{p-1} \}\, r^{2p} \right] +$$

$$+ \sum_{0}^{\infty} \left[ \left( \frac{d^2 \varphi_p}{dz^2} + a^2\, \varphi_p \right) r^{2p} \right] = 0 \, ,$$

Les conditions nécessaires sont données par :

$$p\, (p + 1)\, \varphi_{p+1} - b^2\, \varphi_{p-1} + \frac{1}{4} \left( \frac{d^2}{dz^2} + a^2 \right) \varphi_p = 0 \, , \quad . \quad (12)$$

Seulement pour $p = 0$ on doit prendre :

$$\left( \frac{d^2}{dz} + a^2 \right) \varphi_0 = 0 \, ,$$

tandis qu'il est permis de prendre $\varphi_0 = 0$.

Voilà une solution générale, dont le cas suivant est important :

$$\varphi_0 = 0 \, ; \; \varphi_1 = A_1 \sin hz. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

La condition à remplir fait voir, qu'il existe les relations suivantes:

$$\varphi_2 = A_2 \sin hz, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$\varphi_3 = A_3 \sin hz, \text{ etc.,}$$

tandis que les constantes $A_1\ A_2\ A_2 \ldots.$ sont soumises aux conditions :

$$2.1\ A_2 + {}^1/_4 (a^2 - h^2)\ A_1 = 0, \quad \ldots \ldots \quad (15)$$

$$3.2\ A_3 + {}^1/_4 (a^2 - h^2)\ A_2 = \ A_1 b^2$$

$$4.3\ A_4 + {}^1/_4 (a^2 - h^2)\ A_3 = \ A_2 b^2, \text{ etc.}$$

Cependant il sera dans ce cas plus simple de réduire tout de suite l'équation ($9^b$) au cas d'une équation différentielle du second ordre. Si $R$ indique une fonction de $r$, on peut substituer :

$$\psi = R \sin hz, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11a)$$

ce qui donne :

$$\frac{d^2R}{dr^2} - \frac{1}{r}\frac{dR}{dr} + \{(a^2 - h^2) - 4\, b^2 r^2\}\, R = 0\,,$$

ou posant encore $x = r^2$ :

$$\frac{d^2R}{dx^2} + \left[\frac{a^2 - h^2}{4\,x} - b^2\right] R = 0\,, \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

La solution de l'équation :

$$\frac{d^2R}{dx^2} - b^2\, R = 0,$$

est donnée par :

$$R = Ce^{-bx} + C_1 e^{bx},$$

Parce qu'il me faut une fonction, qui ne devient pas infinie à l'infini, je me borne au premier terme. La variation de la constante mène alors à la condition suivante :

$$\frac{d^2C}{dx^2} - 2\,b\,\frac{dC}{dx} + C\,\frac{a^2 - h^2}{4\,x} = 0\,,$$

Une solution de cette dernière équation peut être donnée, s'il existe la relation :

$$a^2 - h^2 = 8b, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Alors on peut écrire :

$$\left(\frac{d}{dx} + \frac{1}{x} - 2\,b\right)\left(\frac{d}{dx} - \frac{1}{x}\right) C = 0\,,$$

L'intégration de

$$\left(\frac{d}{dx} + \frac{1}{x} - 2\,b\right) y = 0\,,$$

mène à :

$$y = \frac{A_1}{x}\, e^{2bx}\,.$$

Finalement il reste à résoudre :

$$\frac{dC}{dx} - \frac{1}{x}\,.\,C = \frac{A_1}{x}\, e^{2bx}\,,$$

d'où résulte :

$$C = A_1 x + A_1 \left\{ 2\,bx \int \frac{e^{2bx}}{x} - e^{2bx} \right\}$$

Dans le cas qui m'occupe à l'instant $b > 0$; c'est pourquoi je dois poser $A_1 = 0$. S'il en était autrement, il faudrait prendre $A = 0$ et combiner avec $R = C_1\, e^{bx}$.

Enfin la solution particulière, que j'ai en vue, est donnée par :

$$\psi = A r^2\, e^{-br^2} \sin hz\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Avant de continuer, je fais observer que ce résultat concorde avec les conditions (15), d'où résulte, en ayant égard à (17) :

$$A_2 = -\,b\,A_1\,,$$
$$A_3 = \tfrac{1}{2}\, b^2\, A_1\,,$$
$$A_4 = -\frac{1}{2\,.\,3}\, b^3\, A_1\,, \text{ etc.}$$

menant à :

$$\psi = \sin hz \sum_{1}^{\infty} \left[A_p\; r^{2p}\right] = \sin hz\,.\, A_1 \left\{ r^2 - \frac{br^2}{1} + \frac{b^2\, r^4}{1\,.\,2} - \frac{b^3\, r^6}{1\,.\,2\,.\,3} + \ldots \right\},$$

d'où :

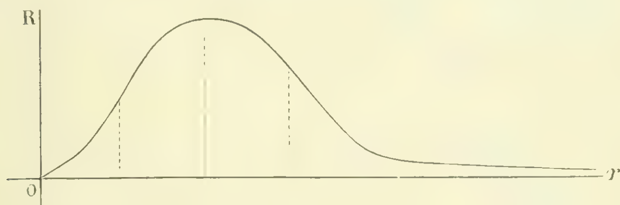
$$\psi = \sin hz\,.\, A_1\, r^2\, e^{-br^2}\,,$$

En regardant l'équation (18), on voit que les lignes de courant sont des courbes situées entre deux plans horizontaux: $z = 0$ et $z = \frac{\pi}{h}$.

Le premier peut représenter la surface terrestre, tandis que le second donne la limite supérieure de la cyclone. Puisque la fonction

$$R = r^2 e^{-br^2} , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18a)$$

s'annule pour $r = 0$ et $r = \infty$, la cyclone est entièrement enfermée dans un cylindre. Ici je donne la marche de la fonction $R$.




Cette fonction devient maximum pour $r_m = \sqrt{\frac{1}{b}}$

$$\frac{dR}{dr} = 2\,R\left(\frac{1}{r} - br\right),$$

$$\frac{d^2R}{d^2r} = 2\,R\left(\frac{1}{r^2} - 5b + 2\,b^2r\right)$$

Elle a deux points d'inflexion à distances $\frac{1}{2}\,r_m$ et $\frac{3}{2}\,r_m$ à peu près. L'infini forme aussi un tel point. Seulement la branche pour $r$ positif doit être considérée. Pour $r > 2\,r_m$ les valeurs sont petites. Les lignes de courant se trouvent sur des surfaces toroïdales dont l'équation est donnée par :

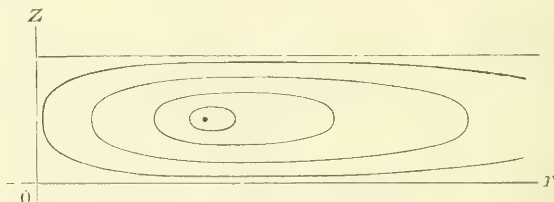
$$\psi = const.,$$

représentant en même temps l'intersection de cette surface avec un plan mené à travers l'axe de rotation. Les courbes d'intersection ont pour ligne de symétrie $z = \frac{\pi}{2h}$ et elles deviennent maximum et minimum

pour $r = \sqrt{\frac{1}{b}}$. A cause de la marche de $R$, une plus grande partie de ces courbes se trouve à côté des valeurs de $r > r_m$. La valeur maximum (ou minimum selon le signe de $A$) de $\psi$ est donnée par

$$\psi = \frac{A}{b} \cdot e^{-\frac{1}{b}},$$

qu'elle acquiert pour les valeurs $z = \frac{\pi}{2h}$ et $r = \sqrt{\frac{1}{b}}$. La figure ci-jointe donne la marche des courbes. Pour la discussion du mouvement et de la pression je donne ensuite les valeurs des composantes de la vélocité.




$$u = Ah\, re^{-br^2} \cos hz = Ah \cdot \frac{R}{r} \cos hz \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

$$w = -2\, A\, (1 - r^2 b)\, e^{-br^2} \sin hz = 2\, \psi \left(b - \frac{1}{r^2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Il suit de l'équation (8):

$$V = \sqrt{2\, a^2 \int \psi\, d\, \psi} = \pm\, a\, \psi\ ,$$

$$v = \pm\, \frac{a}{r}\, \psi - \tfrac{1}{2}\, \lambda\, r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Le cas que je traite est aussi bien appliquable aux cyclones qu' aux Anticyclones. Pour les Cyclones il faut choisir la constante de manière, que $u$ soit négative à la surface terrestre, c'est à dire pour $z = 0$, donc:

$$A < 0\ .$$

Alors $w$ est positive entre les valeurs $r=0$ et $r=\sqrt{\frac{1}{b}}$. Puisque $v$ doit être positive, il faut donner à $a$ une valeur négative, $\psi$ étant négative et l'influence du terme $-\frac{1}{2}\lambda r$ au voisinage du centre très petite, à cause de la petitesse de $\lambda$. Proprement dit $\lambda$ n'est pas une constante et les équations n'ont valeur que pour des distances pas trop éloignées du centre. Dans la partie supérieure de la cyclone les diverses parties s'éloignent du centre, ce qui est conforme à l'expérience. Récemment M. „*Helm Clayton*" a fait voir dans son bel ouvrage „*Discussion of the Cloud observations*" [1]) que le mouvement dans la région du cirrus est toujours un éloignement de l'axe de la cyclone. Si l'on fait abstraction du terme $-\frac{1}{2}\lambda r$, on voit aisément, que $v$ a la plus grande valeur pour $r=\sqrt{\frac{1}{b}}$ et $z=\frac{\pi}{2h}$.

Dans ce cercle les autres composantes de la vélocité sont nulles et dans le voisinage de ce cercle le mouvement dans le plan méridien est sensiblement nul. La condition que $w$ s'annule à la surface terrestre est remplie. D'ailleurs il est d'importance de calculer l'angle entre le rayon vecteur et la composante horizontale de la vélocité, pour petites valeurs de $z$:

$$tg\,\varepsilon=\frac{v}{-u}=\frac{-\frac{a}{r}\cdot\psi-\frac{1}{2}\lambda r}{-A\,Rh\cdot\frac{1}{r}\cos hz}=\frac{a}{h}\,tg\,hz+\frac{\lambda}{2\,A\,h}\cdot e^{br^2}\sec hz\,,$$

$$tg\,\varepsilon=\frac{a}{h}\,tg\,hz-\frac{\lambda}{2\,A_1\,h}\,e^{br^2}\sec hz\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad(22)$$

Si $z$ est petit:

$$tg\,z=az-\frac{\lambda}{2A_1h}\,e^{br^2}\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad(22^a)$$

L'angle $\varepsilon$ est donc dans ce cas constant dans les environs du centre, négligeant le terme qui dépend de $\lambda$.

A une certaine distance du centre $u$ devient petit et d'après les équations il sera possible que $v$ change de signe, si les équations sont encore appliquables à cause de la variabilité de $\lambda$. M. *Douglas*

[1]) Annals of the Astr. Obs. of Harvard College. Vol. XXX. Part IV.

*Archibald* a pris pour type de cyclone une telle, où le sens de rotation change de signe à certaine distance du centre[1]). En vérité le cas se présente dans la grande cyclone terrestre, qui représente la circulation générale; à 30° de latitude le sens de rotation est changé. L'équation (22) fait aussi voir qu'autour du centre à une altitude $z = \frac{\pi}{2h}$ l'angle $\varepsilon$ a la valeur de 90°. D'après les observations de M. *Helm Clayton* cela arrive dans la région du Alto-Cumulus. Sous certains rapports l'analogie avec ces observations cesse, savoir quant à la vélocité, laquelle d'après ces observations va toujours grandissante à mesure qu'on monte. A ce point j'observe, qu'il est possible que les „*cyclonic components*" peuvent s'annuler dans les régions plus hautes, que celles du cirrus et où l'absence des nuages fait ignorer tout sur le mouvement. Du reste, il me semble, qu'une recherche, qui tient compte de la densité diminuante dans l'atmosphère, montrera, que la plus grande vélocité sera trouvée dans la partie supérieure. Une autre raison est la circonstance que la résistance à la surface terrestre est plus grande qu'aux régions supérieures. Finalement il me faut calculer la pression. La formule (10*a*) peut être écrite dans la forme :

$$Const + \frac{p}{\varrho} + gz = -\,{}^{1}\!/_{2} \left\{ u^2 + w^2 + \frac{V^2}{r^2} + ({}^{1}\!/_{2}\,\lambda\, r)^2 \right\} + 2b^2\,\psi^2, \quad . \quad (10b)$$

En substituant les diverses valeurs on arrive à la forme :

$$Const + \frac{p}{\varrho} = -\,{}^{1}\!/_{2}\, A^2 e^{-2b\,r^2} (4\, sin^2\, hz + h^2 r^2) - gz - {}^{1}\!/_{8}\, \lambda^2 r^2, \quad . \quad . \quad (23)$$

d'autre part on a :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{\varrho}\right) = A^2\, r e^{-2b\,r^2} \left\{ 8b\, sin^2\, hz - h^2\,(1 - 2b\, r^2) \right\} - {}^{1}\!/_{4}\, \lambda\, r, \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Cette formule devient, si $z$ a une petite valeur :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{p}{\varrho}\right) = A^2\, h^2\, r e^{-2b\,r^2} \left\{ 8b\, z^2 - 1 + 2b\, r^2 \right\} - {}^{1}\!/_{4}\, \lambda\, r, \quad . \quad . \quad (24a)$$

Faisant de nouveau abstraction du dernier terme, il suit que la

[1]) The story of the earth's atmosphere, p. 140.

plus grande dépression se trouve à une distance donnée par:

$$r = \sqrt{\frac{1}{2\,b} - 4\,z^2}\ .$$

Ce résultat n'est pas non plus conforme à l'expérience, qui a fait voir, que la plus grande dépression est au centre. Seulement dans la grande cyclone, déjà nommée, on trouve un accroissement de pression au centre, savoir au pôle boréal. Le déplacement de la pression minimale au centre dans les cyclones ordinaires, peut être partiellement expliqué par la diminution de la vélocité à la surface terrestre, à cause de la résistance qu'elle offre.

---

Je traiterai encore un cas, qui a un certain intérêt; savoir si les fonctions $F(\psi)$ et $f(\psi)$ se réduisent à des constantes. Alors l'équation (9) prend la forme:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = c^2\,r^2 - a^2\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \ (25)$$

Aussi dans ce cas on peut poser:

$$\psi = \sum_0^\infty \left[\varphi_p\,(z)\ .\ r^{2p}\right]\ \ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \ (11)$$

Si l'on fait la substitution, on arrive à la condition:

$$4\,p(p-1)\,\varphi_p + \frac{d^2\,\varphi_{p-1}}{dz^2} = 0\ ,\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \ (26)$$

qui prend la forme:

$$2.4\ \varphi_2 + \frac{d^2\varphi_1}{dz^2} = c_2\ ,$$

$$\frac{d^2\varphi_0}{dz^2} = -\,a^2\ ,$$

pour les valeurs $p = 2$ et $p = 0$. Cette solution contient une fonction arbitraire; elle a l'avantage, qu'on peut choisir $\varphi_1$ de manière,

30

que la série finisse à un certain terme. On peut facilement vérifier la forme suivante :

$$\psi = \sum_{1}^{\infty} \left[ (-{}^1/_4)^{p-1} \cdot \frac{r^{2p}}{p!\,(p-1)!} \cdot \frac{d^{2p-2}\,\varphi_1}{dz^{2p-2}} \right] + \varphi_0 + {}^1/_8\, c^2\, r^2, \quad (27)$$

Ensuite je fais observer, qu' un développement en puissances de $z$ est aussi possible. Car en représentant par $R$ une fonction de $r$, on a

$$\psi = \sum_{0}^{\infty} \left[ R_p\, z^p \right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (28)$$

Alors les conditions à remplir sont :

$$1.\ 2.\ R_2 + r\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\,\frac{dR_0}{dr}\right) = c^2\, r^2 - a^2 \;,$$

$$2.\ 3.\ R_3 + r\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\,\frac{dR_1}{dr}\right) = 0 \;,$$

$$3.\ 4.\ R_4 + r\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\,\frac{dR_2}{dr}\right) = 0, \text{ etc.}$$

Evidemment on arrive sous cette forme à deux fonctions arbitraires. Je me borne maintenant au cas particulier :

$$R_2 = \tfrac{1}{2}\,(c^2 r^2 - a^2),$$
$$R_1 = -\ \tfrac{1}{2}\, h\,(c^2 r^2 - a^2),$$
$$R_0 = \psi_0,$$

La première suit de la dernière, si $\psi_0 =$ const. ; la deuxième condition est arbitraire. Les fonctions suivantes seront toutes zéro. La solution peut être écrite :

$$\psi - \psi_0 = -\tfrac{1}{2}\,(c^2 r^2 - a^2)\,(hz - z^2), \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (29)$$

$$u = -\frac{c^2 r^2 - a^2}{2\,r}\,(h - 2z), \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (30)$$

$$w = c^2\,(hz - z^2), \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

$$v = \frac{a}{r}\sqrt{2\,\psi_0 - (c^2\, r^2 - a^2)\,(hz - z^2)} - \frac{1}{2}\,\lambda\, r\,, \quad . \; . \quad (32)$$

L'existence de $v$ exige que $\psi$ soit toujours plus petit que $\psi_0$. Donc la valeur maximum de $\psi$ est $\psi_0$, car il faut exclure l'espace compris dans le cylindre de rayon :

$$r_0 = \frac{a}{c}$$

où $u$ prendrait une valeur infinie. Toutes les lignes de courant se trouvent entre le cylindre $r_0$ et l'infini. Dans l'intérieur de ce cylindre je suppose $u = 0$ et $w = 0$

$$v = -\frac{1}{2}\lambda r,$$

La valeur maximum de $v$ est donc (pour $r_0$) :

$$v = c\sqrt{2\psi_0},$$

Le cas se présente chez les cyclones tropiques, où $v$ devient subitement discontinue à certaine distance du centre.

Mais l'équation de la pression fera voir, que $c$ exige une valeur petite. De l'équation (10) il suit :

$$Const. + \frac{p}{\varrho} + gz = \left(c^2 - \frac{a^2}{r^2}\right)\left\{\psi_0 - \frac{1}{8}h^2(c^2 r^2 - a^2)\right\} - \\ - \frac{1}{8}r^2\lambda^2 - \frac{1}{2}c^4(hz - z^2)^2, \quad . \quad . \quad (33)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\varrho}\cdot\frac{\partial p}{dr} &= \frac{a^2}{4r^3}(8\psi_0 + a^2h^2) - \frac{r}{4}(\lambda^2 + h^2c^4), \\ \frac{1}{\varrho}\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} &= -\frac{3a^2}{4r^4}(8\psi_0 + a^2h^2) - \frac{1}{4}(\lambda^2 + h^2c^4), \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (34)$$

En posant $r = r_0$ (33) devient :

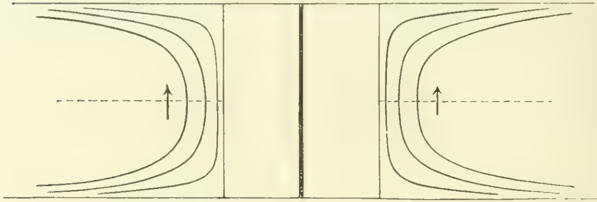
$$Const. + \frac{p}{\varrho} + gz = -\frac{1}{8}r_0^2\lambda^2 - \frac{1}{2}c^4(hz - z^2)^2,$$

Si $c$ a une très petite valeur, le dernier terme peut être négligé et la pression ne dépend que du terme $gz$ pour $r = r_0$.

En même temps on peut donner a $\psi_0$ une grande valeur, pour

que $v$ soit fini et $\frac{dp}{dr} > 0$ pour $r = r_0$. Alors il existe un maximum de pression pour la valeur suivante:

$$r_m = \sqrt[4]{\frac{8\,\psi_0 + a^2\,h^2}{\lambda^2 + c^4\,h^2}}\ .$$



Dans la supposition, déjà faite, la pression dans l'intérieur du cylindre $r_0$ accroîtra, comme dans l'exemple précédent.

La section faite par un plan passant à travers l'axe avec les surfaces de courant est donnée par:

$$r^2 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \frac{2\,(\psi_0 - \psi)}{c^2 z\,(h - z)}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Enfin on trouve pour $z = 0$

$$tg\,\varepsilon = \frac{2\,a\sqrt{2\,\psi_0 - \lambda r^2}}{h\,(c^2\,r^2 - a^2)}\ .$$

Cet exemple montre un mouvement, tel qu'on trouve chez les cyclones tropiques.

**Aardkunde.** — De Heer Moll biedt voor het Verslag der Vergadering een opstel aan van den Heer J. H. Bonnema te Leeuwarden, getiteld: „*De sedimentaire zwerfblokken van Kloosterholt* (*Heiligerlee*)".

Terwijl in Noord-Duitschland de kennis der sedimentaire zwerfblokken een aanzienlijke hoogte bereikt heeft, is dit minder 't geval voor Nederland. Toch is zij niet van belang ontbloot, daar voor 't bepalen van de herkomst en baan der gletschers, die een groot gedeelte van onzen bodem gevormd hebben, de studie der sedimentaire erratica zeker veel kan bijdragen.

Gedurende de 4 jaren, dat ik assistent bij de geologie en minera-

logie te Groningen was, heb ik mij voornamelijk toegelegd op 't verzamelen van sedimentaire zwerfblokken uit den Hondsrug en de hoogte van Kloosterholt.

Die uit den Hondsrug heeft Prof. VAN CALKER voor zoover ze tot cambrium en ondersiluur behooren, gedeeltelijk beschreven in 't Zeitschrift der Deutschen geologischen Gesellschaft, Band XLIII, Heft 3, pag. 792. Van 't geen ik te Kloosterholt verzamelde, wensch ik zelf hier iets mee te deelen.

Van de sedimentaire zwerfblokken van Kloosterholt is nog weinig bekend. STARING maakt in zijn „Bodem van Nederland", Deel II, pag. 79, melding van 't veelvuldig voorkomen van barnsteen, terwijl SCHROEDER V. D. KOLK [1]) in zijn dissertatie mededeelt, dat hij aldaar een stuk chonetenkalk met gletscherkrassen verzamelde.

De te beschrijven stukken zijn allen afkomstig uit keileem, die hier boven potklei schijnt te liggen. De keileem wordt in 't voorjaar veel gegraven en naar elders gevoerd, daar ze gebruikt wordt voor 't maken van dorschvloeren.

Hoewel de gelegenheid om te verzamelen er zich weinig voordoet, is 't mij toch mogen gelukken menig interessant stuk te vinden.

Wat 't karakter der sedimentaire zwerfblokken betreft, zoo wensch ik er reeds nu op te wijzen, dat 't blijkbaar meer een west-baltisch is dan oost-baltisch zooals te Groningen.

Ondersiluur is hier in evenredigheid nog sterker vertegenwoordigd dan te Groningen. Vooral roode ondersilurische kalksteenen komen zeer veel voor. Ongelukkig zijn ze arm aan organische resten, zoodat voor vele de juiste ouderdom niet bepaald kon worden.

## I. KAMBRIUM.

### a. Onder-Kambrium.

*Scolithuszandsteen* [2]) (1.2). Van dit gesteente vond ik te Kloosterholt 2 stukken. 't Eene is lichtgrijs van kleur en fijnkorrelig, terwijl 't andere donkergrijs en meer kwarsietisch is. Zooals bekend is, wordt deze zandsteen bij Lund en Calmar als vaste rots gevonden. Of de hier voorkomende met die van een van beide vindplaatsen overeenkomst bezit, is mij niet bekend.

---

[1]) J. L. C. SCHROEDER VAN DER KOLK. Bijdrage tot de kennis der verspreiding onzer kristallijne zwervelingen, pag. 52.

[2]) F. ROEMER, Lethaea erratica pag. 22.

*b.* Midden-Kambrium.

*Glauconiethoudend kalkconglomeraat met Ellipsocephalus c. f. polytomus* [1]) (5). Hiertoe behoort misschien een kalkhoudend conglomeraat, waarvan ik één stuk verzamelde. 't Bindmiddel is rijk aan kalkspaath en grauw gekleurd. Hierin liggen afgeronde meest lichtgroene soms donkergroene tot bijna zwarte en dan sterk glanzende kalkstukjes. Pyriet is ook een weinig aanwezig.

*c.* Boven-Kambrium.

*Stinkkalk met Leptoplastus Stenotus* [2]) (4). Eenmaal vond ik een fijnkorrelige zwarte kalksteen, waarin ik resten van Leptoplastus en Eurycare meen te kunnen onderscheiden. Hoogstwaarschijnlijk behoort 't dus tot 't gesteente, dat ROEMER beschrijft.

*Peltura-Stinkkalk* [3]) (3). Van dit gesteente is 't mij gelukt een stuk te verzamelen. 't Is ongeveer zoo groot als een vuist en bestaat uit 2 gedeelten. 't Eene is zwart en fijnkorrelig, terwijl 't andere grijsachtig en meer kristallijn is. Dit laatste duidt volgens DAMES [4]) op een herkomst uit Oost-Gothland of Oeland. Wat de organische resten betreft, heeft sphaerophthalmus de bovenhand boven Peltura scarabaeoides.

Tot Kambrium moet hoogstwaarschijnlijk ook gerekend worden een geelgrijze zandsteen met Hyolithus [5]) (39). Verder bezit ik nog een stuk stinkkalk, dat echter geene organische resten bevat, zoodat de ouderdom niet bepaald kon worden.

II. SILUUR.

*a.* Ondersiluur.

*Glauconietkalk* naar FR. v. SCHMIDT [6]) (6, 8, 9). Hiervan bezit ik in mijne verzameling een drietal stukken, die aschgrauw gekleurd zijn en veel glauconiet bevatten. Door behandeling met zoutzuur

—

[1]) F. ROEMER, Lethaea erratica pag. 28.
[2]) F. ROEMER, Lethaea erratica pag. 34.
[3]) F. ROEMER, Lethaea erratica pag. 34.
[4]) DAMES Geologische Reisenotizen aus Schweden, pag. 435.
[5]) Ten onrechte vermeldt SCHROEDER V. D. KOLK in zijne dissertatie op pag. 50, dat Hyolithus-zandsteen bij Vries gevonden werd. Ik verzamelde behalve te Steenbergen dit gesteente ook te Roden.
[6]) FR. V. SCHMIDT, Revision der Ost-baltischen silurischen Trilobiten, pag. 18.

vond ik de in glauconiet gepetrificeerde pteropoden, die SCHMIDT ook in $B_2$ opgeeft. Onder deze pteropoden komt er een voor, die zeer karakteristiek is. Zij is n. l. posthoornachtig opgerold.

Dezelfde soort komt ook voor in een zwerfblok, waarvan de donkere kleur iets naar 't bruine helt. De pteropoden zijn geel. 't Is zeker 't zelfde gesteente dat STOLLEY [1]) beschrijft en herkomstig oordeelt uit Dalarne.

*Vaginatenkalk* naar FR. V. SCHMIDT.

Hiertoe [2]) behoort zeker een duidelijk kristallijn-korrelige grauwe kalksteen met aardachtige lichtgroene massa's op de scheidingsvlakken, die een asaphus-pygidium en cephalopoden-resten bevat (14). Een dichte groene kalksteen [3]) (60) met een glabella van Phacops lijkt petrographisch geheel op stukken te Groningen verzameld, die Endoceras Damesii Dewitz en Endoceras commune Wahlb. bevatten. 2 stukken roode kalksteen [4]) meen ik zeker hiertoe te kunnen rekenen. 't Eene (10) is bruinrood en bevat Acroteta sp. en Niobe resten, 't andere (11) Agnostus glabratus Ang, Pseudosphaerexochus sp. en primitia Schmidtii A. Krause en is meer gevlekt.

Verder bezit ik in mijne collectie een stuk roode kalksteen (61), waarin zich een Endoceras bevindt, dat misschien hiertoe behoort.

*Leptaenakalk* [5]). Dit gesteente komt in de licht gekleurde korrelige varieteit voor, die gekenmerkt is door haren rijkdom aan kalkalgen. Deze zijn gepetrificeerd in kleurlooze kalkspaath en veroorzaken aan de oppervlakte donkere ringetjes (19, 68).

Ook een vleeschroode varieteit komt voor (26).

*Retiolitesleí.* Hiertoe behoort een zwarte dunbladerige lei (17) met Monograptus priodon Bronn. Een ander stuk (18), dat petrographisch hier op gelijkt, bevat een afdruksel van een alg.

Of dit gesteente hier of ergens anders geplaatst moet worden, durf ik niet beslissen.

## *b.* Bovensiluur.

*Graptolieten-gesteente* (34). 't Typische gesteente vond ik tot nog toe niet, wel echter een der varieteiten n.l. een donkergrauwe, ge-

---

[1]) STOLLEY, Die cambrischen und silurischen Geschiebe Schleswig-Holsteins und ihre Brachiopoden fauna, pag. 16.

[2]) Festschrift für die 50 jahrige Jubelfeier der Forstakademie Eberswalde 1880. pag. 197.

[3]) REMELÉ, Katalog. der beim Geologen-congress zu Berlin ausgestellten Geschiebesammlung, pag. 9, IIIc.

[4]) Ibidem, pag. 9, IIId.

[5]) A. REMELÉ, Zeitschr. d. deutsch. geolog. Ges. XXXII, p. 645; XXXIV, p. 651.

laagde, glimmerrijke zandsteen met Monograptus ludensis Murch.

*Onderste Oeselsche laag* (74). Hiertoe behoort een geelgrauwe kalksteen met Leperditia baltica His sp. en Conocardium sp.

*Bovenste Oeselsche laag.* 1e gele zone. (21, 22, 24, 75 76). Deze is vertegenwoordigd door eenige gele en grauwe kalksteenen, waarin Leperditia phaseolus His, Proetus conspersus Ang, Ilionia prisca His sp. voorkomen.

2 *grauwe zone.* Hiertoe behooren eenige stukken typische[1]) chonetenkalk met Onchus sp. Pholidops antiqua Schloth sp. Chonetes Striatella Dalm sp. Beyrichia tuberculata l. sp. Kloedenia Wilckensiana Jones, Tentaculites sp. (27, 28, 34, 35, 37, 29, 25, 77, 36, 31, 32, 78, 33, 32, 30).

## III. Jura.

*Lias* (79). Aan de beschrijving, die Roemer[2]) op de opgegeven plaats geeft, voldoet zeer goed een roodbruine, zware, glimmer- en plantenresten-houdende kleiijzersteen.

## IV. Krijt.

Gesteenten tot deze formatie behoorende zijn te Kloosterholt rijkelijk vertegenwoordigd. Zeer veel komt schrijfkrijt met vuursteen voor. (36, 39).

Los heb ik een paar exemplaren van Ananchytes ovata Leske sp. gevonden. (37, 38).

## V. Tertiair.

*Eoceen.* (58). Aan de beschrijving die Steusloff[3]) geeft, voldoet een geelgrauwe fijnkorrelige zandsteen. Op de splijtingsvlakte liggen zeer vele schalen van lamellibranchiata, waaronder van Leda (aff gracilis?) en donkergrauwe aardachtige korreltjes, die Boll voor coprolithen houdt.

*Oligoceen* (46). Tot midden-oligoceen behoort een stuk van een blauwgrauwe septarie, waarvan de spleten gevuld zijn met geel gekleurde kalkspaath.

Misschien moet hiertoe tevens een pyrietknol gebracht worden.

[1]) Roemer, Lethaea erratica pag. 93,

[2]) Roemer, Lethaea erratica pag, 143. 3.

[3]) Steusloff, Sedimentairgeschiebe von Neubrandenburg. pag. 176.

Zooals men gezien zal hebben, komen te Kloosterholt meestal sedimentaire zwervelingen met een Zweedsch karakter voor. Voornamelijk zijn dit: scolithes-zandsteen, stinkkalk, hyolithes-zandsteen, roode orthoceren-kalk, leptaenakalk, retiolites-lei.

Van typisch Russische gesteenten, zooals cyclocrinuskalk, pentameruskalk en dolomiet, devonische zandsteenen met vischresten, Estheria-dolomiet etc., die in Groningen niet zeldzaam zijn, vond ik niets.

Tot mijn leedwezen heb ik nog geen quantitatief onderzoek kunnen instellen. Hoogstwaarschijnlijk is 't aantal ondersilurische zwerfblokken grooter dan dit der bovensilurische.

Verder is merkwaardig de sterke vertegenwoordiging van de krijtformatie, die te Groningen zeer op den achtergrond treedt.

De Heer van Bemmelen biedt voor de Boekerij der Akademie aan een paar afdrukken uit het Zeitschrift für anorganische Chemie: getiteld I. Der Gehalt an Fluorcalcium eines fossielen Elephantenknochen aus der Tertiärzeit. II. Die Absorption-Anhäufung von Fluorcalcium, Kalk, Phosphaten, in fossilen Knochen.

Na resumtie van het behandelde wordt de vergadering gesloten.

**(9 Februari 1898).**

## E R R A T A.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Blz. 379 | reg. 12 | van onderen. | In plaats van | 0.317342 | *lees:* | 0.317324 |
| " 380 | " 7 | " boven | " " " | 4.309360 | " | 0.309360 |
| " 381 | " 3 | " " | " " " | — 3° 57′ 8″0 | *lees:* | — 1° 57′ 8″0 |

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

### van Zaterdag 26 Februari 1898.

*Voorzitter:* de Heer H. G. van de Sande Bakhuijzen.
*Secretaris:* de Heer J. D. van der Waals.

Inhoud: Ingekomen stukken, p. 455. — Levensbericht van wijlen den Heer F. J. van den Berg door den Heer Schoute, p. 456. — Mededeeling van den Heer Muller „betreffende de triangulatie van Sumatra", p. 456 (met één kaart). — Mededeeling van den Heer Kamerlingh Onnes, namens den Heer N. Kasterin: „Ueber die Dispersion der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen Medium", p. 460 (met één plaat). — Aanbieding door den Heer Hoogewerff van een verhandeling van de Heeren L. Aronstein en S. H. Meihuizen: „Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de kookpuntsmethode", p. 481. — Mededeeling van den Heer W. H. Julius: „Over eene methode om bij spiegelaflezing de nauwkeurigheid eenige malen te vergrooten," p. 481. — Aanbieding door den Secretaris van eene verhandeling van den Heer H. A. Naber, getiteld: „De waterstofvoltameter", p. 486. — Aanbieding van boekgeschenken, p. 486.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Bericht van de Heeren V. A. Julius en Stokvis dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken, met verzoek te berichten of er Nederlandsche geleerden zijn en, zoo ja, welke, bereid zich buiten bezwaar van 's Rijks schatkist door de Regeering te laten afvaardigen naar het op 23 Augustus a.s. te Cambridge te houden 4de internationaal congres voor zoölogie.

In het schrijven van den Minister is de opmerking gevoegd, dat wellicht overleg te dezer zake met de Nederlandsche dierkundige Vereeniging wenschelijk is. Van dit schrijven zal afschrift gezon-

den worden aan de zoölogische Leden der Afdeeling met verzoek om in de Maart-vergadering namen te willen noemen van hen die bereid zijn naar genoemd congres te worden afgevaardigd.

3°. Missive van de Letterkundige Afdeeling der Akademie, inhoudende bericht dat door haar een Commissie is benoemd, bestaande uit de Heeren KERN, DE GOEJE, DE LOUTER, VAN DEN BERG en GROENEVELDT om met de Commissie uit de Natuurkundige Afdeeling advies uit te brengen betreffende een eventueele deelname aan de wereldtentoonstelling in 1900. Van den inhoud van dit schrijven is kennisgegeven aan den Heer MARTIN, als eerstbenoemde in de Commissie der Natuurkundige Afdeeling.

De Heer SCHOUTE leest het levensbericht van wijlen het lid der Akademie, F. J. VAN DEN BERG. In dit uitvoerig levensbericht, dat door alle aanwezigen met groote belangstelling werd aangehoord, wordt de groote beteekenis van VAN DEN BERG voor de ontwikkeling der wiskunde in ons land treffend geschilderd.

De Vergadering gaf door applaus hare ingenomenheid te kennen. Het Levensbericht zal opgenomen worden in het Jaarboek voor 1897.

**Graadmeting.** — De Heer J. J. A. MULLER, Correspondent der Afdeeling in Ned. Indië, doet: *„Eenige mededeelingen betreffende de triangulatie van Sumatra".*

Toen bij het ten einde loopen der triangulatie in het Gouvernement van Sumatra's Westkust in het laatst van 1895 een aanvang zou worden gemaakt met de triangulatie van Zuid Sumatra, bestond het voornemen uit te gaan van de in de jaren 1868 en 1869 door het personeel van den sedert opgeheven Geographischen Dienst in de residentie Lampongsche Districten opgerichte en met het Javanet verbonden pilaren. Op die wijze zou het niet noodig zijn zelf een basis te meten; bij gebrek van een basistoestel zou dit toch niet naar eisch kunnen geschieden en de ondervinding opgedaan bij het gebruik der meetveer voor de basismeting bij Padang in 1883 maakte het niet raadzaam dit eenvoudige instrument verder te bezigen, tenzij ingeval van bepaalde noodzakelijkheid

Bij het onderzoek ingesteld naar den toestand van bedoelde pilaren bleken deze allen te zijn verdwenen of vernield, zoodat er door het personeel der Triangulatie Brigade een nieuwe verbinding over Straat Soenda moest worden tot stand gebracht. Hoewel het driehoeksnet der eerste orde in Zuid Sumatra slechts uit een enkele ketting zal bestaan, zoo werd toch besloten aan te sluiten aan de

twee zijden Karang-Batoe Hideung en Karang-Gede van het net van Java, om uit het bedrag der aansluitingsfouten de zekerheid te kunnen putten, dat de op het terrein door gemetselde pilaren aangegeven driehoekspunten inderdaad nog de oorspronkelijke punten van het driehoeksnet zijn.

De verbinding der beide zijden met de zijde Langeiland-G. Radja Basa der driehoeksketting van Sumatra is op de schetskaart voorgesteld, en tevens een deel dier ketting, namelijk tot de aansluiting met het punt G. Dempoe, het astronomisch station der triangulatie van Zuid Sumatra. Op de vier bergtoppen G. Radja Basa, G. Tanggang (Tangka), G. Telok en G. Tengganoes (Keizerspiek) waren ook in 1868 pilaren gebouwd.

Met de hoekmetingen op die punten werd een aanvang gemaakt in het laatst van 1896, in den loop van 1897 waren zij, evenals de astronomische waarnemingen op het station G. Dempoe, afgeloopen. Voor de hoekmetingen werd, evenals bij de triangulatie van het Gouvernement van Sumatra's Westkust het geval was geweest, de methode van SCHREIBER toegepast, zoodanig dat de op het station vereffende richting het gewicht 24 verkreeg, de eenmaal waargenomen richting als gewichtseenheid nemende. De breedte van het punt G. Dempoe werd bepaald door circummeridiaan-waarnemingen, het azimut der driehoekszijden in dat punt door het waarnemen van sterren nabij den eersten vertikaal op geringe hoogte boven den horizon.

Het resultaat der hoekmetingen op het station G. Karang gaf tusschen den op het station vereffenden hoek Batoe Hideung-G. Gede en dien hoek uit het Javanet een verschil van slechts 0",45; de vereffening van het netje gevormd door de drie punten van het Javanet en de punten Langeiland en G. Radja Basa gaf voor de middelbare fout der gewichtseenheid 1",88; uit de resultaten der stationsvereffening volgde hiervoor 1",30; uit het kleine verschil van 0",58 bleek, dat er door de aansluiting geen bijzondere dwang aan de metingen werd aangedaan, zoodat met genoegzame zekerheid mocht worden aangenomen, dat de stand der driehoekspunten op Java onveranderd was gebleven.

Voor de vereffening der vier driehoeken tot aan het punt G. Dempoe werd eenvoudig de som der hoeken in elken driehoek gebracht op 180° plus het spherisch exces, door het verschil gelijkelijk over de drie hoeken te verdeelen. Dit is niet volkomen overeenkomstig de methode der kleinste vierkanten, daar bij de gevolgde methode der hoekmetingen de resultaten der stationsvereffeningen als direct gemeten *richtingen* kunnen worden beschouwd

en dus de daaruit afgeleide *hoeken* niet als onderling onafhankelijk mogen worden aangenomen. De verkregen benadering is echter voldoende nauwkeurig, en men heeft het voordeel, dat bij het voortgaan der metingen telkens elke afgemeten driehoek kan worden vereffend en dat dus de berekeningen geleidelijk kunnen volgen.

De sluitingsfouten van de zeven driehoeken bedragen:

+ 0″,44
+ 1 ,82
+ 0 ,44
— 0 ,64
+ 0 ,33
— 0 ,65
+ 0 ,57

Hieruit volgt voor de middelbare fout van den op het station vereffenden hoek:

$$m = \sqrt{\frac{4.9655}{7 \times 3}} = 0'',49.$$

Daar het gewicht van een dergelijken hoek 12 bedraagt, vindt men hieruit voor de middelbare fout der gewichtseenheid:

$$\mu = m\sqrt{12} = 1'',69,$$

slechts weinig minder dan het bedrag gevonden uit de volledige vereffening van het aansluitingsnetje, waaruit nog nader blijkt, dat er van dwang bij de aansluiting weinig is te bespeuren.

De middelbare fout van het resultaat der breedte-bepaling op het station G. Dempoe bedraagt verder 0″,21 en die van dat der azimut-bepaling 0″,27.

De verkregen nauwkeurigheid mag dus zeker in alle opzichten bevredigend worden geacht en de namen der waarnemers: de kapitein WACKERS voor de astronomische waarnemingen en de hoekmetingen op het station G. Dempoe, de kapitein VAN DORSSEN en de 1e Luit. NOLTHENIUS voor de hoekmetingen op de overige stations, mogen met eere worden genoemd.

Uitgaande van de resultaten der astronomische waarnemingen te G. Dempoe zijn de geographische breedte van het punt G. Karang en de azimuts der driehoekszijden van het Javanet afgeleid; hierbij is gevonden een breedte ongeveer 6″,6 zuidelijker en een azimut 5″,32 kleiner — dus een draaiing in de richting van Oost naar

Noord — dan volgt uit de gegevens van het Javanet, voorkomende in de IVe Abth. der Triangulation von Java. Voor een deel zijn die verschillen te verklaren uit de ophooping van fouten in verband met den grooten afstand tot het punt Genoek in de residentie Japara, waar de breedte en de azimuthbepaling zijn uitgevoerd, die ten grondslag strekken aan de coördinatenberekening van het Javanet; voor wat betreft het verschil der breedte kunnen ook schietlood-afwijkingen hun invloed doen gevoelen: een breedte- en een azimuthbepaling uitgevoerd in West Java, zouden hieromtrent meer licht kunnen verschaffen.

Zooals hierboven reeds werd medegedeeld, zal het driehoeksnet der eerste orde in Zuid Sumatra bestaan uit een enkele ketting van driehoeken, die tot de aansluiting aan de zijde G Langkap-G Gadago in het Noord-Westen van Bengkoelen, behoorende tot het net van Sumatra's Westkust, eene lengte zal hebben van ongeveer 650 K.M. Die ketting zal zich uitstrekken over het gebergte; ten Westen zullen daaraan tot aan de kust, ten Oosten voor zoover het terrein het toelaat, punten van de tweede en de derde orde ten behoeve der topographische opnemingen worden verbonden.

Voor de berekeningen betrekking hebbende op de punten der eerste en der tweede orde wordt toegepast de methode der conforme overbrenging door middel van de projectie van MERCATOR, door SCHOLS ontwikkeld in het eerste deel der „Annales de l'Ecole Polytechnique de Delft". Door het aanbrengen van kleine, gemakkelijk te berekenen reducties aan de resultaten der stationsvereffeningen wordt het driehoeksnet overgebracht in een plat vlak, zoodat alle verdere berekeningen op hoogst eenvoudige wijze en met toepassing van gesloten formules kunnen worden uitgevoerd, terwijl door middel van tabellen ook de geographische lengte en breedte der driehoekspunten uit de berekende coördinaten kunnen worden afgeleid.

De driehoekspunten der derde orde worden direct berekend in de kaartprojectie: een polyederprojectie met graadafdeelingen van 20′ bij 20′, elk geprojecteerd volgens de conforme kegelvormige projectie. Het overbrengen der punten van de eerste en tweede orde uit de projectie van MERCATOR in de polyederprojectie is hoogst eenvoudig; aan de hoeken gemeten voor de vastlegging der punten van de derde orde behoeven slechts bij uitzondering kleine reducties te worden aangebracht.

In het oostelijke laagland, waar triangulatie op onoverkomelijke moeielijkheden zou stuiten, zullen door middel van astronomische waarnemingen de noodige vaste punten worden bepaald, op dezelfde wijze als dit is geschied bij de topographische opneming der Westerafdeeling van Borneo. De breedte der punten wordt bepaald door

middel van circummeridiaanswaarnemingen, de lengte door middel van tijdmeters, terwijl de lengte-bepalingen zooveel mogelijk worden aangesloten aan punten van het driehoeksnet. Voor de samenstelling eener kaart op kleine schaal, de kaart der Westerafdeeling is vervaardigd op die van 1 : 200.000, is de aldus te verkrijgen nauwkeurigheid voldoende.

De Heer J. A. C. OUDEMANS doet eene opmerking naar aanleiding van een door den Heer MULLER genoemd punt, terwijl de Heer KORTEWEG een vraag stelt, die door den Spreker beantwoord wordt.

De Voorzitter spreekt de ingenomenheid der Afdeeling uit voor het feit, dat in den laatsten tijd, herhaaldelijk de wetenschappelijke werkzaamheden in Indië verricht, in de vergadering mondeling worden toegelicht, en wenscht den Heer MULLER dat, als hij weder in Indië zal zijn teruggekeerd, het hem gegeven zal worden, het groote werk waaraan hij zijn krachten wijdt, weder met kracht ter hand te kunnen nemen, al is het misschien van te groote uitgebreidheid om door hem ten einde te kunnen worden gebracht.

**Natuurkunde**. — De Heer KAMERLINGH ONNES doet eene mededeeling, namens den Heer N. KASTERIN, uit Moskau, getiteld: „*Ueber die Dispersion der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen Medium*". (Vorläufige Mittheilung.)

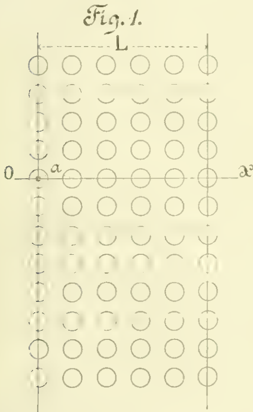
1. Um eine klare Vorstellung über den Mechanismus der Absorption und Dispersion des Lichtes in optischen Mitteln zu bekommen, scheint es mir nicht überflüssig ähnliche Erscheinungen bei der Ausbreitung der Schallwellen in einem künstlichen nicht homogenen Medium zu untersuchen.

Ich theile hier die wichtigsten Resultate meiner experimentellen und theoretischen Untersuchungen in dieser Richtung mit.

Es erwies sich, theoretisch und experimentell, dass bei einem gewissen Grad der Annäherung fast vollständige Analogie besteht zwischen der Ausbreitung der akustischen Wellen im nicht homogenen Medium und der des Lichts in absorbirenden Medien. Die Schallwellen breiten sich im Innern eines solchen Mediums mit anderer Wellenlänge aus als in der freien Luft und, je nach Umständen, mit einer Amplitude, welche in der Richtung des Fortschreitens der Wellen sich nach exponentiellem Gesetz vermindert. Wenn das nicht homogene Medium nicht unendlich ausgedehnt ist, so zeigen sich in den reflectirten und durchgelassenen Wellen die Erscheinungen

der Interferenz in Abhängigkeit von den Dimensionen der Schicht annähernd nach denselben Gesetzen, wie in der Optik.

Es hat keine Schwierigkeit die Erscheinungen der Dispersion und Absorption des Schalles in Röhren nach gewöhnlicher KUNDT'sche Methode zu beobachten.




2. Wir wollen uns ein System von starren und festen, regelmässig im unbegrenzten Luftraum eingelagerten gleichen Kugeln denken, welche eine Schicht von der Dicke $L$ bilden (fig. 1); wir nehmen weiter an, dass die Abstände der Centra der auf einander folgenden Kugeln nach drei gegeneinander senkrechten Richtungen gleich $a$, $b$, $c$ sind; wir wählen diese Richtungen als Axen der Coördinaten und legen den Ursprung der Coordinaten im Centrum von einer der Kugeln aus der ersten Reihe (O) und nehmen als $x$ Achse die Richtung, in welcher die Abstände der Kugeln gleich $a$ sind.

Lassen wir auf dieses System von Kugeln in der Richtung der positiven $x$ fortwährend ebene Schallwellen einfallen.

Bei Abwesenheit der Kugeln hätten wir für das Geschwindigkeitspotential im ganzen Luftraum den reellen Theil von

$$e^{ik\Omega t} \cdot \Phi_0 = e^{ik(\Omega t - x)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn $i = \sqrt{-1}$, $\Omega$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles und $\frac{2\pi}{k} = \lambda$ die „absolute" [1]) Wellenlänge.

Wenn diese Wellen die erste Reihe der Kugeln erreichen, werden sie theils reflectirt, theils weiter durchgelassen, von der zweiten Reihen der Kugeln theils wieder reflectirt und s. w. Die von der zweiten Reihe zurückgeworfenen Wellen reflectiren nochmals an der ersten Reihe und kehren theils nach der ursprünglichen Richtung zurück, und s. w.

Es ist unsere Aufgabe jene complicirte periodische Bewegung zu

---

[1]) In freier Luft gemessene.

finden, welche nach Verlauf genügend langer Zeit, sowohl mitten zwischen den Kugeln, wie auch in der Nähe derselben vorhanden ist.

Das Geschwindigkeitspotential der ganzen Bewegung lässt sich schreiben:

$$\Phi = e^{ik\Omega t}\,(\Phi_0 + \Phi_1) = e^{ik(\Omega t - x)} + e^{ik\Omega t}\,.\,\Phi_1 \quad . \; . \; . \quad (2)$$

wo $\Phi_1$ — das Potential der von den Kugeln divergirenden Wellen — im ganzen Luftraum um die Kugeln der Differenzialgleichung

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + k^2 \Phi_1 = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (3)$$

und an den Oberflächen sämmtlicher Kugeln den Bedingungen

$$\frac{\partial}{\partial r_m}\left(\Phi_0 + \Phi_1\right)_{s_m} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4)$$

genügen muss, wenn $r_m$ die Normale zu der Oberfläche von Kugel „$m$" und $s_m$ den Halbdurchmesser desselben bezeichnen.

Die von uns in Angriff genommene Aufgabe kann man, wie sich erwies, auch im ganz allgemeinen Fall lösen, dass die Abstände der Kugeln sowie ihre Dimensionen im Vergleiche mit der Wellenlänge ($\lambda$) von beliebiger Grösse sind.

Natürlicherweise wird die bei diesen Bedingungen erhaltene Lösung durch complicirte Formeln ausgedrückt. In den Fällen, dass die Dimensionen der Kugeln klein sind im Vergleich mit $\lambda$ und $\lambda$ selbst grösser, als die grösseste von den Grössen $b$ und $c$ ist, lassen sich die Formeln, wenn man sich auf eine Annäherung beschränkt, viel vereinfachen; aber auch bei diesen Bedingungen bleibt die allgemeine Lösung des Problems von Wichtigkeit, denn sie erlaubt in jedem speciellen Falle den Grad der Annäherung zu controliren.

Ohne in allen Einzelheiten der Lösung dieses Problems einzugehen, begnüge ich mich an dieser Stelle mit der Angabe der von mir erhaltenen allgemeinen Resultaten und von einigen aus denselben folgenden Schlüssen in den einfachsten speciellen Fällen.

Schreiben wir zur Abkürzung:

$$k_{pq} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi}{kb}\right) \cdot p^2 - \left(\frac{2\pi}{kc}\right)^2 \cdot q^2} \quad . \; . \; . \; . \quad (5),$$

wo $p$ und $q$ alle ganze Zahlen von 0 bis $\infty$ sein können und + oder — genommen wird je nachdem $k_{pq}$ reel oder imaginär ist. Für $k_{oo}$ behalten wir die einfachere Bezeichnung $-k$.

Wir schreiben weiter

$$P_n\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{1.2.3\ldots\quad n}\left[\left(\frac{k_{pq}}{k}\right)^n - \frac{n.(n-1)}{2.(2n-1)}.\left(\frac{k_{pq}}{k}\right)^{n-2} + \ldots\right]. \quad (6)$$

$-P_n\left(\frac{k_{pq}}{k}\right)$ ist die LEGENDRE'sche Function [1]). Mit

$$Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

bezeichnen wir den reellen Theil von

$$\left(\frac{2\pi}{kb}p + i\frac{2\pi}{kc}q\right)^{2j}$$

oder

$$Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) = \left(\frac{2\pi}{kb}p\right)^{2j} - \frac{2j.(2j-1)}{1.2}\left(\frac{2\pi}{kb}p\right)^{2j-1}.\left(\frac{2\pi}{kc}q\right)^2 + \ldots$$

Es sei

$$P_n^{(2j)}(\alpha) = \frac{d^{2j}P_n(\alpha)}{d\alpha^{2j}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Und ausserdem führen wir einige symbolische Bezeichnungen ein:

$$P_n\left(\frac{\partial}{\partial ik\xi}\right).\frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} = \frac{1.3\ 5\ldots(2n-1)}{1.2.3\ldots\ n}\left[\frac{\partial^n}{\partial(ik\xi)^n}.\frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} - \right.$$
$$\left. - \frac{n(n-1)}{2(2n-1)}\frac{\partial^{n-2}}{\partial(ik\xi)^{n-2}}.\frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} + \ldots\right] (9)^{2)}$$

---

[1]) HEINE, Theorie der Kugelfunctionen, p. 11, 1878, Berlin.

[2]) Vergl.: Lord RAYLEIGH, Die Theorie des Schalles, p. 295 Bd. II. 1880. Braunschweig (deutsch von Neesen).

Analog

$$Q_{2j}\left(\frac{\partial}{\partial ik\eta}, \frac{\partial}{\partial ik\zeta}\right) \cdot \frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} = \frac{\partial^{2j}}{\partial (ik\eta)^{2j}} \cdot \frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} -$$

$$- \frac{2j(2j-1)}{1 \cdot 2} \frac{\partial^{2(j-1)}}{\partial (ik\eta)^{2(j-1)}} \cdot \frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} \cdot \frac{\partial^2}{\partial (ik\zeta)^2} \cdot \frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} + \quad (10)$$

Und noch

$$S_{n,\nu}^{2j,2j'}(kb, kc) = \left\{ \sum_l \sum_m Q_{2j}\left(\frac{\partial}{\partial ik\eta}, \frac{\partial}{\partial ik\zeta}\right) \cdot P_n^{(2j)}\left(\frac{\partial}{\partial i \xi}\right) \times \right.$$

$$\left. \times Q_{2j'}\left(\frac{\partial}{\partial ik\eta}, \frac{\partial}{\partial ik\zeta}\right) \cdot P_\nu^{(2j')}\left(\frac{\partial}{\partial ik\xi}\right) \cdot \frac{e^{-ik\rho}}{ik\rho} \right\}_{\xi=0} \quad (11),$$

wo $\rho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$ und $\eta = lb$, $\zeta = mc$; die Summen erstrecken sich über alle ganzen Zahlen für $l$ und $m$ von 0 bis $\infty$, die Werthe $l = m = 0$ ausgeschlossen.

Wir genügen der Differentialgleichung (3) und den Bedingungen (4), wenn wir für das Wellenpotential im Innern der Schicht von Kugeln setzen:

$$\Phi_0(x) + \Phi_1(x, y, z) = -\frac{4\pi}{kbkc} \cdot \sum_0^\infty{}_l \sum_0^\infty{}_m e^{-ik'_{l,m}x} \times$$

$$\times \sum_0^\infty{}_n (-1)^n \sum_0^n{}_{2j} C_{l\,m}^{(n,2j)} \sum_0^\infty{}_p \sum_0^\infty{}_q \varepsilon_{pq} \cdot Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb} p, \frac{2\pi}{kc} q\right) \cdot P_n^{(2j)}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \frac{k}{k_{pq}} \times$$

$$\times \left[ \frac{e^{i(k'_{lm} - k_{pq})(x - x_0)}}{1 - e^{i(k'_{lm} - k_{pq})a}} - (-1)^n \frac{e^{i(k'_{lm} + k_{pq})(x - x_0)}}{1 - e^{i(k'_{lm} + k_{pq})a}} \right] \cos 2\pi p \frac{y}{b} \cdot \cos 2\pi q \frac{z}{c} -$$

$$- \frac{4\pi}{kbkc} \cdot \sum_0^\infty{}_l \sum_0^\infty{}_m e^{+ik'_{l,m}x} \times$$

$$\times \sum_0^\infty{}_n \sum_0^n{}_{2j} D_{l,m}^{(n,2j)} \sum_0^\infty{}_p \sum_0^\infty{}_q \varepsilon_{pq} \cdot Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb} p, \frac{2\pi}{kc} q\right) \cdot P_n^{(2j)}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \frac{k}{k_{pq}} \times$$

$$\times \left[ \frac{e^{-i(k'_{lm} + k_{pq})(x - x_0)}}{1 - e^{-i(k'_{lm} + k_{pq})a}} - (-1)^n \frac{e^{-i(k'_{lm} - k_{pq})(x - x_0)}}{1 - e^{-i(k'_{lm} - k_{pq})a}} \right] \times$$

$$\times \cos 2\pi p\, y/b \;.\; \cos 2\pi q\, z/c \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (12)$$

wo $\varepsilon_{oo} = 1/2$, $\varepsilon_{oq} = \varepsilon_{po} = 1$ und $\varepsilon_{pq} = 2$ für $p > 0$, $p > 0$.

Diese Entwickelung des Potentials in trigonometrischen Reihen gilt unter den Bedingungen

$$x_0 < x < x_0 + a \quad . \; . \; . \; . \; (13) \quad \text{und} \quad o \leqq x_0 < L \quad . \; . \; . \; . \; (14)$$

$x^o$ bezeichnet hier die Coordinate des Centrums von einer der Kugeln.

Für $x = x_0$ hat die Entwickelung die Form:

$$\Phi_0(x_0) + \Phi_1(x_0, y, z) = -\frac{4\pi}{kb\,kc} \sum_0^\infty l \sum_0^\infty m\, e^{-ik'_{lm}x_0} \times$$

$$\times \sum_0^\infty n (1-)^n \sum_0^n 2j\, C^{(n,2j)}_{l,m} \cdot \sum_0^\infty p \sum_0^\infty q\, \varepsilon_{pq} \cdot Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) \cdot P^{(2j)}_n\left(\frac{kpq}{k}\right)\frac{k}{kpq} \times$$

$$\times \left[\frac{ei(k'_{lm} - k_{pq})^a}{1 - ei(k'_{lm} - k_{pq})^a} - (-1)^n \frac{1}{1 - ei(k'_{lm} + k_{pq})^a}\right] \cos 2\pi p \frac{y}{p} \cdot \cos 2\pi q \frac{r}{c} \; -$$

$$- \frac{4\pi}{kb\,kc} \sum_0^\infty l \sum_0^\infty m\, e^{+ik'_{lm}x_0} \cdot \sum_0^\infty n \sum_0^n 2j\, D^{(n,2j)}_{l,m} \cdot \sum_0^\infty p \sum_0^\infty q\, \varepsilon_{pq} \cdot Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) \times$$

$$\times P^{(2j)}_n\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \cdot \frac{k}{k_{pq}} \cdot \left[\frac{e^{-i(k'_{lm} + k_{pq})^a}}{1 - e^{-i(k'_{lm} + k_{vq})^a}} - (-1)^n \frac{1}{1 - e^{-i(k'_{lm} - k_{pq})^a}}\right] \times$$

$$\times \; \cos 2\pi p \frac{y}{b} \cdot \cos 2\pi q \frac{z}{c} \; +$$

$$+ \sum_0^\infty \nu (-1) \sum_0^{2\nu} 2j' \frac{1.3..(2\nu-1)}{2.4\ldots.2\nu} \cdot \cos 2j'\omega_0 \cdot \sum_0^\infty l \sum_0^\infty m \Big( C^{(\nu,2j')}_{l,m} \cdot e^{-ik'_{lm}x_0} +$$

$$+ (-1)^\nu \cdot D^{(\nu,2j')}_{l,m} \cdot e^{+ik'_{lm}x_0} \Big) \cdot \left[ P_{2\nu}\left(\frac{d}{dikr_0}\right)\frac{e^{-ikr_0}}{ikr_0} + P_{2\nu}\left(\frac{d}{dikr_0}\right)\frac{snkr_0}{kr_0} \times \right.$$

$$\left. \times (4\nu+1) \cdot \frac{\Pi(2\nu - 2j')}{\Pi(2\nu + 2j')} \cdot \varepsilon_{2j'} \cdot \sum_0^\infty n \sum_0^{2n} 2j\, S^{2j,2j'}_{2n,2\nu}(kb, kc) \right] \quad . \; . \; . \; . \; (15)$$

hier $\varepsilon_0 = 1$, $\varepsilon_{2j'} = 2$ für $2j' > 0$ und $\Pi(2\nu - 2j')$ die Gauss'sche Zahl ist; $r_0$ und $\omega_0$ sind Polarcoordinaten in Beziehung auf das Centrum einer der Kugeln.

Die hier vorkommenden Grössen $C_{l,m}^{(n,2j)}$, $D_{l,m}^{(n,2j)}$ und $k'_{l,m}$ müssen den folgenden Gleichungen genügen:

$$(-1)^{\nu} \cdot \beta_{\nu} \cdot C_{l,m}^{(\nu,2j)} + \varepsilon_{2j'} \frac{\Pi(\nu-2j')}{\Pi(\nu+2j')} \sum_{0}^{\infty} {}_{n} (-1)^{n} \sum_{0}^{n} {}_{2j} C_{l,m}^{(n,2j)} \cdot S_{n\nu}^{2j,2j'}(kb, kc) -$$

$$- \frac{4\pi}{kb\,kc} \cdot \varepsilon_{2j'} \frac{\Pi(\nu-2j')}{\Pi(\nu+2j')} \cdot \sum_{0}^{\infty} {}_{n} (-1)^{n} \sum_{0}^{n} {}_{2j} \sum_{0}^{\infty} {}_{p} \sum_{0}^{\infty} {}_{q} \varepsilon_{pq}\, Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kcq}\right) \times$$

$$P_{n}^{(2j)}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \times Q_{2j'}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kcq}\right) \cdot P_{\nu}^{(2j')}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \cdot \frac{k}{k_{pq}} C_{l,m}^{(n,2j)} \cdot \left[\frac{1}{e^{-i(k'_{lm}-k_{pq})a}-1} -\right.$$

$$\left. -(-1)^{n+\nu} \cdot \frac{1}{1-e^{i(k'_{lm}+k_{pq})a}}\right] = 0 \quad . \quad . \quad (16)$$

für jeden Werth $\nu$, $2j'$, $l, m$.

Durch $\beta_{\nu}$ haben wir hier

$$\beta_{\nu} = \frac{1}{2\nu+1} \cdot \frac{P_{\nu}\left(\frac{d}{d\,iks}\right) \frac{d}{d\,iks} \cdot \frac{e^{-iks}}{iks}}{P_{\nu}\left(\frac{d}{d\,iks}\right) \frac{d}{d\,iks} \cdot \frac{\sin ks}{ks}} \quad . \quad . \quad . \quad (17$$

bezeichnet, wo $s$ der Halbdurchmesser der Kugeln ist.

Ferner, der Gleichung

$$\beta_{\nu} D_{l,m}^{(\nu,2j')} + \varepsilon_{2j'} \frac{\Pi(\nu-2j')}{\Pi(\nu+2j')} \cdot \sum_{0}^{\infty} {}_{n} \sum_{0}^{n} {}_{2j} D_{lm}^{(n,2j')} \cdot S_{n,\nu}^{2j,2j'}(kb, kc) -$$

$$- \frac{4\pi}{kb\,kc} \cdot \varepsilon_{2j'} \cdot \frac{\Pi(\nu-2j)}{\Pi(\nu+2j)} \cdot \sum_{0}^{\infty} {}_{n} \sum_{0}^{n} {}_{2j} \sum_{0}^{\infty} {}_{p} \sum_{0}^{\infty} {}_{q} \varepsilon_{pq} \times$$

$$\times Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) \cdot P_{n}^{2j}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \cdot Q_{2j'}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) \cdot P_{\nu}^{2j'}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \frac{k}{k_{pq}} \times$$

$$\times D_{l,m}^{(n,2j)} \cdot \left[\frac{1}{e^{i(k'_{lm}+k_{pq})a}-1} - (-1)^{n+\nu} \frac{1}{1-e^{-i(k'_{lm}-k_{pq})a}}\right] = 0 \quad . \quad (18)$$

für alle $\nu$, $2j'$, $l$, $m$.

Und weiter

$$\sum_0^\infty {}_n (-1)^n \sum_0^n {}_2 j\, Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) . P_n^{(2j)}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) . \sum_0^\infty {}_l \sum_0^\infty {}_m \left[\frac{C_{lm}^{(n,2j)}}{e^{-i(k'_{lm}-k_{pq})a}-1} + \right.$$

$$\left. + (-1)^n D_{l,m}^{(n,2j)} . \frac{1}{e^{i(k'_{lm}+k_{pq})a}-1}\right] = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

für alle $p > 0$ oder $q > 0$;

für $p = q = 0$ bekommen wir:

$$\sum_0^\infty {}_n (-1)^n . \sum_0^\infty {}_l \sum_0^\infty {}_m \left[C_{l,m}^{(n,0)} \frac{1}{e^{-i(k'_{lm}-k_{pq})a}-1} + \right.$$

$$\left. + (-1)^n D_{l,m}^{(n,0)} \frac{1}{e^{i(k'_{lm}+k_{pq})a}-1}\right] = -\frac{kb \,.\, kc}{2\pi} \quad . \quad . \quad . \quad (19^*)$$

Die letzte Gleichung ist:

$$\sum_0^\infty {}_n (-1)^n \sum_0^n {}_2 j\, Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) . P_n^{(2j)}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) \sum_0^\infty {}_l \sum_0^\infty {}_m \left[C_{l,m}^{(n,2j)} . \times \right.$$

$$\left. \times \frac{e^{-i(k'_{lm}+k_{pq})L}}{1-e^{i(k'_{lm}+k_{pq})a}} + (-1)^n . D_{l,m}^{(n,2j)} . \frac{e^{i(k'_{lm}-k_{pq})L}}{1-e^{-i(k'_{lm}-k_{pq})a}}\right] = 0 \quad . \quad (20)$$

für alle $p$ und $q$.

Für das Geschwindigkeitspotential der durchgelassenen Wellen d. h. bei der Bedingung $x > L$, bekommen wir

$$\Phi_0 + \Phi_1 = -\frac{4\pi}{kb\,kc} \sum_0^\infty \sum_0^\infty {}_q e^{ik_{pq}x} . \sum_0^\infty {}_n (-1)^n \sum_0^n {}_2 j \sum_0^\infty {}_l \sum_0^\infty {}_m \left[C_{l,m}^{(n,2j)} \times \right.$$

$$\times \frac{e^{-i(k'_{lm}-k_{pq})L}}{1-e^{i(k'_{lm}-k_{pq})a}} + (-1)^n . D_{l,m}^{(n,2j)} . \left. \frac{e^{i(k'_{lm}+k_{pq})L}}{1-e^{-i(k'_{lm}+k_{pq})a}}\right] \times$$

$$\times \varepsilon_{pq} . Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right) \; P_n^{(2j)}\left(\frac{k_{pq}}{k}\right) . \frac{k}{k_{pq}} . \cos 2\pi p \frac{y}{b} . \cos 2\pi q \frac{z}{c} \quad . \quad (21)$$

Das Potential der reflectirten Wellen, d. h. bei der Bedingung $x < 0$, wird ausgedrückt durch die Formel

$$\Phi_1(x, y, z) = \frac{4\pi}{kb\,kc} \cdot \sum_0^\infty {}_p \sum_0^\infty {}_q e^{ik_{pq}x} \sum_0^\infty {}_n (-1)^n \sum_0^n {}_{2j} \sum_0^\infty {}_l \sum_0^\infty {}_m \Bigg[ C_{lm}^{(n, 2j)} \times$$

$$\times \frac{1}{e^{-i(k'_{lm} + k_{pq})a} - 1} + (-1)^n D_{l,m}^{(n,2j)} \cdot \frac{1}{e^{i(k'_{lm} - k_{pq})a} - 1} \Bigg] \times$$

$$\times \varepsilon_{pq}\, Q_{2j} \left( \frac{2\pi}{kb} p, \frac{2\pi}{kc} q \right) \cdot P_n^{(2j)} \left( \frac{k_{pq}}{k} \right) \frac{k}{k_{pq}} \cdot \cos 2\pi p \frac{y}{b} \cos 2\pi q \frac{z}{c} . \quad (22)$$

Wenn die Dimensionen der Kugeln im Vergleich mit $\lambda$ sehr klein sind, d. h. $ks$ klein, dann finden wir nach Formel (17), dass $\beta_\nu$ proportional $\frac{1}{(ks)^{2\nu+1}}$ ist, $\beta_o$ ausgeschlossen; für $\beta_o$ haben wir $\frac{1}{(ks)^3}$.

Setzen wir voraus, dass $s$ bis Null herabsinkt; aus den Ausdrücken (12) und (15) und aus den Gleichungen (16), (18), (19), (20) kann man sehen, dass 1°. alle Coefficienten von der Form $C_{00}^{(n, 0)}$ kleine Grössen von der Ordnung $(ks)^{2n+1}$ sind; 2°. die Differenz $k'_{lm} - k_{pq}$ eine Grösse von der Ordnung $\frac{s^3}{a\,b\,c}$ und die Coefficienten $C_{l,m}^{(n, 2j)}$ und alle $D_{l,m}^{(n,2j)}$ kleine Grössen höherer Ordnung als $(ks)^{2n+1}$ sind.

Wir finden also, dass bei genügend kleinem $ks$ und unter der Bedingung, dass $\lambda$ grösser ist als die grösseste von den Grössen $b$, $c$, der imaginäre Theil von allen $k'_{lm}$ (5) — $k'_{00}$ ausgeschlossen — gross ist.

In diesem Falle vereinfachen sich alle oben angegebenen Formeln bedeutend. Für durchgelassene Wellen bekommen wir unter Vernachlässigung kleiner Grössen:

$$(\Phi_0 + \Phi_1)\, e^{ik\Omega t} = \Phi(x, y, z, t) =$$

$$= -\frac{2\pi}{kb\,kc} \cdot e^{i[k\Omega t - k'L - k(x-L)]} \sum_0^\infty {}_n (-1)^n \cdot C_{0,0}^{n,0} \Bigg[ \frac{1}{1 - e^{i(k'-k)a}} -$$

$$- \frac{1 - e^{-i(k'-k)a}}{1 - e^{i(k'+k)a}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-i(k'+k)a}} \Bigg] , \text{ bei } x > L \quad . \quad . \quad (23)$$

Aus diesem Ausdruck ist ersichtlich, dass die durchgehenden Wellen, indem sie die Schicht von Kugeln[1]) durchdringen, eine Phasenverzögerung $-(k'-k)\,L-$ erfahren, welche der Dicke ($L$) der Schicht proportional ist. Es breiten sich also die Schallwellen durch ein nicht homogenes Medium mit *anderer Wellenlänge*, als in freier Luft aus.

Für das Geschwindigkeitspotential im Innern der Schicht, finden wir annähernd:

$$
\begin{aligned}
(\Phi_0+\Phi)\,e^{ik\Omega t} = &-e^{i(k\Omega t-k'x)}\,.\,\frac{2\pi}{kb\,kc}\sum_0^{\infty}{}_n(-1)^n\,C_{00}^{(n,0)}\times\\
&\times\left[\frac{e^{i(k'-k)\xi}}{1-e^{i(k'-k)a}}-(-1)^n\,\frac{e^{i(k'+k)\xi}}{1-e^{i(k'+k)a}}\right]-\\
&-e^{i(k\Omega t+k'x)}\,.\,\frac{2\pi}{kbkc}\sum_0^{\infty}{}_n\,D_{00}^{(n,0)}\,.\left[\frac{e^{-i(k'+k)\xi}}{1-e^{-(k'+k)a}}-\right.\\
&\left.-(-1)^n\,\frac{e^{-i(k'-k)\xi}}{1-e^{-i(k'-k)a}}\right]\quad,\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad(24)
\end{aligned}
$$

bei der Bedingung

$$0<\xi<a$$

und

$$\xi = x - x_0\ ,\ 0 \leqq x_0 < L\ .$$

$x_0$ bezeichnet hier, wie oben (14) angegeben ist, die Coordinate des Centrums von einer der Kugeln.

Die Formel (24) zeigt uns, dass auch im Innern der Schicht die Ausbreitung des Schalles mit anderer Wellenlänge geschieht; dies ist nur strenge richtig, wenn man „correspondirende" Punkte betrachtet, d. h. solche, für welche $\xi$ denselben Werth hat.

Zur Berechnung von $k'$ bekommen wir nach Gleichungen (16) und (18):

$$
\begin{vmatrix}
\gamma_0-\dfrac{\sin ka}{\cos ka-\cos k'a}\,\theta_0\ , & \dfrac{\sin k'a}{\cos ka-\cos k'a}\,\theta_1\\[2ex]
\dfrac{\sin k'a}{\cos ka-\cos k'a}\,\theta_0\ , & \gamma_1-\dfrac{\sin ka}{\cos ka-\cos k'a}\,\theta_1
\end{vmatrix}=0\quad.\quad.\quad(25)
$$

---

[1]) Ohne Berücksichtigung der Interferenzerscheinungen.

wo annähernd

$$\left.\begin{aligned}\gamma_0 &= \frac{k^2a^2}{2\pi}\left[\frac{i(\beta_0+1)+\sigma_{00}}{i(\beta_0+1)+(\sigma_{00}-\sigma_{02})}+\frac{\sigma_{22}}{i(\beta_2+{}^1/_5)+(\sigma_{22}-\sigma_{02})}\right]\\ \gamma_1 &= \frac{k^2a^2}{2\pi}\left[\frac{i(\beta_1+{}^1/_3)+\sigma_{11}}{i(\beta_1+{}^1/_3)+(\sigma_{11}-\sigma_{13})}+\frac{\sigma_{33}}{i(\beta_3+{}^1/_7)+(\sigma_{33}-\sigma_{13})}\right]\end{aligned}\right\}\quad (26)$$

$$\left.\begin{aligned}\theta_0 &= -\frac{1}{i(\beta_0+1)+(\sigma_{00}-\sigma_{02})}-\frac{1}{i(\beta_2+{}^1/_5)+(\sigma_{22}-\sigma_{02})}\\ \theta_1 &= -\frac{1}{i(\beta_1+{}^1/_3)+(\sigma_{11}-\sigma_{13})}-\frac{1}{i(\beta_3+{}^1/_7)+(\sigma_{33}-\sigma_{13})}\end{aligned}\right\}\quad .\ .\ (28)$$

hier bezeichnen wir

$$\sigma_{n\nu} = \left\{\sum^l \sum^m P_n\left(\frac{\partial}{\partial ik\xi}\right)\cdot P_\nu\left(\frac{\partial}{\partial ik\xi}\right)\frac{\cos k\varrho}{k\varrho}\right\}\ \xi = 0$$

$$\varrho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 \text{ und } \eta = l.b\ ,\ \zeta = m.c.$$

Die Summen erstrecken sich über alle ganze Zahlen $l$ und $m$, $m = l = 0$ ausgeschlossen.

Es ist leicht diese Summen mittelst Summen von der Form

$$\sum_0^\infty {}_n \frac{\cos nu}{n^q}$$

zu berechnen.

Nach Auflösung der Determinante (25) und nach einigen Transformationen, werden wir haben:

$$tg^2\frac{k'a}{2} = tg^2\frac{ka}{2}\cdot\frac{1+ctg\frac{ka}{2}\cdot\left(\frac{\theta_0}{\gamma_0}+\frac{\theta_1}{\gamma_1}\right)+ctg^2\frac{ka}{2}\cdot\frac{\theta_0}{\gamma_0}\cdot\frac{\theta_1}{\gamma_1}}{1-tg\frac{ka}{2}\left(\frac{\theta_0}{\gamma_0}+\frac{\theta_1}{\gamma_1}\right)+tg^2\frac{ka}{2}\cdot\frac{\theta_0}{\gamma_0}\cdot\frac{\theta_1}{\gamma_1}}\quad .\ .\ (29)$$

oder in anderer Form

$$tg^2\frac{k'a}{2} = \frac{1}{\left(\frac{ka}{2}\right)^2}\cdot\frac{\left(\frac{1}{f_0}\cdot\frac{ka}{2}\cdot ctg\frac{ka}{2}-1\right)\left(\frac{1}{f_1}\cdot\frac{ka}{2}\cdot ctg\frac{ka}{2}+1\right)}{\left(\frac{1}{f_0}+\frac{ctg\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right)\left(\frac{1}{f_1}-\frac{ctg\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right)}\quad (29^*)$$

wo, der Kürze wegen,

$$-\frac{\gamma_0}{\theta_0}\cdot\frac{ka}{2}=f_0 \text{ und } \frac{\gamma_1}{\theta_1}\cdot\frac{ka}{2}=f_1 .$$

Die Functionen $f_0$ $(ka, kb, kc, ks)$, $f_1$ $(ka, kb, kc, ks)$ sind überhaupt positive reelle Grössen und bei kleinen $ks$, $ka$, $kb$, $kc$, ändern sie sich langsam mit Aenderung von $k$.

Bei geringen $ks$, $ka$ und im Falle $a=b=c$ (bei cubischer Anordnung der Kugeln) kann man nach (27) und (28) bekommen:

$$\frac{1}{f_0}=\tau\ ,\ \frac{1}{f_1}=\frac{3}{2}\ \frac{\tau}{1-\tau} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (30)$$

wenn $\dfrac{\frac{4\pi}{3}s^3}{a^3}=\tau$ die Raumerfüllung bezeichnet.

Unter diesen Voraussetzungen führt uns (29) zu der Formel

$$\frac{k'^2}{k^2}=n^2=\left(1+\frac{\tau}{2}\right)+\frac{2}{3}\tau\left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)^2+\ . \ . \ . \quad (31)$$

Für $\lambda=\infty$, haben wir

$$n^2_\infty=1+\tau/_2\ ,\ \text{oder}\ \frac{n^2_\infty-1}{\tau}=\text{const.}$$

Dieses Resultat steht im Einklange mit dem von Lord RAYLEIGH [1]) auf anderem Wege nähmlich aus der Betrachtung der Leitungsfähigkeit für Wärme und Electricität von nicht homogenen Medien erhaltenen.

Aus Gleichung (29*) sehen wir, dass wir für $k'$ eine complexe Grösse erhalten bei

$$\left(\frac{\frac{ka}{2}\,ctg\,\frac{ka}{2}}{f_0}-1\right)\left(\frac{\frac{ka}{2}\,ctg\,\frac{ka}{2}}{f_1}+1\right)>0$$

und

$$\left(\frac{1}{f_0}+\frac{ctg\,\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right)\left(\frac{1}{f_1}-\frac{ctg\,\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right)<0$$

oder umgekehrt.

[1]) Phil. Mg. 34. 1892. p. 498. Lord RAYLEIGH, On the Influence of Obstacles arranged in rectangular Order upon the Properties of a Medium.

Unter der Bedingung $\lambda > a$ oder $ka < 2\pi$ ist der erste Ausdruck, wie sich erwies, positiv (von diesem kann man sich überzeugen, wenn man für $^1/f_0$ und $^1/f_1$, annähernde Werthe nach (30) annimmt). Aber der zweite Ausdruck kann auch bei dieser Bedingung für eine continuirliche Reihe von Werthen von $\lambda$ negativ sein; die Grenze dieser Reihen wird durch $\lambda_1$ u. $\lambda_2$ bestimmt, welche der Gleichung genügen:

$$\left(\frac{1}{f_0}\right)_{k_1} + \frac{ctg\,\frac{k_1 a}{2}}{\frac{k_1 a}{2}} = 0 \;\ldots\; (32) \quad \text{und} \quad \left(\frac{1}{f_1}\right)_{k_2} - \frac{ctg\,\frac{k_2 a}{2}}{\frac{k_2 a}{2}} = 0 \;..\; (33)$$

Für Wellenlängen, welche der Ungleichheit $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$ (wenn $\lambda_2 > \lambda_1$ ist) genügen, giebt Gleichung (29*) eine complexe Grösse für $k'$.

Setzen wir

$$k' = (n - i\varepsilon)k\,, \quad \text{wo} \quad i = \sqrt{-1} \quad \text{ist.}$$

Dann haben wir

$$n = \lambda/2a \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

und annähernd

$$\varepsilon^2 = \left(\frac{1}{f_0} + \frac{ctg\,\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right)\left(\frac{1}{f_1} - \frac{ctg\,\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right) (35) \qquad \lambda_1 < \lambda < \lambda_2 \ldots$$

Die Ausbreitung der Schallwellen in diesem Falle geht analog mit der Ausbreitung des Lichts in absorbirenden Medien.

$\lambda_1$ und $\lambda_2$ bestimmen die Grenze des Gebiets der „Absorption"; $(\lambda_2 - \lambda_1)$ giebt uns die Breite dieses Gebiets.

Die Gleichungen (32) und (33) liefern die Gleichungen des „Absorptionsspectrums" des von uns betrachteten Systems von Kugeln.

Die Gleichung (35) giebt den Verlauf der „Absorptionscurve".

Um das Maximum von $\varepsilon$ zu bestimmen, können wir die Aenderung von $f_0$ und $f_1$ in dieser engen Grenze (von $\lambda_1$ bis $\lambda_2$) vernachlässigen und dann bekommen wir zur Bestimmung von $\lambda$ für $\varepsilon_{Max}$:

$$\left(\frac{ctg\,\frac{k_M a}{2}}{\frac{k_M a}{2}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{ctg\,\frac{k_1 a}{2}}{\frac{k_1 a}{2}} + \frac{ctg\,\frac{k_2 a}{2}}{\frac{k_2 a}{2}}\right) \;\ldots\ldots\; (36)$$

Diese Gleichung erlaubt sehr leicht die Lage des Maximums $\varepsilon$ graphisch zu bestimmen, wenn Anfang und Ende des „Absorptionsgebiets" bekannt ist. Wichtig ist die Gleichung (36) für die Lösung der umgekehrten Aufgabe: aus bekannten Lagen des Anfangs, des Maximums und des Endes des Absorptionsgebietes die Abstände der Kugeln zu bestimmen.

Für eine rohe Annäherung kann man auch im Gebiet der „Absorption" für $f_0$ und $f_1$ die Werthe benutzen, welche oben in den Ausdrücken (30) angegeben sind. Bei dieser Annahme und im Falle von sehr geringer Raumerfüllung ($r$) liegt das Maximum von $\varepsilon$ nahe $\lambda = 2a$; für $\lambda = 2a$ aber giebt der Ausdrück (35)

$$\varepsilon^2_{2a} = \frac{1}{f_0 \cdot f_1} .$$

Folglich gilt bei *diesem Grad von Annäherung* die Regel: das Maximum des „Absorptionscoefficienten" $\varepsilon$ ist der Raumerfüllung proportional.

Die Gleichung (34) stellt den Verlauf der Dispersionscurve im „Absorptionsgebiete" vor: sie ist hier eine gerade Linie, welche mit der Axe der $\lambda$ einen Winkel macht, dessen $tg$ dem Abstand der Kugeln umgekehrt proportional ist.

Die allgemeine Gestalt der Dispersions- und Absorptionscurven nach der Gleich. (29) bieten die Curven $n_1$, $n_2$, $n_3$ und $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$, $\varepsilon_3$ (Fig. I siehe Tafel) dar. Tabelle I, unten, giebt die Werthe $s$, $a$, $r$, mittelst welcher diese Curven berechnet sind.

Für $\lambda_1$ und $\lambda_2$ (32 und 33) findet im Verlauf der Absorptions- und Dispersionscurve Unterbrechung der Continuität statt.

Wenn die Kugeln nicht kubisch sondern parallelepipedisch angeordnet sind, so bekommen wir für den Brechungsexponent, $n$, und den „Absorptionscoefficient", $\varepsilon$, verschiedene Werthe nach verschiedenen Richtungen.

3. Experimentell lassen sich die Erscheinungen der Dispersion und der „Absorption" der akustischen Wellen viel leichter und besser beobachten und messen, als man dies nach den oben angeführten theoretischen Betrachtungen, vielleicht, erwarten könnte.

Wenn man eine Reihe von Glaskugeln (Fig. 3) innerhalb einer


Fig. 3.

Röhre mit quadratischem Querschnitt in Abständen, welche der Seite

des Quadrates gleich sind, einsetzt, so ist, wenn keine Reibung an den Wänden stattfindet, diese Anordnung auf Grund der Symmetrie gleichwerthig mit einer seitlich unendlich ausgedehnten Schicht kubisch angeordneter Kugeln. Unter Anwendung der gewöhnlichen KUNDT'schen Methode um stehende Wellen in der Röhre mit Kugeln zu erzeugen, kann man mit fast derselben Genauigkeit, wie bei gewöhnlichen Versuchen ohne Kugeln, die Knoten- resp. Bäuchenabstände in unserem nicht homogenen Medium bestimmen; dabei lässt sich die Periode der einfallenden Wellen in weiten Grenzen ändern.

Ich theile hier meine Beobachtungen für drei Systeme von Kugeln, Modelle, wie ich sie nennen will, mit.

Fig. 2.

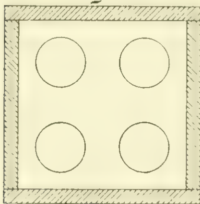


Fig. 2 stellt die Versuchsanordnung beim ersten Modell dar.

Tabelle I giebt die Dimensionen der Kugeln (2 s - Durchmesser), den Abstand der Centra der Kugeln ($a$) und die Raumerfüllung ($\tau$), (die Kugeln waren in meinen Versuchen nicht genau in kubischer Anordnung eingesetzt). $N$ bezeichnet die Zahl aller von mir angewandten Kugeln, um das betreffende Modell zu construiren.

TABELLE I.

| Modell. | $2s$ | $a$ | $\tau$ | $N$ |
|---|---|---|---|---|
| 1. | 15,8 mm. | 30 mm. | 0,081 | 88 |
| 2. | 39,6 | 78 | 0,072 | 12 |
| 3. | 42 | 60 | 0,194 | 14 |

Die folgenden Tabellen II, III und IV geben die von mir gemessenen Knotenabstände (resp Bäuchenabstände) $\lambda/2$ in freier Luft, d. h. in der Röhre ohne Kugeln, — $\lambda'/2$ bei Anwesenheit von Kugeln und in dem von den Kugeln eingenommenen Raume. Jede Zahl stellt das Mittel von wenigstens zehn verschiedenen Reihen von Beobachtungen vor. $n$ beob. bezeichnet das Verhältniss $\lambda/\lambda'$ den Brechungsexponent für die Wellenlänge $\lambda$. $n$ ber. — den nach (29) berechnete Brechungsexponenten; $\varkappa$ — den berechneten „Absorptionscoefficienten".

## TABELLE II.

MODELL 1.

| $\lambda/_2$ | $\lambda'/_2$ | $n_1$ beob. | $n_1$ ber. | $\lambda$ | $\varepsilon_1$ ber. |
|---|---|---|---|---|---|
| 116,1 mm | 113,7 mm. | 1,021 | 1,022 | 66,6 mm. | 0, |
| 102,6 | 100,3 | 1,023 | 1,022 | 65,0 | 0,044 |
| 83,3 | 81,7 | 1,020 | 1,023 | 63,0 | 0,075 |
| 51,6 | 50,4 | 1,024 | 1,025 | 61,0 | 0,088 |
| 44,1 | 42,8 | 1,030 | 1,028 | 58,0 | 0,079 |
| 37,7 | 36,5 | 1,033 | 1,037 | 56,0 | 0,047 |
| — | 35,0 | — | 1,042 | 55,30 | 0, |

Den allgemeinen Verlauf der Dispersions-curve kann man aus Fig. I (siehe Tafel) Curve $n_1$ ersehen; die Curve $\varepsilon_1$ giebt die Form des Absorptionsstreifens: dieser ist nicht ganz symmetrisch.

## TABELLE III.

MODELL 2.

| $\lambda/_2$ | $\lambda'/_2$ | $n_2$ beob. | $n_2$ ber. | $\lambda$ | $\varepsilon_2$ ber. |
|---|---|---|---|---|---|
| 126,4 mm. | 124,0 mm. | 1 019 | 1,022 | 173,1 mm. | 0, |
| 111,0 | 108,6 | 1,023 | 1,022 | | |
| 104,5 | 102,3 | 1,021 | 1,023 | 169 | 0,057 |
| 99,1 | 96,8 | 1,023 | 1,024 | | |
| 92,6 | 88,8 | 1,042 | 1,030 | 166 | 0,075 |
| 91,5 | 88,3 | 1,036 | 1,035 | | |
| 88,3 | 83,3 | 1,060 | 1,061 | 163 | 0,085 |
| *85,3 | 78,6 | 1,085 | 1,090 | | |
| *83,3 | 77,5 | 1,074 | 1,067 | 160 | 0,086 |
| *79,5 | 78,0 | 1,019 | 1,020 | | |
| *74,3 | 78,5 | 0,946 | 0,945 | 156 | 0,083 |
| 66,1 | 66,1 | 1,000 | 0,998 | | |
| 63,7 | 64,0 | 0,995 | 1,000 | 151 | 0,065 |
| 58,3 | 57,8 | 1,008 | 1,006 | | |
| 54,7 | 54,4 | 1,005 | 1,007 | 148 | 0,045 |
| 50,2 | 49,8 | 1,008 | 1,014 | | |
| 46,1 | 45,0 | 1,024 | 1,020 | 145 | 0, |
| 43,0 | 41,8 | 1,029 | 1,032 | | |

Das Zeichen * soll angeben, dass für diese Wellenlängen die Staubfiguren nicht regelmässig und in geringer Zahl erhalten waren. Aus den Werthen für $\varepsilon_2$ ist leicht zu sehen, dass für diese Wellenlängen Rücksicht genommen werden muss auf die „Absorption".

Ueberhaupt sind im „Absorptionsgebiete" die Beobachtungen schwieriger und weniger genau, als ausserhalb desselben.

## TABELLE IV.

MODELL. 3.

| $\lambda/_2$ | $\lambda'/_2$ | $n_3$ beob. | $n_3$ ber. | $\lambda$ | $\varepsilon_3$ ber. |
|---|---|---|---|---|---|
| 175,0 mm. | 164,7 mm. | 1,063 | 1,062 | 153 mm. | 0, |
| 116,1 | 108,5 | 1,070 | 1,072 | | |
| 102,3 | 95,0 | 1,076 | 1,075 | 146 | 0,17 |
| 94,6 | 87,4 | 1,083 | 1,080 | | |
| 87,0 | 79,0 | 1,101 | 1,105 | 135 | 0,24 |
| 81,8 | 72,5 | 1,128 | 1,138 | | |
| 77,6 | 65,0 | 1,194 | 1,193 | 127 | 0,25 |
| 76,3 | 60,1 | 1,273 | 1,275 | | |
| 76,5 | 59,8 | 1,276 | 1,275 | 124 | 0,25 |
| *73,2 | 60,0 | 1,220 | 1,215 | | |
| *68,5 | 58,7 | 1,17 | 1,138 | 120 | 0,25 |
| *67,0 | 60,2 | 1,11 | 1,113 | | |
| *65,5 | 60,0 | 1,09 | 1,088 | 114 | 0,24 |
| *64,0 | 57,1 | 1,12 | 1,062 | | |
| *60,9 | 57,0 | 1,07 | 1,012 | 104 | 0,19 |
| *55,5 | 60,0 | 0,92 | 0,925 | | |
| *54,0 | 59,3 | 0,91 | 0,900 | 100 | 0,15 |
| *50,0 | 57,0 | 0,88 | 0,830 | | |
| *47,3 | 55,3 | 0,860 | 0,850 | 95 | 0, |
| 43,4 | 43,4 | 1,000 | 0,994 | | |
| 38,0 | 3,69 | 1,030 | 1,033 | | |

Im Allgemeinen ändern sich die Knotenabstände nur in dem von den Kugeln ausgefüllten Raume; ausserhalb desselben sogar in unmittelbarer Nähe der Kugeln, und sowohl vor wie hinter den-

selben, entsprechen die Knoten- (Bäuchen) abstände der absoluten Wellenlänge und ändern sich nicht merklich. Ich habe mich davon durch mehrmalige Messungen überzeugt.

Es ist noch zu bemerken, dass die Staubfiguren zwischen den Kugeln nicht alle gleich symmetrisch sind; volkommen symmetrisch sind nur jene, welche symmetrisch in Beziehung zu den Kugeln liegen. Alle andere zwischen den Kugeln liegende Staubfiguren, sind mehr oder weniger dissymetrisch. Nach der Theorie ist dieser Umstand verständlich [1]). Bei einer geringen Zahl abgemessener Knotenabstände ist es für die Genauigkeit der Messung wichtig den Abstand entweder zwischen symmetrischen Knotenfiguren zu messen, oder zwischen solchen Figuren, welche in ähnlicher Weise zwischen den Kugeln liegen — diese letzten Figuren sind gleichartig dissymetrisch. Die so abgemessenen Knotenabstände stimmen auch bei geringer Anzahl von Knoten unter einander im Mittel so gut, wie gewöhnliche „in freier Luft" bestimmte Wellenlängen. Bei einer grossen Zahl von abgemessenen Knoten hat der erwähnte Umstand keinen Einfluss auf die Mittelwerthe von $\lambda$.

Die Curven $n_2$, $n_3$ und $\varepsilon_2$, $\varepsilon_3$ auf Fig. I sind nach theoretisch berechneten Zahlen construirt; die Kreuzchen und Punkte stellen die beobachteten Werthe vor.

4. Die oben entwickelte Theorie für starre unbewegte Kugeln kann man verallgemeinern — die Kugeln können gasförmig sein; in diesem Falle ändern sich die Bedingungen an den Oberflächen sämmtlicher Kugeln (Gleich. 3) [2]). Dem entsprechend ändert sich in der Gleichung (16) $\beta_\nu(ks)$: man muss dann nähmlich anstatt $\beta_\nu$ einsetzen:

$$B_\nu\,(ks, k_is) = \frac{1}{2\nu+1} \cdot \left\{ \frac{k_i \cdot P_\nu\left(\frac{d}{d\,iks}\right)\frac{d}{d\,iks} \cdot \frac{e^{-iks}}{iks}}{k\;.\;P_\nu\left(\frac{d}{d\,ik_is}\right)\frac{d}{d\,ik_is} \cdot \frac{sn\,ks}{ks}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\delta}{\delta_i} \cdot \frac{P_\nu\left(\frac{d}{d\,iks}\right) \cdot \frac{e^{-iks}}{iks}}{P_\nu\left(\frac{d}{d\,ik_is}\right) \cdot \frac{sn\,k_is}{k_is}} \right\} : \left\{ \frac{k_i}{k} \cdot \frac{P_\nu\left(\frac{d}{d\,iks}\right)\frac{d}{d\,iks} \cdot \frac{sn\,ks}{ks}}{P_\nu\left(\frac{d}{d\,ik_is}\right)\frac{d}{d\,ik_is} \cdot \frac{sn\,ks}{k_is}} - \right.$$

---

[1]) Siehe Ausdruck (24).

[2]) Lord Rayleigh, Theorie des Schalles (deutsch Neesen). p. 325. Bd. II.

$$- \frac{\delta}{\delta_i} \cdot \frac{P_\nu \left(\frac{d}{d\, iks}\right) \cdot \frac{sn\, ks}{ks}}{P_\nu \left(\frac{d}{d\, ik_is}\right) \cdot \frac{sn\, k_is}{k_is}} \Bigg\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

wo $\frac{k_i^2}{k^2} = \frac{\delta_i}{\delta} \cdot \frac{E}{E_i}$ ist.

$\frac{2\,\pi}{k_i}$ stellt die innere Wellenlänge vor: $\delta$, $\delta_i$, $E$, $E_i$ entsprechen der Dichtigkeit und Zusammendrückbarkeit für die Luft und für die Substanz der Kugeln.

Die oben angegebenen allgemeinen Formeln gelten auch hier. Der allgemeine Charackter der Ausbreitung der Schallwellen wird auch hier derselbe sein. Nur können Fälle vorkommen, in welchen die Lage des Absorptionsgebietes und der mit diesem verknüpfte Verlauf der Dispersion hauptsächlich von den Dimensionen und Beschaffenheiten der Kugeln abhängen.

Bei der Voraussetzung, dass $ks$, $k_is$ und $ka$ $(a = b = c)$ klein genug sind, nimmt die angenäherte Formel für den Brechungsindex die Form an

$$n^2 = 1 + \frac{3}{2}\,\tau \cdot \frac{\delta_i - \delta}{\delta_i + \frac{1}{2}\,\delta - \tau\,(\delta_i - \delta)} + 2\,\tau \cdot \frac{\delta_i - \delta}{\delta_i + \frac{1}{2}\,\delta} \cdot \left(\frac{\pi a}{\lambda}\right)^2 + \ldots \quad (37)$$

wenn $E_i = E$ ist.

Für $\lambda = \infty$ bekommen wir das von Lord RAYLEIGH [1]) in der oben citirten Arbeit gefundene Resultat:

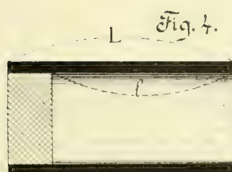
$$n_\infty^2 = 1 + \frac{3}{2}\,\tau\, \frac{\delta_i - \delta}{\delta_i + \frac{1}{2}\,\delta - \tau\,(\delta_i - \delta)} \quad \ldots \ldots \quad (38)$$

oder

$$\frac{n_\infty^2 - 1}{n_\infty^2 + \frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\tau} = \frac{\delta_i - \delta}{\delta_i + \frac{1}{2}\,\delta} \quad \ldots \ldots \quad (38^*)$$

5. Ein nicht homogenes Medium von letzterem Typus experimentell zu verwirklichen ist schwierig. Aber, um den Einfluss des Baues der Hindernisse an und für sich klar zu machen, kann man Hohlresonatoren benutzen.

[1]) Phil. Mg. 34. 1892. p. 499. Formeln (75) und (76).




Ich theile meine Beobachtungen für zwei Modelle von cylindrischen Hohlresonatoren mit. Die Zeichnung (Fig. 4) giebt die Gestalt des Resonators; Tabelle V enthält die Dimensionen.

## TABELLE V.

HOHLRESONATOREN.

| Modell. | $2R$ | $L$ | $l$ | $N$ |
|---|---|---|---|---|
| 4. | 10,5 mm. | 32,5 mm. | 27,5 mm. | 33 |
| 5. | 25 | 45 | 34 | 6 |

Im Modelle 4 waren die Resonatoren quer zur Axe der Röhre (mit quadratem Querschnitt vom 6 cm. in der Seite) eingelagert und der Abstand zwischen den Axen der Resonatoren war = 19 mm. Im fünften Modelle fiel die Axe der Resonatoren mit der Axe der Röhre zusammen und der Abstand vom offenen Ende des einen Resonators bis zum gedeckten des nächsten war 11,5 cm.

Tabellen VI und VII enthalten die abgemessene Wellenlänge und den beobachteten Brechungsindex.

## TABELLE VI.

MODELL. 4.

| $\lambda/_2$ | $\lambda'/_2$ | $n_4$ beob. |
|---|---|---|
| 177,0 mm. | 171,5 mm. | 1,032 |
| 116,8 | 112,3 | 1,040 |
| 103,3 | 98,3 | 1,051 |
| 81,6 | 76,6 | 1,060 |
| 77,7 | 72,8 | 1,068 |
| 72,9 | 67,4 | 1,086 |
| 68,0 | 61,5 | 1,106 |
| 55,4 | 57,5 | 0,963 |
| 51,5 | 53,1 | 0,970 |
| 43,9 | 43,6 | 1,008 |
| 37,7 | 37,1 | 1,015 |
| 34,0 | 32,7 | 1,040 |
| 26,5 | 25,6 | 1,036 |

# TABELLE VII.

MODELL. 5.

| $\lambda/_2$ | $\lambda'/_2$ | $n_5$ beob. | $\lambda/_2$ | $\lambda'/_2$ | $n_5$ beob. |
|---|---|---|---|---|---|
| 116,0 mm. | 111,8 | 1,037 | *72,5 mm. | 79,3 | 0,914 |
| 102,7 | 97,7 | 1,051 | *71,1 | 79,1 | 0,899 |
| 97,7 | 89,7 | 1,089 | 67,8 | 69,1 | 0,981 |
| 90,6 | 77,5 | 1,169 | 55,0 | 55,0 | 1,000 |
| *89,2 | 77,2 | 1,155 | 43,8 | 43,2 | 1,014 |
| | | | 37,7 | (37,1) | (1,016) |
| *75,6 | 80,0 | 0,949 | | | |

Die Zahlen sind auf Fig. II durch die Curven $n_4$ und $n_5$ graphisch dargestellt. Der punctirte Theil derselben entspricht dem Gebiet, in welchem ich keine Staubfiguren erhalten konnte. In diesem Gebiet liegen die Werthe der absoluten Wellenlänge für eigene Töne der Resonatoren; diese Zahlen sind auf der Zeichnung besonders angegeben.

Bei Versuchen mit Resonatoren muss man in Acht nehmen, dass diese nicht nur als Resonatoren, sondern auch als Hindernisse wirken.

6. Die Lösung des ähnlichen Problems im allgemeineren Falle, wenn die Kugeln im Stande sind unter Einwirkung der einfallenden Wellen als Ganzes zu schwingen, lässt sich, unter einigen Einschränkungen über die Amplitude der Schwingungen der Kugeln, in erster Annäherung auf die vorigen einfacheren Aufgaben zurückführen.

Der allgemeine Character der Ausbreitung der akustischen Wellen ist hier den oben betrachteten ähnlich, aber der Verlauf der Dispersionscurve und der Absorptionscurve wird continuirlich sein [1]).

[1]) Die Erscheinungen der Phasenverzögerung beim Durchdringen durch eine Schicht von Hindernissen kann man auch bei capillaren Wellen beobachten. Photographische Aufnahmen der fortschreitenden capillaren Wellen sind von mir im Jahre 1895 der Gesellschaft der Freunde der Naturwissenschaften, Anthropologie und Ethnographie in Moskau vorgelegt worden.

**Scheikunde.** — De Heer HOOGEWERFF biedt voor de Werken der Akademie aan een verhandeling van de Heeren L. ARONSTEIN en S. H. MEIHUIZEN, getiteld: „*Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de kookpuntsmethode.*" Deze wordt in handen gesteld van de Heeren HOOGEWERFF en LOBRY DE BRUYN om daarover in de volgende vergadering verslag uit te brengen.

**Natuurkunde.** — De Heer W. H. JULIUS biedt voor het Verslag der Vergadering eene mededeeling aan: „*Over eene methode om bij spiegelaflezing de nauwkeurigheid eenige malen te vergrooten.*"

Bij instrumenten, voor spiegelaflezing ingericht, wordt meestal het dekglas van het spiegelhuisje met opzet eenigszins hellend geplaatst, zoodat het beeld van de schaal, door dit dekglas gevormd, ver buiten het gezichtsveld van den behoorlijk ingestelden kijker komt.

Men kan echter, door de medewerking van het dekglas niet te versmaden maar te gebruiken, de voordeelen der spiegelaflezing in aanzienlijke mate vergrooten.

Wanneer de spiegel een hoek $\alpha$ draait, leest men naar de methode van GAUSS en POGGENDORFF $\Delta\, tg\, 2\,\alpha$ op de schaal af (als $\Delta$ den afstand van spiegel tot schaal beduidt). Een doelmatig gebruik van het dekglas nu veroorlooft, naar willekeur af te lezen een lengte evenredig aan $tg\, 2\,\alpha$, $tg\, 4\,\alpha$, $tg\, 6\,\alpha$, $tg\, 8\,\alpha$, $tg\, 10\,\alpha$, en desnoods nog verder.

Reeds enkele jaren geleden, bij het werken met een magnetometer, bezigde ik het dekglas om de nauwkeurigheid der hoekmeting te verdubbelen[1]); de lichtsterkte liet niet toe verder te gaan; maar het is mij gebleken dat slechts eene kleine wijziging noodig is om de bovengenoemde aanmerkelijke uitbreiding aan de methode te geven. De wijziging bestaat in het aanbrengen van een dunne zilverlaag op den kant van het dekglas, die naar den spiegel gekeerd is.

Zij $AB$ de doorsnede van den spiegel, draaibaar om een as, die in $O_1$ loodrecht op het vlak van teekening staat. $CD$ moge den doorgang voorstellen van de binnenvlakte van het dekglas en evenwijdig zijn aan den (door een stippellijn aangegeven) evenwichtsstand van $AB$.

[1]) In het Phil. Mag. V, 44, p. 96, Juli 1897, vind ik eene Methode van F. L. O. WADSWORTH om de nauwkeurigheid van spiegelaflezing te verdubbelen. Het komt mij voor, dat hierdoor de mededeeling van het bovenstaande niet overbodig gemaakt wordt, want het door WADSWORTH gebezigde hulpmiddel is niet eenvoudiger dan het mijne en levert in ieder geval uitsluitend den hoek $4\,\alpha$.

Een stralenbundel, invallende volgens de richting $LO_1$, zal na éénmaal op den spiegel te zijn teruggekaatst de richting $O_1\,a_1$ bezitten; na twee terugkaatsingen op den spiegel de richting $O_2\,a_2$; na drie terugkaatsingen de richting $O_3\,a_3$, enz.

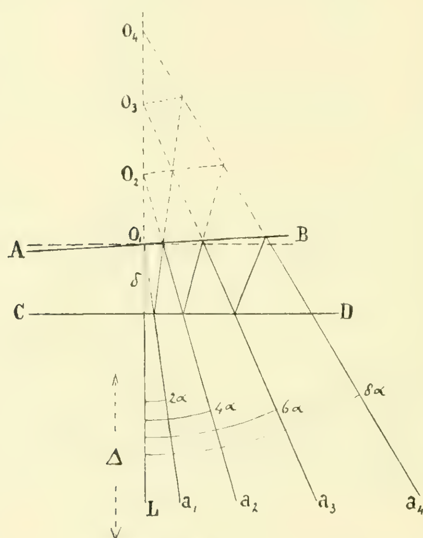



Fig 1.

Men overtuigt zich gemakkelijk uit de figuur, dat deze lijnen met de invalsrichting $LO_1$, de hoeken $2\alpha$, $4\alpha$, $6\alpha$, $8\alpha$ insluiten indien $AB$ met $CD$ den hoek $\alpha$ maakt.

Valt een lichtbundel in volgens $a_4\,O_4$, dan zal hij na vier terugkaatsingen op $AB$ (en drie op $CD$) uittreden in de richting $O_1L$. Als men dus in $L$ een kijker plaatst en de aandacht vestigt op het licht, dat viermaal tegen den bewegelijken spiegel is teruggeworpen, zal men met den viseerdraad zien samenvallen een punt van de schaal, welks afstand tot het nulpunt bedraagt

$$(\Delta + O_1\,O_4)\,tg\,8\alpha.$$

Zijn de uitwijkingshoeken klein en noemt men den afstand van $O_1$ tot $CD$ $\delta$, dan verschilt $O_1\,O_4$ slechts zeer weinig van $3\delta$.

In het algemeen zal de schaalaflezing in het $n$ maal op $AB$ teruggekaatste licht doen kennen de waarde van

$$(\Delta + (n-1)\,\delta)\, tg\, 2n\,\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

De verschillende schaalbeelden zouden echter elkander bedekken en dus moeilijk te onderscheiden zijn, indien de lichtbundels $a_1$, $a_2$, $a_3$ enz. zich alle in eenzelfde vlak bevonden.

Dit bezwaar kan men ontgaan door aan het dekglas een zeer kleine helling te geven om een horizontale as. In dat geval komen de verschillende schaalbeelden boven elkander en men kan ze, door de helling behoorlijk te kiezen, op een zoodanigen afstand van elkander brengen, dat in het gezichtsveld van den kijker 2, 3 of 4 beelden gelijktijdig zichtbaar zijn.

Het is natuurlijk niet onverschillig, hoe sterk men de oppervlakte $CD$ verzilvert. Want door het dikker maken van de zilverlaag vermeerdert men wel is waar het terugkaatsend vermogen, maar daartegenover staat, dat minder licht het spiegelhuisje kan binnendringen en dat ook elke bundel, die uittreedt, in sterkere mate wordt verzwakt. De gunstigste waarde voor het reflecteerend vermogen moet gezocht worden.

Noemt men de intensiteit van den invallenden lichtbundel $I$, het terugkaatsend vermogen van de voorvlakte van het dekglas $r_0$, dat van de achtervlakte $r_1$, dat van den bewegelijken spiegel $r_2$, dan is de sterkte van den uittredenden bundel, die terugkaatsing ondergaan heeft

| | |
|---|---|
| tegen de voorvlakte v. h. dekglas . . . . | $I\,r_0$ |
| „ „ achtervlakte „ „ „ . . . . | $I\,(1-r_0)^2\,r_1$ |
| 1 maal tegen den spiegel . . . . . . . . . . | $I\,(1-r_0)^2\,(1-r_1)^2\,r_2$ |
| 2 „ „ „ „ . . . . . . . . . . | $I\,(1-r_0)^2\,(1-r_1)^2\,r_2^2\,r_1$ |
| . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | |
| $n$ „ „ „ „ . . . . . . . . . . | $I\,(1-r_0)^2\,(1-r_1)^2\,r_2^n\,r_1^{n-1}$ |

Aan welke voorwaarden moet voldaan worden opdat de intensiteit van het $n^{de}$ beeld zoo groot mogelijk zij?

Het is duidelijk, dat men in de eerste plaats $r_0$ zoo klein mogelijk en $r_2$ zoo groot mogelijk moet nemen; wat $r_1$ betreft, daaraan dient een zoodanige waarde gegeven te worden, dat:

$$y = (1-r_1)^2\, r_1^{n-1} = r_1^{n+1} - 2\,r_1^n + r_1^{n-1}$$

een maximum wordt. Dit leidt tot de voorwaarde:

$$\frac{dy}{dr_1} = (n+1)\, r_1^n - 2n\, r_1^{n-1} + (n-1)\, r_1^{n-2} = 0$$

$$(n+1)\, r_1^{n-2} \left( r_1^2 - \frac{2n}{n+1} r_1 + \frac{n-1}{n+1} \right) = 0$$

welke vergelijking tot wortels heeft 0, $\frac{n-1}{n+1}$ en 1.

Van deze maakt alleen de waarde

$$r_1 = \frac{n-1}{n+1}$$

$y$ tot een maximum; waarvan men zich overtuigen kan door het tweede differentiaal-quotient te onderzoeken.

De volgende tabel toont in de 2[de] horizontale rij de waarde, die men derhalve aan $r_1$ moet toekennen als men aan de daarboven aangeduide schaalbeelden eene zoo groot mogelijke lichtsterkte wil geven. Verder vindt men in de tabel de lichtsterkte (uitgedrukt in $I$ als eenheid) der verschillende beelden in die zes gevallen, wanneer men $r_0 = 0{,}04$ en $r_2 = 0{,}92$ aanneemt.

| Nummer van het schaalbeeld, dat zijn grootst mogelijke lichtsterkte bezit. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $r_1$ | (0) | $^1/_3$ | $^1/_2$ | $^3/_5$ | $^2/_3$ | $^5/_7$ |
| Sterkte van den bundel na terugkaatsing tegen voorvlakte dekglas | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 | 0.04 |
| 〃 achtervlakte 〃 | 0 | 0.31 | 0.16 | 0.55 | 0.61 | 0.66 |
| 1 maal tegen spiegel..... | **0.85** | 0.38 | 0.211 | 0.135 | 0.094 | 0.069 |
| 2 〃 〃 〃 ..... | 0 | **0.118** | 0.097 | 0.074 | 0.057 | 0.045 |
| 3 〃 〃 〃 ..... | 0 | 0.036 | **0.045** | 0.041 | 0.035 | 0.030 |
| 4 〃 〃 〃 ..... | 0 | 0.011 | 0.021 | **0.023** | 0.021 | 0.020 |
| 5 〃 〃 〃 ..... | 0 | 0.003 | 0.010 | 0.012 | **0.013** | 0.013 |
| 6 〃 〃 〃 ..... | 0 | 0.001 | 0.004 | 0.007 | 0.008 | **0.0086** |

Wanneer $r_1$ ongeveer $^1/_2$ of $^3/_5$ bedraagt, kan, bij de schitterende schaalverlichtingen die men verkrijgt door achter de glazen afleesschaal een of meer holle spiegelreepen te plaatsen op zoodanige wijze, dat zij van een vlam of gloeilamp een beeld vormen op den bewegelijken spiegel (KAMERLINGH ONNES Versl. de Verg. van 18 April 1896), zeer gemakkelijk het derde schaalbeeld worden afgelezen, daar $4^0/_0$ van het dan invallende licht ruim voldoende is voor de waarneming. Vervangt men de vlam door een kleinen zinconiumbrander, dan is het vijfde beeld volmaakt bruikbaar, en als het vertrek eenigszins duister is kan men ook het zesde en zevende aflezen.

Een belangrijk voordeel van de beschreven methode bestaat hierin, dat zij veroorlooft, door een kleine verplaatsing van den kijker de gevoeligheid van het meetinstrument in bekende verhoudingen te veranderen. Groote uitwijkingshoeken leest men af in het eerste beeld, kleine in een beeld van hooger orde: daardoor kunnen kleine uitwijkingen met ongeveer dezelfde relatieve nauwkeurigheid gemeten worden als groote.

Hinderlijk zou het kunnen zijn, dat de ongeoorloofde bewegingen van den spiegel, door dreuning veroorzaakt, natuurlijk óók vergroot worden overgebracht in de beelden van hooger orde. Maar door het meetinstrument op doelmatige wijze op te hangen, kan men dit bezwaar geheel doen vervallen.

Fig. 2 stelt het spiegelhuisje van een galvanometer voor, waarin inplaats van het gewone dekglas een koperen bus is aangebracht, die door het verzilverde dekglas $D$ afgesloten is. Het dekglas kan eene kleine hoekbeweging maken om een horizontale as, welke zich projecteert in $p$; de stand wordt bepaald door de fijne schroef $S$ en de (gedeeltelijk in een kokertje opgesloten) spiraalveer $V$.

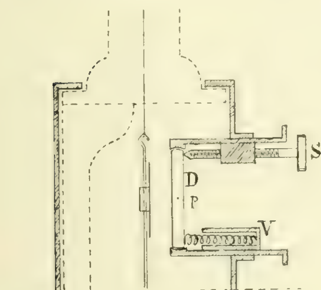


Fig. 2.

Met behulp van deze inrichting kan men den verticalen afstand der verschillende schaalbeelden gemakkelijk regelen.

Door de bus meer of minder diep in te schuiven kan men aan den afstand $\delta$ tusschen spiegel en dekglas de gewenschte grootte geven. In verband met formule (1) zal men liefst $\delta$ zeer klein kiezen ten opzichte van $\triangle$, daar dan de correspondeerende schaal-

aflezingen zich meer nabij zullen verhouden als de waarden van *tg* 2 *na*.

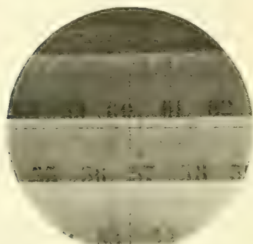


Fig. 3 is een afbeelding van het gezichtsveld in den kijker bij een schaalafstand van ongeveer 4 M. De deelstreep 50 stond op den draad, toen de spiegel zijn evenwichtsstand innam; thans vertoont het eerste beeld een uitwijking van 34 mM., het tweede van 68 mM., het derde van 102 mM., het vierde van 136 mM.

**Natuurkunde**. — De Secretaris biedt eene verhandeling aan van den Heer H. A. NABER, getiteld: „*De waterstofvoltameter.*" Deze wordt in handen gesteld van de Heeren LORENTZ en HAGA om daarover in de volgende vergadering verslag uit te brengen.

Voor de boekerij worden aangeboden, door den Heer MARTIN eene brochure van den Heer P. G. KRAUSE: „Ueber tertiaire, cretaceïsche und aeltere Ablagerungen aus West-Borneo" (Sep. Abdruck aus: Sammlungen des geologischen Reichsmuseums in Leiden) en door den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN Deel VII van de „Annalen der Sternwarte in Leiden."

Na resumtie van het behandelde wordt de vergadering gesloten.

---

**(10 Maart 1898).**

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van Zaterdag 26 Maart 1898.**

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 487. — Verslag van de Heeren HOOGEWERFF en LOBRY DE BRUYN over eene verhandeling van de Heeren L. ARONSTEIN en S. H. MEIHUIZEN, getiteld: „Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de kookpuntsmethode", p. 489. — Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT: „Over de werking van verdund zwavelzuur op de aliphatische nitraminen en op hunne isomeren", p. 491. — Mededeeling van den Heer PEKELHARING van een onderzoek door Dr. G. C. J. VOSMAER en hemzelven verricht: „Over het opnemen van voedsel bij sponsen", p. 494. — Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN: „Over het absorptie-vermogen van het kolloïdale kiezelzuur", p. 498. — Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Optische verschijnselen die met de lading en de massa der ionen in verband staan" (I), p. 506. — Aanbieding door den Heer HOOGEWERFF van eene verhandeling van den Heer J. L. ABERSON: „De isomerie van 't appelzuur", p. 519. — Aanbieding door den Heer VAN BEMMELEN van eene verhandeling van den Heer Dr. H. VAN CAPPELLE: „Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen", p. 520. - Mededeeling van den Heer KORTEWEG, namens den Heer W. A. WIJTHOFF: „Een stelsel bewerkingen in de ruimte van vier afmetingen analoog met Hamiltons quaternions" p. 520. — Opmerking van den Heer MULLER in aansluiting aan zijne mededeeling der vorige vergadering „betreffende de triangulatie van Sumatra", p. 530. — Aanbieding van boekgeschenken, p. 531. — Vaststelling der volgende vergadering op 23 April a.s., p. 531. — Errata, p. 532.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Bericht van de Heeren GRINWIS, SURINGAR, VAN DIESEN en BEHRENS dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Van het Ministerie van Binnenlandsche Zaken 2 exemplaren van een werk van den Heer GIROLAMO MARZOCCHI te Bologna, getiteld: „Il sole e l'universo", met verzoek om bericht en raad op een begeleidend schrijven van den auteur, waarin deze vraagt, dat zijn werk aan het oordeel van bevoegde geleerden worde onderworpen, en belooft, ingeval hij voor de gedane ontdekking een eervolle of geldelijke belooning zal ontvangen, zijn eigendom af te staan ten behoeve van de hoogere of lagere scholen van ons land.

In handen gesteld van een Commissie, bestaande uit de Heeren J. C. KAPTEYN en VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

3°. Een schrijven van het Ministerie van Binnenlandsche Zaken, waarin medegedeeld wordt, dat bij Koninklijk Besluit van 15 Maart 1898 N°. 34, met ingang van 1 Januari 1898 het aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen toegekend jaarlijksch Rijkssubsidie met *f* 2500.— is verhoogd, om daaruit te bestrijden de onkosten voor eene vertaling van de Verslagen der Wis- en Natuurkundige Afdeeling.

De Voorzitter merkt op, dat nu uitvoering kan worden gegeven, aan het voornemen om naast het Nederlandsche Verslag, den wetenschappelijken inhoud dezer Verslagen in een meer algemeen bekende taal te doen verschijnen, en dat daarvoor de Engelsche taal is gekozen.

4°. Twee missiven van Z.Exc. den Minister van Justitie d.d. 3 Maart 1898, 3e Afd. N°. 147 en 148; de eerste als antwoord op het schrijven der Afdeeling van 31 December 1897; de tweede als vervolg op een schrijven van den Minister van 31 Juli 1897. In de laatste wordt bericht dat Z.Exc. teruggekomen is van zijn aanvankelijk voornemen om proeven te nemen in den cellenvleugel der bijzondere strafgevangenis te Leeuwarden.

Deze missiven zullen gedrukt aan de Leden worden toegezonden, en worden in handen gesteld van de Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen, om te overwegen of zij nader antwoord vanwege de Afdeeling wenschelijk maken.

5°. Schrijven van de zoölogische Leden der Afdeeling waarbij zij mededeelen dat de Heeren HUBRECHT en HOEK zich bereid hebben verklaard om als gedelegeerden der Regeering naar het zoölogisch Congres te Cambridge te worden afgevaardigd.

6°. Missive van den Heer JULIUS HANN te Graz dankzeggende voor de hem door de Afdeeling gebrachte gelukwenschen, bij gelegenheid van het feest, waarbij hem een eeremedaille door de Oostenrijksche „Meteorologische Gesellschaft" is aangeboden.

**Scheikunde**. — De Heer HOOGEWERFF brengt, ook namens den Heer LOBRY DE BRUYN, het volgende verslag uit over de verhandeling van de Heeren L. ARONSTEIN en S. H. MEIHUIZEN, getiteld : *„Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de Kookpuntsmethode"*.

De bedoeling van de Heeren ARONSTEIN en MEIHUIZEN, bij het onderzoek, dat door hen voor de Verhandelingen is aangeboden en waarover de ondergeteekenden de eer hebben verslag aan de Akademie uit te brengen, was na te gaan of het moleculairgewicht van de zwavel verschilt, al naar gelang deze grondstof zich bevindt beneden, dan wel boven het overgangspunt van de rhombische in de monokline modificatie.

De bepalingen zijn volgens de methode der kookpuntsverhooging verricht.

Terwijl de eerste der beide Heeren met dit onderzoek bezig was, verscheen in het Am. Chem. Journal Vol. 18, eene uitgebreide verhandeling van ORNDORFF en TERRASSE over moleculairgewichtsbepalingen bij de zwavel, bij zeer uiteenloopende temperaturen en in zeer verschillende oplossingen, een onderzoek, dat waarschijnlijk met hetzelfde doel ondernomen was.

De resultaten, in de verhandeling der Amer. geleerden medegedeeld, stemden niet overeen met die, welke aanvankelijk hier waren verkregen. Bovendien waren de eerste van opvallenden aard, in zoover dat volgens O. en T. het moleculairgewicht van de zwavel beneden haar smeltpunt door $S_9$, daarboven door $S_8$ zou worden uitgedrukt, terwijl bij het zwavelmonochloride als oplossingsmiddel door die schrijvers waarden werden gevonden, die met de moleculairformule $S_2$ overeenkomen.

De Heeren ARONSTEIN en MEIHUIZEN meenden derhalve hun onderzoek te moeten voortzetten.

De onregelmatigheden in de resultaten, die bij hunne eerste serieën waarnemingen, waarbij zwavelkoolstof als oplosmiddel diende, bleken te bestaan, werden ten deele door kleine schommelingen in den barometerstand veroorzaakt; die nadeelige invloed werd opgeheven door het gebruik van een tweede toestel, dat ter controle dient. Voor een ander deel waren die onregelmatigheden een gevolg van de afkoeling, die de aanwijzende thermometer onderging door het bij de gebruikelijke BECKMANN'sche inrichting daarin te ugvloeien van dat deel van het oplosmiddel, hetwelk in den koeler weder was verdicht.

Dit bezwaar weten de schrijvers op te heffen door eene gewijzigde inrichting, die zij ook op eene teekening weergeven. De grootere

lengte, aan het toestel gegeven, is een waarborg, dat de oplosmiddelen, die in dampvorm de kurk aantasten, voor verontreiniging gevrijwaard blijven, terwijl eene vertraging in het koken van het oplosmiddel, die vooral bij zwavelkoolstof te bespeuren was, werd opgeheven door — behalve de vulling met stukken platina — ook een roertoestel in het apparaat aan te brengen.

Achtereenvolgens worden nu, in het verbeterd apparaat, met zwavelkoolstof, benzol, toluol, metaxylol, naphtaline, phenol en zwavelmonochloride serieën proeven verricht. Van de verkregen resultaten zijn tabellen en grafische voorstellingen gegeven. De schrijvers knoopen daaraan beschouwingen vast, waarbij tevens de waarnemingen en gevolgtrekkingen der Heeren ORNDORFF en TERRASSE kritisch besproken worden.

Bij het gebruik van toluol worden waarden verkregen, die met den moleculairen toestand $S_7$ nagenoeg overeenstemmen, bij xylol zoodanige, die tusschen $S_7$ en $S_8$ gelegen zijn. De verschillen zijn te gering om aan zwavel beneden en boven hare overgangstemperatuur een verschillend moleculairgewicht toe te kennen. Dit klemt te meer daar bij het gebruik van naphtaline, evenals bij dat van zwavelkoolstof en benzol voor oneindige verdunning de waarden met $S_8$ voldoende overeenstemmen.

Aandacht wordt door hen geschonken aan de omstandigheid, dat bij het koken der oplossingen van zwavel in sommige der genoemde oplosmiddelen eene ontwikkeling van zwavelwaterstof plaats vindt door inwerking van de zwavel op het oplosmiddel. Dit feit zal waarschijnlijk op de afwijkende resultaten der proeven met xylol en toluol invloed hebben uitgeoefend; het is de oorzaak dat de met phenol als oplosmiddel verkregen waarden geene gevolgtrekkingen toelaten. De inwerking der zwavel op xylol, toluol enz. zal nog nader worden bestudeerd.

Het meest verrassend resultaat der Heeren ORNDORFF en TERRASSE, was, gelijk boven reeds is genoemd, dat in zwavelmonochloride als oplosmiddel het molecule zwavel door $S_2$ zou worden voorgesteld. Het is nu aan de Heeren ARONSTEIN en MEIHUIZEN door een voortgezet onderzoek gebleken, dat zwavelmonochloride bij zijn kookpunt gedeeltelijk is gedissocieerd en derhalve voor moleculairgewichtsbepalingen volgens de methode der kookpuntsverhooging *geheel ongeschikt* is. Zij toonen aan dat de gevolgtrekkingen van ORNDORFF en TERRASSE, als zoude de zwavel in dat oplosmiddel als tweeatomig molecule aanwezig zijn, volkomen onjuist zijn.

Het komt ons voor dat de verhandeling der Heeren ARONSTEIN en MEIHUIZEN is een met zorg bewerkt stuk, waardoor bekende

gegevens omtrent den moleculairen toestand van de zwavel deels worden bevestigd, deels worden aangetoond onjuist te zijn. Bepaaldelijk toonen de schrijvers aan dat geene voldoende gronden aanwezig zijn om aan de zwavel boven of beneden haar smeltpunt of hare overgangstemperatuur een verschillend moleculairgewicht toe te kennen en dat men geen recht heeft aan te nemen, dat in kokend zwavelmonochloride opgeloste zwavel als tweeatomig molecule zou aanwezig zijn; zij leveren het bewijs dat zwavelmonochloride bij zijn kookpunt belangrijk is gedissocieerd.

Wij hebben derhalve de eer U voor te stellen het onderzoek der Heeren ARONSTEIN en MEIHUIZEN in de Verhandelingen der Akademie op te nemen.

*De Leden der Akademie,*
S. HOOGEWERFF.
C. A. LOBRY DE BRUYN.

De conclusie van het rapport om deze verhandeling op te nemen in de werken der Akademie wordt goedgekeurd.

**Scheikunde**. — De Heer FRANCHIMONT bespreekt: „*de werking van verdund zwavelzuur op de aliphatische nitraminen en op hunne isomeren*".

Reeds sedert 1888 werd de werking van 2% zwavelzuur op verschillende zure nitraminen nagegaan bij kookhitte en ten slotte uitvoerig bestudeerd bij hexylnitramine door DR. VAN ERP in 1894; zij geeft stikstofoxydule nevens alcoholen, onverzadigde koolwaterstoffen, en aethers en gaat dus met gasontwikkeling gepaard.

Ook is herhaaldelijk aangegeven dat geconcentreerd zwavelzuur op de neutrale nitraminen zonder gasontwikkeling werkt en dat de werking schijnt te bestaan in vorming van nitrozwavelzuur en een dialkylhydroxylamine of een imine.

Wij hebben van deze werking ons bediend voor het aantoonen van kleine hoeveelheden der neutrale nitraminen. Lost men een droppel b. v. in eenig geconcentreerd zwavelzuur op en laat eenigen tijd staan of verwarmt en koelt daarna af, dan ontwijken, bij de toevoeging van water nitreuze dampen, door de ontleding van het nitrozwavelzuur; drijft men deze door verwarming uit, dan heeft de vloeistof, na oververzadiging met alkali, een zeer sterk reductievermogen voor cuprizouten.

Op de bekende isomeren der neutrale nitraminen is de werking van geconcentreerd zwavelzuur zóó heftig dat zij meestal, door de plotselinge gasontwikkeling, tot eene explosie aanleiding geeft.

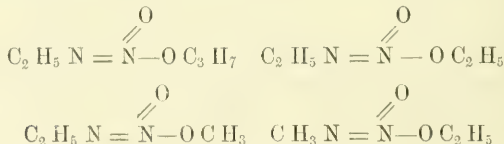
Het is deze die DR. H. UMBGROVE en ik in de eerste plaats ge-

tracht hebben te matigen door het zuur met water te verdunnen. Wij bevonden dat met zwavelzuur van 35 à 40°/₀ de werking bij de gewone temperatuur rustig, ofschoon nog vrij snel, verloopt. Wij onderzochten haar in de eerste plaats op een nog niet beschreven isomeer van propylaethylnitramine, dat uit aethylnitraminezilver en propyljodide bereid was.

De werking begint onmiddellijk en neemt langzamerhand af; men krijgt al de stikstof als stikstofoxydule, daarenboven eene kleine hoeveelheid van een onverzadigde koolwaterstof (aetheen) en twee alcoholen n.l. aethyl- en propylalcohol, de laatste in grootere hoeveelheid dan de eerste.

Met 't isomeer van diaethylnitramine was de werking dezelfde, misschien nog iets sneller. Eveneens met 't isomeer van methylaethylnitramine uit aethylnitraminezilver en methyljodide verkregen; daarentegen ontstond uit 't isomeer, bereid uit methylnitraminezilver en aethyljodide wel stikstofoxydule maar, naar 't schijnt, geen onverzadigde koolwaterstof of althans in zulk een kleine hoeveelheid dat wij haar niet hebben gevonden.

Gebruiken wij de formules die wij reeds vroeger onder voorbehoud hebben aangewend:



$$C_2H_5N = \overset{O}{\overset{/\!/}{N}} - OC_3H_7 \quad C_2H_5N = \overset{O}{\overset{/\!/}{N}} - OC_2H_5$$

$$C_2H_5N = \overset{O}{\overset{/\!/}{N}} - OCH_3 \quad CH_3N = \overset{O}{\overset{/\!/}{N}} - OC_2H_5$$

dan hebben de stoffen door de drie eerste voorgesteld, behalve stikstofoxydule, een weinig aetheen en een of meer alcoholen gegeven, de laatste wel $N_2O$ en alcoholen maar geen aetheen en het schijnt dus dat de zeker aan stikstof gebonden alkylgroep de onverzadigde koolwaterstof kan geven, behalve als zij methyl is, terwijl de vermoedelijk aan zuurstof gebonden alkylgroep alleen alcohol levert.

Wij hebben vervolgens met zwavelzuur van dezelfde sterkte de zure nitraminen methyl-, aethyl-, propyl- en butylnitramine behandeld, als ook eenige hunner zouten. De reactie schijnt bij de gewone temperatuur bijna of geheel dezelfde te zijn als bij de verhitting met 2 pCt. zwavelzuur. Allen gaven, hoewel zeer langzaam, nagenoeg de berekende hoeveelheid stikstofoxydule en, uitgezonderd het methylnitramine, kleine hoeveelheden van een onverzadigde koolwaterstof nevens een alcohol. De reactie gaat even langzaam als men, in de plaats der vrije nitraminen, hunne kalium, barium of zilverderivaten neemt. De neutrale nitraminen schijnen bij de gewone temperatuur

(en zelfs bij verwarming) door zwavelzuur van de genoemde sterkte niet te worden aangegrepen.

Het is dus alsof het vervangbare waterstofatoom der zure nitraminen eene rol speelt in de reactie, want als het door een alkylgroep vervangen is, die ongetwijfeld aan stikstof staat, dan is de reactie belet. Blijkbaar staat ook de reactie in verband met de structuur en is die der neutrale nitraminen niet de voor haar noodige, wel daarentegen die hunner isomeren, bij welke de reactie onmiddellijk aanvangt en snel verloopt. Vergelijkt men nu hiermede de langzaamheid waarmede zij begint en verloopt bij de zure nitraminen, soms meer dan acht dagen tegenover enkele uren bij de isomeren der neutrale, dan lijkt het alsof bij de zure nitraminen eene omzetting vooraf moet gaan, waardoor zij eene structuur krijgen analoog aan die van de isomeren der neutrale omzetting die alleen plaats heeft als het vervangbare waterstofatoom aanwezig is en dus eene verplaatsing van dit waterstofatoom kan zijn.

Nemen wij de formule voor de zure nitraminen, die uit hunne vormingswijzen is afgeleid en waarin 't vervangbare H-atoom aan stikstof staat, $C_n H_{2n+1} N H - N \begin{smallmatrix} // O \\ \backslash\backslash O \end{smallmatrix}$ (en dus voor de metaalderivaten en de neutrale nitraminen eveneens metaal en alkyl aan de stikstof) dan zou de omzetting kunnen bestaan in de verplaatsing van dit H-atoom naar de zuurstof $C_n H_{2n+1} N = N \begin{smallmatrix} // O \\ OH \end{smallmatrix}$; met andere woorden in de vorming van stoffen met twee dubbel aan elkaar gebonden stikstofatomen (diazolichamen), waarvan dan de isomeren der neutrale nitraminen de alkylderivaten zouden zijn.

De eindreactie — het uiteenvallen in $N_2O$ en andere producten — is dan analoog aan de ontleding der diazolichamen.

Wij meenen de feiten op deze wijze voorloopig 't beste te kunnen weergeven en onthouden ons vooralsnog van de bespreking of de bekende isomeren der neutrale nitraminen syn- dan wel anti-diazolichamen zijn; ofschoon het laatste 't waarschijnlijkst is, omdat, zooals reeds meermalen is gezegd, er bij de bereiding van de alkyl-derivaten der zure nitraminen tevens andere isomeren schijnen gevormd te worden, die wij echter nog niet in zuiveren toestand hebben kunnen afscheiden, daar zij, ook bij distillatie in vacuo, bij betrekkelijk lage temperatuur reeds ontleed worden. Wij hopen hierop binnenkort terug te kunnen komen.

**Physiologie.** De Heer PEKELHARING doet eene mededeeling aangaande een onderzoek door Dr. G. C. J. VOSMAER en hemzelven verricht: *„Over het opnemen van voedsel bij sponsen”*.

Door middel van welke organen sponsen voedsel in vasten vorm opnemen, heeft men vooral onderzocht door in het water, waarin de dieren leven, fijne korrels karmijn of indigo te brengen, en dan later, aan uitgeplozen preparaten of aan doorsneden te zien waar de gekleurde korrels te vinden waren. Verreweg de meeste onderzoekers zijn daarbij tot het besluit gekomen dat het opnemen plaats vindt in de cellen die de trilkamers bekleeden, de choanocyten of kraagcellen. Bovendien hebben CARTER en LIEBERKÜHN ongeveer te gelijkertijd, in 1856, bij jonge exemplaren van Spongilla, den stroom van het water, door middel van daarin zwevende karmijnkorrels, onmiddellijk met het mikroskoop waargenomen, en gezien dat de korrels, door de poriën in het lichaam der spons gekomen, snel werden medegesleept door de kanalen, maar in de trilkamers, ten minste voor een deel, bleven steken.

METSCHNIKOFF heeft echter de meening verdedigd, dat het niet de kraagcellen zijn die als phagocyten werken, maar de cellen van het parenchym.

De voornaamste grond waarop METSCHNIKOFF's meening steunde, was dat hij, bij met karmijn gevoerde sponsen, meermalen een aantal karmijnkorrels in de cellen van het parenchym vond, terwijl de kraagcellen er geheel of nagenoeg vrij van waren. Aangezien men echter alle reden heeft om te vermoeden dat kraagcellen, zoo zij karmijnkorrels opnemen, die na eenigen tijd weder afstaan, en verschillende onderzoekers het zelfs als zeer waarschijnlijk hebben voorgesteld dat de kraagcellen de korrels die zij opgenomen hebben, overdragen aan de amoeboide cellen van het parenchym, zou de bevinding van METSCHNIKOFF ook te verklaren zijn door de onderstelling dat door hem het weefsel der sponsen eerst onderzocht werd toen de choanocyten het karmijn reeds weder uitgestooten hadden. Omtrent den tijd namelijk die er tusschen het begin der voedering en het dooden der dieren verliep, wordt door METSCHNIKOFF niets medegedeeld.

Wij hebben sponsen — Spongilla lacustris en Sycon ciliatum — onderzocht nadat, een bepaalden tijd te voren, aan het water waarin de dieren leefden fijn poeder van karmijn of melk was toegevoegd. In onze pogingen om Spongilla groote hoeveelheden bakteriën te doen opnemen, zijn wij tot dusver niet geslaagd.

Steeds vonden wij, wanneer de dieren een half uur tot twee uren

nadat de voedering begonnen was, door osmiumzuur werden gedood, de kraagcellen rijker aan karmijnkorrels of vetbolletjes dan alle andere cellen. Hoe langer echter de voederingsproef geduurd had, des te meer kregen de korrels in de parenchymcellen de overhand. Ook wij vonden somtijds, evenals METSCHNIKOFF, de trilkamers geheel of nagenoeg ledig, terwijl toch in een stukje van dezelfde spons, een half uur of een uur na het begin der voedering door osmiumzuur gefixeerd, juist in de kraagcellen de meeste korrels te vinden waren.

Wij meenen dus te mogen aannemen dat de trilkamers inderdaad zijn, zooals CARTER ze noemt, de „eating-organs" van de spons. De trilkamers zouden niet geschikt zijn om als vangtoestellen van in het water zwevende deeltjes dienst te doen, wanneer het water in een geleidelijken stroom daar doorheen ging. Juist de onderstelling dat het water, door de flagella voortgedreven, regelmatig door de trilkamers heenstroomt, met eenige wervelbeweging in de onmiddellijke nabijheid van den wand, is voor POLÉJAEFF een reden om aan te nemen dat het vaste voedsel niet door de choanocyten wordt opgenomen, aangezien bij zulk een strooming, de zwevende deeltjes bij voorkeur naar de as der holte zouden worden gesleept en dus van de kraagcellen verwijderd. Maar die onderstelling berust niet op waarneming.

Onmiddellijke waarneming, met vergrooting van voldoende sterkte, van de beweging der zwevende deeltjes in de trilkamers bij levende, ongedeerde sponsen, is gewoonlijk niet mogelijk. Bij zeer jonge exemplaren van Spongilla hebben CARTER en LIEBERKÜHN een dwarrelende beweging in de trilkamers gezien. Onze doorsneden van met karmijn gevoederde en, na fixatie in osmiumzuur, in paraffine ingesloten Sycons, hebben ons ook telkens beelden gegeven, die niet wel te verklaren zouden zijn indien men een tamelijk regelmatige strooming moest aannemen. In talrijke trilkamers vonden wij groote, uit detritus bestaande vlokken, waarin karmijnkorreltjes allerwege verspreid lagen. Die vlokken waren zonder twijfel in de trilkamers zelven gevormd, en er moet wel een dwarrelende beweging geweest zijn om een zoo gelijkmatige vermenging van het karmijn met den detritus mogelijk te maken.

Verschillende schrijvers nemen aan dat de beweging der flagella ongeveer op de wijze van de trilharen van een wimperepithelium, allen, met elkaar samenwerkende, het sterkst uitslaan in de richting der apopyle, en daardoor een geregelden stroom onderhouden. Er zijn daaromtrent evenwel slechts zeer weinige waarnemingen vermeld. Alleen BOWERBANK deelt uitdrukkelijk mede, dat bij Grantia

compressa de bewegingen der flagella niet synchronisch zijn, dat blijkbaar iedere flagellum onafhankelijk van de andere werkt.

Deze waarneming hebben wij volkomen kunnen bevestigen. Het eerst zagen wij de beweging der flagella bij Sycon, van welke spons de Heer Bottemanne te Bergen-op-Zoom de goedheid had ons een aantal exemplaren, zoo versch mogelijk, toe te zenden. Maar wij durfden uit deze waarnemingen geen stellig besluit te trekken, omdat telkens slechts een klein en misschien reeds te veel beschadigd stukje van den wand voor het onderzoek toegankelijk gemaakt kon worden, en omdat de spons, wanneer wij die onderzochten, toch reeds een of twee dagen onder abnormale omstandigheden verkeerd had. Later echter werden wij, door de goede hulp van Dr. P. P. C. Hoek en de bijzondere welwillendheid van den Heer J. J. Ochtman, directeur van een oesterkweekerij te Bergen-op-Zoom, in de gelegenheid gesteld, een Leucosolenia met zeer dunnen wand, in de onmiddellijke nabijheid van een oesterput te onderzoeken. Ook nu werd, nadat de buis voorzichtig en snel overlangs opengeknipt en met de cloacale zijde naar boven in een droppel zeewater onder het mikroskoop gebracht was, met sterke vergrooting een volkomen onregelmatige beweging der flagella gezien. Niet alleen was er geen sprake van een gecoördineerde beweging, maar ook sloeg ieder flagellum nu eens naar de eene, dan weer naar de andere zijde sterker uit; ook had de beweging niet in een plat vlak plaats. In het water zwevende lichaampjes werden door de flagella niet in een voortgaande, maar in een heen en weer gaande of draaiende beweging gebracht.

Het schijnt ons mogelijk uit de onregelmatige beweging der flagella de regelmatige doorstrooming der sponsen met water te verklaren, wanneer men in de eerste plaats den vorm der invloeiopeningen en dien der uitvloeiopeningen der trilkamers in aanmerking neemt.

In het eenvoudigste geval, bij Leucosolenia, wordt, door de onregelmatige beweging der lange flagella, ieder punt van den wand onder telkens wisselende drukking gebracht. Nu is de cloacale opening van iedere porie omgeven door kraagcellen die slechts een enge ruimte voor den vochtstroom overlaten. Bovendien hellen de cellen een weinig over de opening heen. Tengevolge daarvan moet, wanneer ter hoogte van een porie de drukking van binnen verhoogd wordt, uitstroomen van water zeer bemoeilijkt worden, terwijl, bij verlaging van de drukking, gemakkelijk water door de trechtervormige opening kan binnenvloeien. Derhalve zal er aanhoudend op tallooze punten water in de holte van de spons komen dat een

uitweg vindt in de richting van den minsten weerstand, van het osculum, dat dikwijls nog door een stevigen kraag van spicula tegen samenvallen beschut is, en dat als trekkanaal dienst kan doen. Opmerkelijk is het dat, althans bij vele soorten, op eenigen afstand van het osculum de kraagcellen plaats maken voor een plat epithelium.

Bij Sycon zijn vele trilkamers straalsgewijze om een centraal kanaal geplaatst dat aan zijn vrije uiteinde een stevig osculum draagt. Ook hier worden de poriën der trilkamers omgeven door kraagcellen die, als kleppen, zich tegen de uitstrooming, maar niet tegen de instrooming van water verzetten. Met het centrale kanaal daarentegen hangt iedere trilkamer door een zeer ruime opening samen. Uit iedere trilkamer, waarin het water door de flagella in alle richtingen heen en weer geslingerd wordt, kan dus telkens een weinig water naar de centrale holte uitgeworpen worden, terwijl het door de poriën de trilkamers binnenvloeit. Het gevolg is een strooming van water in het centrale kanaal, naar het osculum toe, en deze strooming, eenmaal begonnen, moet de uitvloeiing uit de trilkamers regelen en bevorderen, op de wijze van het vliegwiel van een machine. Van belang is het dat het centrale kanaal niet met kraagcellen, maar met een plat epithelium, zonder flagella, bekleed is. Iedere onregelmatige beweging zou op de functie van het trekkanaal slechts belemmerend werken.

Bij de sponsen die het derde type van kanaalstelsel vertoonen, is de vorm der trilkamers niet, zooals bij Sycon, min of meer cilindrisch, maar zoodanig dat de wand in alle richtingen gekromd is. De prosopylae zijn steeds kleiner dan de apopylae, zoodat ook hier de kraagcellen het uitvloeien van water, behalve in de richting der afvoerkanalen, tegengaan. De afvoerkanalen loopen in groote, nu eens meer, dan weer minder ontwikkelde, trekkanalen uit en uit de groote toevoerende holten kan het water, zonder dat daartoe een krachtige zuiging vereischt wordt, in de trilkamers opgenomen worden. Altijd zijn aan de oppervlakte van de spons de uitvloei-openingen grooter, maar veel minder talrijk dan de poriën.

Bij het vierde type is, zooals door Schulze beschreven en afgebeeld is, de trilkamer peervormig en aan het spits toeloopende gedeelte, dat naar de apopyle gekeerd is, vrij van kraagcellen.

De prosodus daarentegen is eng en mondt in het sterk gekromde gedeelte tusschen kraagcellen uit. Ook hier dus vindt men grond om aan te nemen, dat een onregelmatige beweging der flagella een doorstrooming van de trilkamers slechts in één richting kan bewerken. Het stelsel van trekkanalen is hier sterk ontwikkeld. Ook de

aanvoer geschiedt hier door kanalen die, zich onder scherpe hoeken vertakkend, aan de beweging van het water zoo weinig mogelijk weerstand in den weg stellen.

De hier gegeven voorstelling zou onhoudbaar zijn indien men met MIKLUCHO-MACLAY, HAECKEL en sommige andere onderzoekers moest aannemen dat de stroom van het water door de spons evengoed van de oscula naar de poriën als omgekeerd kon loopen, en als het juist was dat vele sponsen in het geheel geen vaste uitstroomingsopeningen bezitten. Maar het komt ons, gelijk wij in een uitvoeriger mededeeling eenigszins nader zullen trachten uiteen te zetten, voor dat er vooralsnog geen reden is om de mogelijkheid van geheele omkeering van den stroom, of van „lipostomie" waarschijnlijk te achten.

Daarentegen schijnt het bij onze voorstelling licht te begrijpen, dat de stroom tot stilstand komt, zonder eenige schade voor het organisme, zoodra de poriën of de oscula of beiden tegelijk gesloten worden. Het ophouden van de beweging in het trekkanaal of het vermeerderen van den weerstand voor den aanvoer moet terstond aan de doorstrooming een eind maken, ook al blijft het water in de trilkamers in sterke, dwarrelende beweging.

Daarbij zijn geen spanningsverschillen te vreezen, die het teere weefsel zouden kunnen beschadigen, hetgeen wel het geval zou zijn, zoo de flagella, door gecoördineerde werking, het water steeds in een bepaalde richting voortstuwden.

Wellicht zou in het ontbreken van coördinatie, die berust op het vermogen om prikkels van de eene cel naar de andere te geleiden, het vermogen dat bij de ontwikkeling der weefsels in de zenuwcellen tot zijn hoogste uiting komt, eenig licht kunnen werpen over het merkwaardige verschijnsel dat de Porifera, ondanks hun hoogen ouderdom en hun groote variabiliteit, het toch slechts tot een betrekkelijk zoo geringe evolutie hebben kunnen brengen.

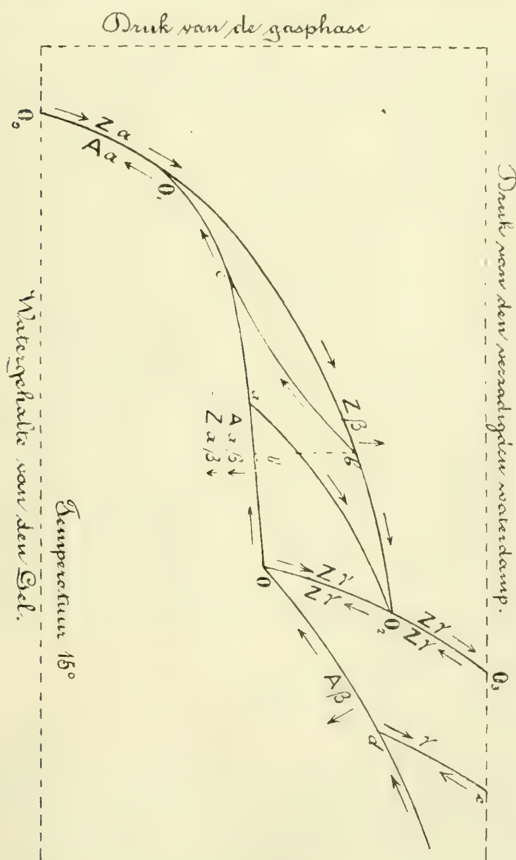
**Scheikunde**. — De Heer VAN BEMMELEN doet eene mededeeling: „*Over het absorptie-vermogen van het kolloïdale kiezelzuur*".

In de zittingen van 22 November 1892 en van 29 Juni 1895, deelde ik uitkomsten mede van mijn onderzoek over het water in gels, met name het kiezelzuur [1]).

De voortzetting van dat onderzoek heeft eenige merkwaardige verschijnselen aan het licht gebracht.

[1]) Zittingsverslagen 1895/96, blz. 62—71.

Bij de ontwatering van den hydrogel op de Isotherme $A\,\beta\downarrow$ krimpt de massa geleidelijk in. Maar na de verandering [1]) in het punt $O$, welke de gel bij een zeker watergehalte en bij een zekere dampspanning ondergaat, en waarbij de Isotherme eenen knik vertoont, krimpt de gel niet meer in; dit werd door eene reeks van metingen bij onderscheidene geis (versch of oud) gestaafd. Naarmate de (op de tak $A\,\alpha\,\beta\downarrow$ versnelde) ontwatering voortschrijdt wordt de gel nu poreus. Die poreusheid neemt toe tot aan het punt $O_0$, waar de dampspanning bij 15° tot nul nadert. (Zie de schematische Figuur) [2]).




[1]) Deze verandering heb ik »Omslag" genoemd.

[2]) Ik gebruik dezelfde letters als in mijne vorige mededeeling. $A\downarrow\beta$ duidt aan de

Die poreusheid is niet zichtbaar onder het mikroskoop, tenzij wellicht bij zeer sterke vergrooting. Zij is daaruit afgeleid, dat de gel bij indompeling in water dit als een sponsachtig weefsel inzuigt, en dat daarbij luchtbellen vrij worden, welker volumen toeneemt, naarmate de ontwatering verder gevorderd is. Omgekeerd, naarmate de ontwaterde gel water bij allengs toenemende dampspanningen (van 0 tot 12.7 mm.) weder opslurpt, neemt die ontwikkeling van luchtbellen bij indompeling onder water weder af.

Dit alles is gestaafd zoowel voor versch bereiden, als voor 2, 4 en 5 jaren ouden hydrogel van $Si\,O_2$ ($A_1$), op tal van punten der Isotherme (p. c.); zoowel op $A\,\alpha\,\beta\downarrow$ en $A\,\alpha\downarrow$ als voor $Z\alpha\uparrow$ en $Z\beta\uparrow$. Bij het punt $O_2$ zijn de poriën weder geheel met water gevuld.

Dat de afmetingen dier openingen zeer klein zijn, wordt ook daardoor bewezen, dat zij de luchtgassen onder sterken druk geabsorbeerd houden.

Ik heb het volumen lucht bepaald, dat uit een bekend gewicht van den boven zwavelzuur ontwaterden gel door water werd uitgedreven. Dit moest vergeleken worden met het volumen der holten. Het laatstgenoemde was af te leiden uit het spec. gew. van den bij 15° ontwaterden gel en deszelfs gewicht, indien het spec. gew. van het $Si\,O_2$ op 2.2 werd gesteld en rekening werd gehouden met de kleine hoeveelheid water, die de bij 15° ontwaterde gel nog bevatte. Nu was het spec. gew. niet door de gewone methoden, maar slechts bij benadering door de meting der stukken te bepalen, omdat de gel elke vloeistof inslurpt en niet door eene beschuttende laag lijm of kollodium kan bedekt worden. Evenwel waren de aldus verkregen cijfers van het spec. gew. en van het volumen der holten (I) niet zeer afwijkend van hetgeen op andere wijze berekend was, namelijk door aan te nemen: dat het volumen water, hetwelk bij de ontwatering tusschen $O_0$ en $O$ afgegeven en bij de herwatering tusschen $O_0$ en $O_2$ weder geabsorbeerd wordt, met het volumen dier holten overeenkomt (II). Dit blijkt uit de volgende Tabel:

Gel N⁰. 1 versch.
Gel N⁰. 2 een half jaar oud.
Gel N⁰. 3 vijf jaren oud.

Isotherme (p. c.) der ontwatering vóór den omslag; $A\downarrow\alpha\,\beta$ (niet omkeerbaar) en $A\downarrow\alpha$ (omkeerbaar) na den omslag. $O$ is het omslagpunt, waar de gel opaak wordt. $O_1$ is het punt waar de gel weder doorschijnend is geworden. $Z\uparrow$ is de Isotherme der herwatering; van $O_0$ tot $O_1$, valt $Z\alpha\uparrow$ samen met $A\alpha\downarrow$; van $O_1$ tot $O_2$ is zij beteekend met $Z\beta\uparrow$ (niet omkeerbaar); van $O_2$ tot $O_3$ als $Z\gamma\uparrow$. De Isotherme der herontwatering is beteekend met $Z\gamma\downarrow$; van $O_3$ tot $O$ is zij omkeerbaar, dus vallen $Z\gamma\uparrow$ en $Z\gamma\downarrow$ samen.

TABEL I.

| Berekend volgens: | Spec. Gewicht van den bij 15° ontwaterden Gel. | | | Verhouding van het volumen der holten tot 1 vol. van de ontwaterde gelstof. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Gel N°. 1. | Gel N°. 2. | Gel N°. 3. | Gel N°. 1. | Gel N°. 2. | Gel N°. 3. |
| I | 1.19 | 1.05 | 0.90 | 0.72 | 0.94 | 1.25 |
| II | 1.17 | $1.00^5$ | $0.90^6$ | $0.73^7$ | 1.01 | 1.30 |

Bij deze berekening is de geringe voluumverandering, die de gelstof bij het afgeven en bij het opslurpen van water kan ondergaan, buiten rekening gelaten. Dat deze slechts gering kan zijn bleek uit verschillende waarnemingen; vooreerst uit de meting en weging der stukken voor en na indompeling in water; ten tweede uit de meting van het volumen, hetwelk de stukken ontwaterde gel in het water innamen, als zij ter bepaling van de daaruit vrijwordende lucht in eene met water gevulde en door kwik afgesloten klok gebracht werden. Dit volumen verschilde weinig van het volumen, hetgeen berekend werd door het volumen van de watervrije stof ($Si\ O_2$) op te tellen bij het volumen van het nog aanwezige water (0.25, 0.23 en 0.14 Mol $H_2\ O$ desbetreffend in N°. 1, 2, 3 (op 1 Mol $Si\ O_2$)). De verschillen bedroegen niet meer dan ± 0.1 cc. in maximum, waren positief en negatief, en vallen dus binnen de waarnemingsfouten. Voor de waarneming derhalve van de zeer waarschijnlijke doch geringe volumeveranderingen der gelstof, bij ontwatering en herwatering, worden bepalingen van grootere nauwkeurigheid vereischt. Een belangrijken invloed op het cijfer van het holtenvolumen zullen deze echter niet uitoefenen. Hiermede rekening houdende werd uit de proefnemingen (zie Tabel II achteraan) verkregen voor de verhouding tusschen de volumina der holten en der geabsorbeerde lucht:

1 : 4.0 in den gel N°. 1 versch.
1 : 2.6 „ „ „ N°. 2 een half jaar.
1 : 2.0 „ „ „ N°. 3 vijf jaren oud.

De geabsorbeerde lucht is dus in deze holten van hoogst geringe afmeting, door de molekulaire (kapillaire) kracht tot eene 2 à 4 malige dichtheid samengeperst, evenals zulks bekend is van de in kool en andere poreuse stoffen geabsorbeerde gassen.

De beteekenis van het punt $O$ is door de bovenstaande waarnemingen toegelicht geworden. De blijkbare verandering in den gel die zich vroeger verraden heeft door troebelwording en door het

afbreken der kontinuiteit in de ontwateringsisotherme, (een grooter waterverlies bij eene gelijke dampdrukvermindering op $A\,\alpha\,\beta\downarrow$ dan op $A\,\beta\downarrow$), die verandering gaat gepaard met de vorming van waterledige holten bij de verdere ontwatering. Deze holten absorbeeren de gassen van den dampkring.

Dat de gel daarbij nog eene verdere, maar langs eenen omweg omkeerbare, verandering ondergaat, welke in eene verzwakking van het absorptievermogen voor water bestaat, die weder door waterdamp onder hoogere drukkingen kan opgeheven worden: dit verschijnsel heb ik reeds vroeger als eene hysteresis beschreven [1]).

Bij de herwatering van het punt $O_0$ uit, langs $Z\,\alpha\uparrow$ en $Z\,\beta\uparrow$ bleek het nu dat de holten zich allengs weder met water vullen, en bij het punt $O_2$ ongeveer geheel gevuld zijn. Dat die vulling gepaard gaat met een geleidelijken terugkeer van het op $A\,\alpha\,\beta$ verzwakte absorptievermogen is gebleken. Op elk punt van $Z\,\beta\uparrow$ (bijv. punt $b$ op de schematische Figuur) is dezelfde hoeveelheid water geabsorbeerd, als op een vertikaal daaronder gelegen punt van $A\,\alpha\,\beta\downarrow$ (punt $b'$), maar onder hoogeren druk. Het is dus duidelijk, dat die geheele hoeveelheid water in $b$ nog niet zoo sterk gebonden is als in $b'$, want dan zou men den druk van $b$ tot den druk van $b'$ kunnen verminderen zonder waterverlies. Integendeel wordt bij herontwatering van uit het punt $b$ eene tusschenkrommelijn beschreven ($b\,c$). Het water is dus, in elk punt van $Z\,\beta\uparrow$, ten deele even sterk gebonden als op een vertikaal daaronder gelegen punt van $A\,\alpha\,\beta\downarrow$, en ten deele zwakker — namelijk op dezelfde wijze als het water op de lijn $Z\,\gamma$ gebonden is, welke lijn van $O$ tot $O_3$ loopt.

Omtrent die verzwakkingen en versterkingen kunnen wij nog geen nadere rekenschap geven.

Omtrent de vroeger besproken modificatiën in de gels leert Tabel I dat, hoe meer de gel gemodificeerd is door den tijd of door de wijze van bereiding [2]) (zooals vroeger gevonden is [3])), het volumen der holten des te grooter is, met betrekking tot het volumen der bij 15° ontwaterde gelstof. Brengt men dit in verband met de in de holten

---

[1]) Zitt. Versl. 1895/96 blz. 66—67. Z. Anorg. Ch. XIII 267—269.

[2]) Zooals bijv. in $A_7$.

[3]) Zie vorige mededeeling bladz 67—69. Hoe meer de gel gemodificeerd is, des te eerder valt de omslag in (bij hoogere dampspanning en grooter watergehalte) en des te minder water houdt de gel bij de ontwatering tusschen $O$ en $C_0$ bij diezelfde dampdrukken vast. Bij de herwatering neemt de gel, naarmate dezelve meer gemodificeerd is, tusschen $O_1$ en $O_2$ onder hoogere dampspanning evenveel water op, als tusschen $O$ en $O_1$ afgegeven was. Tusschen $O_2$ en $O_3$ absorbeert dezelve nog eenig water meer (0.3—0.5 Mol.).

geabsorbeerde lucht, en met de absorptie van water bij herwatering:

| Tabel III | Vol. Holten / Vol. ontw. Gelstof. | Vol. geabs. Lucht / Vol. Holten. | Vol. geabs. Lucht. / Vol. ontw. Gelstof. | Hoeveelheid water in punt $O_2$ | Hoeveelheid water in punt $O_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ versch | 0.7[4] | 4.0 | 2.9[5] | 1.5 Mol. $H_2O$. | 1.8 Mol. $H_2O$. |
| „ ½ j. oud. | 1.0[3] | 2.6[5] | 2.6[7] | 1.7[7] „ | 2.3 „ |
| „ 5 j. oud. | 1.3 | 2.0 | 2.6 | 2.1[5] „ | 2.7 „ |
| $A_7$ 5 j. oud. | 3.2 | — | — | ± 5 „ | 5.6 „ |

dan mag men daaruit het gevolg trekken: 1°. Hoe later [1]) de omslag bij de ontwatering invalt, des te enger de holten zijn, en des te sterker hun absorptievermogen voor water en voor lucht; 2°. hoe meer de gel gemodificeerd is, en dienovereenkomstig de omslag eerder invalt, des te wijder de holten zijn en des te geringer het absorptievermogen voor water en voor lucht is. Maar juist omdat zij wijder zijn, kunnen zij bij de herwatering weder meer water opnemen, mits zij aan hoogere dampspanning worden blootgesteld.

De beteekenis van den omslag, en de aard van de modificatie door den tijd of door de wijze van bereiding, worden door deze waarnemingen toegelicht.

Vroeger was het gebleken, dat door de verhitting op hoogere temperaturen het absorptievermogen afneemt [1]), en al de Isothermen een des te lager watergehalte vertoonen, naarmate de gloeiing langer heeft aangehouden. Het bleek nu uit eene uitvoerige reeks proeven dat de poriën in dezelfde verhouding afnemen, en dat als de poreusheid verdwenen is (zoodat de gegloeide gel bij indompeling geene luchtbellen meer laat ontsnappen) dan ook het absorptievermogen voor water verdwenen is. Het gelukte mij soms om door gewone gloeihitte gedurende enkele minuten de poreusheid geheel op te heffen. Was dit niet het geval, ook niet na herhaalde gloeiing telkens gedurende vijf minuten, dan was daarvoor eene sterkere gloeihitte, in een oventje van HEMPEL verkregen, voldoende [2]).

De gel trekt zich dus onder den invloed der hitte zoodanig te zamen, dat zij geene holten meer bevat. Zij heeft dan echter ook haar absorptievermogen verloren.

---

[1]) Zie vorige meded. bladz. 69 en Zeitschrift für Anorg. Ch. XIII 289—292.

[2]) De oorzaak van dit verschil heb ik nog niet kunnen opsporen.

Door BÜTSCHLI is in verscheidene kolloïdale stoffen, die een gel vormen, eene weefselstructuur bij 1000-voudige vergrooting en meer waargenomen, welke overeenkomt met een uit cellen bestaand schuim (wabenstructur). Zoo bij gestold eiwit en agar. Deze cellen bestaan uit de waterhoudende stof, en sluiten water in. Bij gelatine kon hij die structuur zichtbaar maken, door den hydrogel in een alkoholgel of in een xylolgel over te voeren, en dezen te laten uitdroogen. Dan verkregen de wanden van het weefsel meerdere stevigheid, werd het weefsel bij de indroging poreus, en werd het water vervangen door lucht. Bij den kiezelzuurgel kon hij slechts op een zeker punt der ontwatering eene voorbijgaande „wabenstructur" waarnemen.

Mij voorbehoudende later op deze waarnemingen uitvoeriger terug te komen, zoo meen ik, dat zij mogen bijdragen tot de voorstelling, dat de stolling of gelvorming van het kiezelzuur, evenals van andere kolloïden, eene scheiding is van de kolloïdale oplossing in twee lagen. Eerst zijn zij nog vloeibaar in den toestand van *Sol*. Bij de voortschrijdende opalisatie en gelvorming scheiden zij zich meer en meer van elkander af; daarbij gaat de eene allengs in een minder vloeibaren toestand over en vormt een kolloïdaal weefsel, hetwelk nog veel van de tweede geabsorbeerd houdt, en tevens in deszelfs cellen (of hoe men deze vormelementen noemen moge) de tweede als vloeistof ingesloten houdt. Ook die vloeistof ondergaat de molekulaire aantrekking van het weefsel en wel te meer naarmate hare hoeveelheid door verdamping afneemt. Bij de ontwatering verdampt eerst de ingesloten vloeistof, later de in het weefsel geabsorbeerde, waarbij dat weefsel meer en meer vast wordt, en ten slotte eene glasachtige of hoornachtige stof vormt.

Heeft de gel het vermogen, om zooals gelatine, agar enz. weder in water tot zijn oorspronkelijk volumen op te zwellen, dan is de weefselstof bij het opdroogen niet gemodificeerd. Heeft zij dat vermogen niet, of slechts in geringe mate, zooals het kiezelzuur, de aluinaarde enz., dan is zij bij de indroging gemodificeerd geworden. Al de verschijnselen van uitpersbaarheid, van meerdere of mindere opzwelling, van osmose, van de wijze van ontwatering en herwatering in hare afhankelijkheid van dampdruk en temperatuur, van poreus worden: zij zijn met het aannemen van eene weefselstructuur niet in strijd, zij kunnen die structuur wel niet bewijzen, maar maken haar aannemelijk.

Merkwaardig is het, dat het kiezelzuur — dat na ontwatering, zoolang het omslagpunt *O* nog niet bereikt is, slechts eene geringe

hoeveelheid water weder opneemt — na dien omslag eene poreuse structuur bij verdere ontwatering erlangt, en in die holten het water weder absorbeeren kan.

Het belangrijkste in 't onderzoek is wel dat het eigenaardige van de amorphe stoffen zoo duidelijk voor den dag komt.

1°. de kontinuiteit van den overgang van vloeibaar tot vast, welke overgang bij de afscheiding van een kristallijne stof uit eene vloeistof geene kontinuiteit vertoont.

2°. de verbinding van het kolloïd met water (of eenige andere vloeistof) in elke verhouding, die van koncentratie en temperatuur afhankelijk is, en als eene absorptieverbinding te beschouwen is; terwijl daarentegen bij de stoffen in kristalloïdalen toestand eene chemische verbinding in eene vaste verhouding zich vormt.

3°. dat deze kolloïden holten kunnen verkrijgen, die het aannemen van eene weefselstructuur waarschijnlijk maken, in welke holten kapillaire verschijnselen zich afspelen.

TABEL II.

| | Gewicht. | Volumen geabsorbeerde lucht. | Berekend Volumen der holten. | Vol. lucht. / Vol. holten. | Verschil tusschen waargenomen en berekend vol. van de gelstof. | Vol. holten. / Vol. ont. gel. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Milligram | cc. | cc. | | cc. | |
| Hydrogel No. 1 versch, bij 15° ontwaterd ($SiO_2$. 0.25$H_2O$). | 830 | 1.24 | 0.301 | **$4.0^{1}$** | + $0.00^{8}$ | |
| | 487 | 0.72 | 0.177 | **$4.0^{6}$** | + $0\ 03^{5}$ | |
| | 645 | 0.91 | 0.234 | **3.9** | — $0.03^{3}$ | $\frac{0.712}{0.966} = 0.73^{7}$ |
| Som | 1962 | 2.87 | 0.712 | **$4.0^{3}$** | + 0.01 | |
| Hydrogel No. 2 drie maanden oud, bij 15° ontwaterd ($SiO_2$ 0.23 $H_2O$). | 254 | 0.34 | 0.126 | **$2.6^{6}$** | — $0.0^{7}$ | |
| | 386 | 0.47 | 0.191 | **$2.4^{6}$** | + $0.0^{6}$ | |
| | 797 | 1.01 | 0.395 | **$2.5^{6}$** | — $0.0^{9}$ | $\frac{0.712}{0.704} = 1.01^{6}$ |
| | 312 | 0.46 | 0.155 | **$2.9^{8}$** | — 0.1 | |
| | 442 | 0.59 | 0.219 | **$2\ 6^{5}$** | — $0.0^{2}$ | |
| | 1552 | 1.98 | 0.770 | **$2.5^{9}$** | — $0.1^{6}$ | $\frac{1.144}{1.129} = 1.01^{3}$ |
| Som | 3743 | 4.85 | 1856 | **$2.6^{1}$** | | |

TABEL II

| | Gewicht. | Volumen geabsorbeerde lucht. | Berekend Volumen der holten. | $\frac{\text{Vol. lucht.}}{\text{Vol. holten.}}$ | Verschil tusschen waargenomen en berekend vol. van de gelstof. | $\frac{\text{Vol. holten.}}{\text{Vol. ont. gel.}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Milligram. | cc. | cc. | | cc. | |
| Hydrogel N°. 3 vijf jaren oud, bij 15° ontwaterd ($SiO_2$ 0.14 $H_2O$). | 665 | 0.86 | 0.413 | **2.1**$^0$ | − 0.1$^1$ | |
| | 614 | 0.90 | 0.381 | **2.3**$^6$ | − 0.1$^4$ | |
| | 1197 | 1.50 | 0.743 | **2.0**$^2$ | + 0.0$^8$ | $\frac{1.537}{1.88} = 1.29^8$ |
| | 299 | 0.35 | 0.185 | **1.9**$^1$ | − 0.0$^9$ | |
| | 494 | 0.61 | 0.307 | **2.0** | + 0.0$^{14}$ | |
| | 495 | 0.69 | 0.308 | **2.0** | + 0.0$^{15}$ | |
| | 1761 | 2.11 | 1.091 | **1.9**$^3$ | + 0.0$^3$ | $\frac{1.891}{1.453} = 1.30^1$ |
| Som | 5525 | 7.02 | 3.429 | **2.0**$^5$ | | |

De drie eerste bepalingen bij Gel 2 werden achter elkander verricht in dezelfde meetbuis. Evenzoo de drie laatste bepalingen. Hetzelfde geldt voor Gel 3.

**Natuurkunde.** — De Heer LORENTZ biedt voor het Verslag een opstel aan, getiteld: „*Optische verschijnselen die met de lading en de massa der ionen in verband staan*". I.

§ 1. Terwijl men uit de metingen over den door ZEEMAN ontdekten invloed van magnetische krachten op de lichtemissie de verhouding tusschen de lading $\varepsilon$ der in de lichtbron trillende ionen en hunne massa $m$ kan afleiden, komt in de vergelijkingen voor eenige andere verschijnselen de grootheid $\frac{\varepsilon^2}{m}$ voor, zoodat men met behulp daarvan iets naders omtrent $\varepsilon$ en $m$ kan besluiten. Ik heb hier op het oog 1°. de kleurschifting, 2°. de grootte der absorptie en 3°. den invloed dien druk en dichtheid op de plaats der absorptiestrepen in het spectrum hebben.

Al deze verschijnselen kunnen behandeld worden met behulp van de vergelijkingen, die de voortplanting van lichttrillingen in eene ponderabele uit één of meer soorten van molekulen opgebouwde

stof bepalen, en die ik vroeger heb opgesteld [1]). Alleen is het noodig iets dieper in het mechanisme der verschijnselen door te dringen dan ik het toen heb gedaan.

§ 2. Ik zal vooreerst aannemen dat elk molekuul een enkel bewegelijk ioon met de lading $\varepsilon$ bevat, dat, zoodra het uit den evenwichtsstand eene kleine verplaatsing met de componenten x, y, z ondergaan heeft, daarheen teruggedreven wordt door eene kracht met de componenten

$$-f\,x, \quad -f\,y, \quad -f\,z$$

(f positieve constante).

Door de verplaatsing is een electrisch moment met de componenten

$$m_x = \varepsilon\,x, \quad m_y = \varepsilon\,y, \quad m_z = \varepsilon\,z$$

ontstaan, en wanneer in alle molekulen der stof dergelijke momenten zijn opgewekt, zal een volume-element $d\tau$ (dat wij ons voorstellen, zeer vele molekulen te bevatten) een moment verkregen hebben, dat door

$$M_x\,d\tau, \quad M_y\,d\tau, \quad M_z\,d\tau$$

kan worden voorgesteld.

Den vector M kan men het electrisch moment per volume-eenheid noemen.

§ 3. Wanneer zich een lichtbundel in de beschouwde stof voortplant zullen $M_x$, $M_y$, $M_z$ functiën van de coordinaten $x$, $y$, $z$ en den tijd $t$ zijn. Om deze te bepalen moet men opmerken dat de deeltjes, zoodra de daarin voorkomende ionen in beweging gebracht zijn, electrische trillingen in den alles doordringenden aether opwekken; door dezen laatsten wordt dan echter op elk ioon eene kracht uitgeoefend, en die kracht (de „electrische kracht" wanneer zij voor de eenheid van lading wordt opgegeven) beheerscht op hare beurt naar de wetten van het meetrillen de beweging van het ioon.

Zij P, met de coordinaten $x$, $y$, $z$, het punt, waarvoor wij de bewegingsvergelijkingen willen opstellen. Om dat punt als middelpunt beschrijven wij een bol B, die in zooverre oneindig klein is, dat de toestand van het stelsel in de verschillende punten binnen zijn oppervlak

[1]) La théorie électromagnétique de MAXWELL et son application aux corps mouvants. Leiden. E. J. BRILL. 1892. Ook in Archives néerlandaises, T. 25.

als overal dezelfde mag beschouwd worden, maar toch groot genoeg om nog zeer vele molekulen te bevatten. Voor de electrische kracht die, afgezien van den wederkeerigen invloed der molekulen binnen den bol, in het middelpunt werkt, mag men dan schrijven [1])

$$X = \frac{4}{3}\pi V^2 M_x + V^2 \left[\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_y}{\partial x \, \partial y} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^2 \mathfrak{M}_z}{\partial x \, \partial z} - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{M}_x}{\partial t^2}\right] + 4\pi V^2 f_0 ,$$

enz.

Hier stelt V de voortplantingssnelheid van het licht in den aether voor; M is het electrisch moment in het punt P, terwijl $\mathfrak{M}_x$, $\mathfrak{M}_y$, $\mathfrak{M}_z$ de waarden zijn, die drie van de electrische momenten afhankelijke hulpfunctiën in het punt P aannemen, hulpfunctiën, die voldoen aan de vergelijkingen

$$\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathfrak{M}_x = -4\pi M_x ,$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathfrak{M}_y = -4\pi M_y ,$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathfrak{M}_z = -4\pi M_z .$$

Eindelijk zijn $f_0$, $g_0$, $h_0$ de componenten der dielectrische verplaatsing die, onafhankelijk van de electrische momenten der molekulen, in den aether bestaat. Daar nu deze grootheden aan de betrekkingen

$$\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) f_0 = 0, \text{ enz.}$$

voldoen, vindt men

$$\left(\Delta - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)X = \frac{4}{3}\pi V^2 \Delta M_x + \frac{8}{3}\pi \frac{\partial^2 M_x}{\partial t^2} -$$

$$- 4\pi V^2 \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial x \, \partial y} + \frac{\partial^2 M_z}{\partial x \, \partial z}\right) \quad . \quad (1)$$

enz.

[1]) Verg. de formules (118) en (119) der aangehaalde verhandeling.

§ 4. Ofschoon $X$, $Y$, $Z$ van punt tot punt veranderen, kan men aantoonen dat de electrische kracht die, onafhankelijk van de wisselwerking tusschen de binnen den bol B liggende molekulen, op de verschillende deeltjes werkt, gelijk mag geacht worden. De bol B is dus in een homogeen electrisch veld geplaatst, en het is maar de vraag, welk verband er nu is tusschen het per volume-eenheid opgewekte moment M, en de electrische kracht ($X$, $Y$, $Z$). Dit verband kan het eenvoudigst worden uitgedrukt, wanneer men begint met in plaats van de *werkelijke* waarden van $X$, $Y$, $Z$, $M_x$, $M_y$, $M_z$, zekere complexe grootheden te beschouwen, die alle den tijd alleen in den factor

$$e^{int}$$

bevatten, en waarvan de reëele deelen de waarden van $X$, enz. zullen zijn. Wij kunnen, zonder verwarring te doen ontstaan, deze complexe of „symbolische" waarden door dezelfde teekens voorstellen als de werkelijke en mogen dan als uitdrukking voor het verband tusschen de symbolische waarden van $X, \ldots M_x, \ldots$ bij isotrope stoffen aannemen

$$M_x = A\,X, \qquad M_y = A\,Y, \qquad M_z = A\,Z, \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

waarin A eene van $n$ afhankelijke, maar overigens voor eene gegeven stof constante, in den regel complexe grootheid is.

Dat werkelijk de vergelijkingen (2) mogen worden aangenomen kan men door eene algemeene beschouwing aantoonen; het zal thans uit de te behandelen bijzondere gevallen voldoende blijken.

De symbolische waarden voldoen ook aan de vergelijkingen (1), die thans in verband met (2) de lichtbeweging bepalen.

Wij kunnen hier volstaan met de beschouwing van platte golven, die zich b. v. in de richting der $y$-as voortplanten. Stel dus

$$M_x = c\,e^{int - \frac{q}{V}y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$M_y = 0, \qquad M_z = 0.$$

Het blijkt dat dan aan de vergelijkingen voldaan wordt, indien

$$\frac{q^2 + n^2}{q^2 - 2\,n^2} = \frac{4}{3}\pi\,V^2\,A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

is. Bij gegeven waarde van $n$ volgt hieruit in den regel eene complexe waarde van $q$, stel

$$q = \alpha + i\,\beta,$$

waarbij $\alpha$ positief moge zijn.

Het reëele deel van (3) wordt dan

$$M_x = c\, e^{-\frac{\alpha}{V} y} \cos\left(n t - \frac{\beta}{V} y\right),$$

waaruit men aanstonds de physische beteekenis van $n$, $\alpha$, $\beta$ ziet.

De eerste grootheid is de „frequentie," het aantal trillingen nl. in den tijd $2\pi$; $\alpha$ bepaalt de mate der absorptie en wel in dier voege dat

$$e^{-2\pi\frac{\alpha}{n}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

de breuk is, waarmede de amplitudo vermenigvuldigd wordt, wanneer men in de voortplantingsrichting voortgaat over een afstand, gelijk aan de golflengte in den aether. Eindelijk hangt $\beta$, welke grootheid noodzakelijk te gelijk met $\alpha$ positief moet uitvallen, met den brekingsindex $\mu$ als volgt samen:

$$\mu = \frac{\beta}{n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6)$$

§ 5. Blijkens het bovenstaande hangt alles af van de grootheid A, dus van de vraag, welk electrisch moment in den bol B door de electrische kracht ($X$, $Y$, $Z$) wordt opgewekt. Bij beschouwingen hierover mag de onderlinge werking der in B liggende deeltjes strikt genomen niet worden verwaarloosd. Wel kan men 1°. aantoonen dat deze werking, voor zoover zij van electrischen aard is (en eene andere zal hier, behoudens de in § 8 te bespreken botsingen, niet worden aangenomen) op elk oogenblik dezelfde is, alsof de dan bestaande momenten voortdurend onveranderd bleven, 2°. de berekening dezer werkingen vereenvoudigen door aan te nemen dat de verplaatsingen x, y, z der ionen zeer klein zijn, in vergelijking zelfs met de onderlinge afstanden der het naast bij elkander liggende molekulen, en 3°. bewijzen dat de aldus opgevatte wisselwerking verdwijnt, wanneer de rangschikking der deeltjes volkomen dezelfde is ten opzichte van drie onderling loodrechte hoofdrichtingen, dus b. v. bij cubische rangschikking van een stelsel aan elkander gelijke molekulen. Met dat al kan men niet bewijzen dat bij stoffen, die hunne isotropie te danken hebben aan eene onregelmatige rangschikking der deeltjes (vloeistoffen en gassen) eveneens van de wisselwerking mag worden afgezien; hoogstens kan men vermoeden dat haar invloed veelal slechts gering zal zijn. Wanneer ik nu toch voorloopig de onderlinge werking der molekulen binnen B verwaar-

loos, is het alleen met de bedoeling, eene eerste benadering te verkrijgen.

Voor één molekuul kan natuurlijk het moment worden voorgesteld door

$$m_x = a\,X, \quad m_y = a\,Y, \quad m_z = a\,Z,$$

waarbij a eene in den regel complexe constante is, en wanneer de beschouwde stof per volume-eenheid $N_1$ deeltjes van ééne soort met de constante $a_1$, $N_2$ deeltjes eener tweede soort met de constante $a_2$, enz. bevat, zal men hebben

$$A = N_1 a_1 + N_2 a_2 + \text{enz.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

§ 6. De grootheden a nemen een zeer eenvoudigen vorm aan, wanneer men onderstelt dat de ionen bij hunne trillingen geen weerstand ondervinden. De bewegingsvergelijkingen worden dan [1])

$$m\frac{d^2 x}{dt^2} = -\mathfrak{f}\,x + \varepsilon X, \text{ enz.}$$

of wanneer wij

$$\frac{\mathfrak{f}}{m} = n_0^2$$

stellen,

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -n_0^2\,x + \frac{\varepsilon}{m} X, \text{ enz.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Klaarblijkelijk is $n_0$ de frequentie der *eigen* trillingen, die het ioon kan uitvoeren.

Bevat nu $X$ den factor $e^{int}$, dan wordt aan (8) voldaan door

$$x = \frac{\varepsilon}{m} \cdot \frac{1}{n_0^2 - n^2} X, \text{ enz.},$$

zoodat, daar de componenten van het moment door $\varepsilon x$, $\varepsilon y$, $\varepsilon z$ gegeven worden,

$$a = \frac{\varepsilon^2}{m(n_0^2 - n^2)}$$

wordt.

---

[1]) Als een ioon zich met de snelheid v beweegt, ontstaat in den aether eene electrokinetische energie, die door $\frac{1}{2} m^1 v^2$ kan worden voorgesteld. Onder $m$ is in de formules de som van de werkelijke massa en de grootheid $m^1$ te verstaan.

Uit (4) en (7) volgt dan

$$\frac{q^2+n^2}{q^2-2\,n^2}=\Sigma\,\frac{4}{3}\,\pi\,V^2\,N\,\frac{\varepsilon^2}{m}\cdot\frac{1}{n_0^2-n^2}\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (9)$$

waarin het somteeken op de verschillende soorten van molekulen betrekking heeft.

De verkregen vergelijking levert klaarblijkelijk voor $q^2$ eene reëele waarde op. Om nu echter de bij doorschijnende lichamen waargenomen verschijnselen te verklaren, moet men aannemen dat die waarde negatief uitvalt. Dan wordt dus $q = i\,\beta$, er is geene absorptie en de brekingsindex $\mu$ wordt bepaald door

$$\frac{\mu^2-1}{\mu^2+2}=\Sigma\,\frac{4}{3}\,\pi\,V^2\,N\,\frac{\varepsilon^2}{m}\cdot\frac{1}{n_0^2-n^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (10)$$

Daar bij het toenemen van het tweede lid ook de voor $\mu$ gevonden waarde grooter wordt, volgt uit deze vergelijking werkelijk eene kleurschifting, zooals die wordt waargenomen.

In vele gevallen kan de dispersie vrijwel worden voorgesteld door de formule

$$\frac{\mu^2-1}{\mu^2+2}=\frac{4}{3}\,\pi\,V^2\,N\,\frac{\varepsilon^2}{m}\cdot\frac{1}{n_0^2-n^2}\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (11)$$

zooals die voor ééne soort van molekulen luidt [1]). Het is dan mogelijk, uit de waarnemingen niet alleen $n_0$, maar ook den factor $\frac{4}{3}\,\pi\,V^2\,N\,\frac{\varepsilon^2}{m}$ af te leiden.

Men kan, als men de golflengte in den aether door $\lambda$ voorstelt, de formule (11) brengen in den vorm

$$\frac{\mu^2+2}{\mu^2-1}=p-\frac{s}{\lambda^2}\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (12)$$

waarin

$$p=\frac{3\,m\,n_0^2}{4\,\pi\,V^2\,N\,\varepsilon^2}$$

en

$$s=\frac{3\,\pi\,m}{N\,\varepsilon^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (13)$$

---

[1]) De meer ingewikkelde formule (10) of eene dergelijke zal toegepast kunnen worden, niet alleen op eene stof die meer dan éene soort van molekulen bevat, maar ook wanneer in elk molekuul meer dan één bewegelijk ioon voorkomt. Ik heb vroeger (Verhandelingen der Akad. v. Wetenschappen, Deel 18, 1879) de formule (11 en de formule (10) met twee termen met de waarnemingen vergeleken.

Bij de beschouwing van gassen, waartoe ik mij hier zal bepalen, mag men, daar $\mu$ slechts weinig van de eenheid verschilt, (12) vervangen door

$$\frac{3}{2(\mu - 1)} = p - \frac{s}{\lambda^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (14)$$

Ik heb deze formule toegepast op waterstof (0°,760 mM.). KETTELER geeft voor de FRAUNHOFER'sche lijnen B, D en G de volgende brekingsindices op:

| | |
|---|---|
| B | 1,00014217 |
| D | 1,00014294 |
| G | 1,00014554 |

De constanten p en s uit het eerste en derde getal bepalende, vind ik (C. G. S. eenheden)

$$p = 10707, \qquad s = 0{,}0739 \times 10^{-5},$$

en hieruit voor den brekingsindex der lijn D: 1,00014293.

§ 7. Wil men uit de voor s gevonden waarde door middel van de formule (13) iets omtrent $m$ en $\varepsilon$ afleiden, dan moet men bedenken dat $m$ de massa is van een der ionen, die bij de lichttrilling in het spel zijn, en die men ter bekorting „lichtionen" kan noemen. Er is ondersteld, dat elk molekuul één zoodanig ioon bevat. Ik zal nu door $M$ de massa van het geheele molekuul, door $N M = \Delta$ de dichtheid der stof voorstellen en

$$\frac{M}{m} = k$$

stellen.

Men kan dan voor (13) schrijven:

$$s = \frac{3 \pi k}{\Delta} \cdot \left(\frac{m}{\varepsilon}\right)^2 ,$$

zoodat

$$k = \frac{s \Delta}{3 \pi} \left(\frac{\varepsilon}{m}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

wordt.

Neemt men aan dat het lichtioon dat in de waterstofmolekulen bij lage temperaturen kan medetrillen hetzelfde is dat onder geschikte omstandigheden door zijne beweging licht uitzendt, dan kan men $\frac{\varepsilon}{m}$ wat de orde van grootte betreft, aan de waarnemingen van Dr. ZEEMAN ontleenen.

Uit de metingen die hij over de natriumlijnen verricht heeft volgt

$$\frac{\varepsilon}{m} = 1,6 \times 10^7 ,$$

en uit de metingen over eene zinklijn

$$\frac{\varepsilon}{m} = 1,2 \times 10^7 .$$

Men mag dus hopen niet ver van de waarheid te zijn als men, de formule (15) op waterstof toepassende, stelt $\frac{\varepsilon}{m} = 10^7$.

Met de gevonden waarde van s, en $\Delta = 0,000089$ vindt men dan

$$k = 700,$$

welk getal 1400 zou worden, wanneer men $\frac{\varepsilon}{m} = 1,4 \times 10^7$ had gesteld.

In elk geval doet deze uitkomst wel zien dat bij de ingevoerde onderstellingen het lichtioon slechts een zeer klein gedeelte van het waterstofmolekuul uitmaakt. Is $M'$ de massa van een waterstofatoom, dan zou

$$\frac{m}{M'} = \frac{1}{350}$$

en dus

$$\frac{\varepsilon}{M'} = \frac{10^7}{350} = 3 \times 10^4$$

worden.

Het is interessant, dit te vergelijken met eene uitkomst, die men uit het electrochemisch aequivalent van waterstof kan afleiden.

Daaruit volgt nl., als $\varepsilon'$ de lading van een atoom is, die bij de electrolyse in het spel is,

$$\frac{\varepsilon'}{M'} = 10^4 \text{ ongeveer,}$$

zoodat de lading van een lichtioon en die van een waterstofatoom in een electrolyt van dezelfde orde van grootte blijken te zijn.

§ 8. Een tweede verschijnsel, waarbij de grootheid $\frac{\varepsilon^2}{m}$ te pas komt, is de absorptie van het licht door een gasvormig lichaam.

Zooals reeds bleek zal dit verschijnsel bestaan, zoodra de grootheid A (§ 4) eene niet reëele waarde aanneemt, iets dat het geval zou zijn, wanneer, zooals b. v. VON HELMHOLTZ in zijne theorie der anomale dispersie onderstelt, de ionen bij hunne trilling een weerstand evenredig aan de snelheid ondervonden. Een dergelijken weerstand kan men echter, naar mij dunkt, bezwaarlijk aannemen; ik geloof dat men zich op de volgende wijze beter rekenschap van het verschijnsel kan geven.

Wanneer op eene gasmassa eene periodieke electrische kracht werkt, zal het ioon van een molekuul eene beweging aannemen, die door de wetten van het meêtrillen bepaald wordt, en die na verloop van eenigen tijd eene zeer groote amplitudo zal kunnen verkrijgen, wanneer de frequentie $n$ der uitwendige kracht niet te veel verschilt van de frequentie $n_0$ der eigen trillingen. Aan deze toeneming der amplitudo komt nu echter een einde zoodra het molekuul eene botsing ondergaat; het ligt nl. voor de hand aan te nemen dat dan de verkregen trilling in eene onregelmatige „warmtebeweging" wordt omgezet, of in ieder geval zoo in richting en phase wordt veranderd dat de na de botsing overgebleven beweging niet meer geschikt is om door de uitwendige kracht versterkt te worden.

Ten einde dit denkbeeld uit te werken zal ik deze vereenvoudiging aanbrengen dat ik de molekulen op hunne plaats laat, maar op eene of andere wijze door stooten de beweging omzet op dezelfde tijdstippen, waarop dit in werkelijkheid door de onderlinge botsingen gebeurt. Men kan dan berekenen wat op een bepaald oogenblik $t$ het gezamenlijk electrisch moment van alle in den bol B (§ 3) liggende deeltjes, of wat het gemiddelde moment van één deeltje is. Nu kan voor elk molekuul de beweging gesplitst worden in die, welke het na de laatste botsing, die op den tijd $\vartheta$ moge gebeurd zijn, bezat, en die, welke het sedert die botsing door de werking der uitwendige kracht heeft verkregen. Neemt men aan dat bij de bewegingen, die de ionen na eene botsing overhouden, alle mogelijke richtingen en phasen gelijkelijk voorkomen, dan zullen deze bewegingen niets tot het gezochte moment bijdragen, en zal men mogen rekenen alsof voor $t = \vartheta$:

$$x = y = z = 0 \text{ en } \frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt} = \frac{dz}{dt} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

was.

§ 9. Laat in de richting der $x$-as de electrische kracht

$$X = c \cos n t$$

werken. Dan is de algemeene oplossing der vergelijking (8)

$$x = \frac{\varepsilon c}{m(n_0^2 - n^2)} \cos nt + C_1 \cos n_0 t + C_2 \sin n_0 t, \quad . \quad . \quad (17)$$

terwijl men uit (16) voor de integratieconstanten vindt:

$$C_1 = - \frac{\varepsilon c}{m n_0 (n_0^2 - n^2)} [n_0 \cos n_0 \vartheta \cos n \vartheta + n \sin n_0 \vartheta \sin n \vartheta], \quad (18)$$

$$C_2 = - \frac{\varepsilon c}{m n_0 (n_0^2 - n^2)} [n_0 \sin n_0 \vartheta \cos n \vartheta - n \cos n_0 \vartheta \sin n \vartheta]. \quad (19)$$

De verschillende molekulen onderscheiden zich van elkander door de waarde van $\vartheta$, en zoo is ook het moment $m_x = \varepsilon x$ niet voor alle hetzelfde. De gemiddelde waarden voor de vele in den bol B liggende deeltjes zullen wij door eene horizontale streep boven de letters aanduiden, zoodat wij verkrijgen

$$\bar{m}_x = \frac{\varepsilon^2 c}{m(n_0^2 - n^2)} \cos nt + \varepsilon \bar{C}_1 \cos n_0 t + \varepsilon \bar{C}_2 \sin n_0 t \quad . \quad (20)$$

§ 10. Zij $\tau = t - \vartheta$ de tijd, die sedert de laatste botsing verloopen is. Dan kan, zooals welbekende beschouwingen uit de kinetische gastheorie leeren, het aantal deeltjes, waarvoor $\tau$ tusschen $\tau$ en $\tau + d\tau$ ligt, worden voorgesteld door

$$b \nu e^{-b\tau} d\tau,$$

wanneer $\nu$ het geheele aantal deeltjes is, en b eene van de dichtheid van het gas afhankelijke constante, die niet anders is dan de omgekeerde waarde van den tijd $\tau$, die gemiddeld sedert de laatste botsing is verstreken.

De gemiddelde waarde eener van $\tau$ afhankelijke grootheid $\chi$ wordt dan gegeven door

$$\bar{\chi} = b \int_0^{\infty} e^{-b\tau} \chi \, d\tau$$

en past men dit toe op $C_1$ en $C_2$, na in de formules (18) en (19) $\vartheta$ door $t - \tau$ vervangen te hebben, dan verkrijgt men als men (20)

nog met N, het aantal deeltjes in de volume-eenheid vermenigvuldigt, na eene eenvoudige, zij 't ook wat lange berekening,

$$M_x = \frac{N\varepsilon^2 c}{m} \frac{P\cos nt + Q\sin nt}{P^2 + Q^2} .$$

Daarin is

$$P = b^2 + (n_0^2 - n^2), \qquad Q = 2\,b\,n.$$

Gemakkelijk ziet men nu dat de in § 2 ingevoerde constante de waarde

$$A = \frac{N\varepsilon^2}{m} \cdot \frac{P - iQ}{P^2 + Q^2} = \frac{N\varepsilon^2}{m} \cdot \frac{1}{P + iQ}$$

aanneemt.

Dientengevolge gaat de vergelijking (4) over in

$$\frac{q^2 - 2n^2}{q^2 + n^2} = R + iS, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

waarbij

$$R = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi V^2 N \varepsilon^2}\left[b^2 + (n_0^2 - n^2)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

en

$$S = \frac{2\,b\,m\,n}{\frac{4}{3}\pi V^2 N\varepsilon^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

is.

Uit de vergelijking (21) kan men $q^2$, en dus $\alpha$ en $\beta$ (§ 4) oplossen. Men vindt na eenige herleiding

$$2\frac{\alpha^2}{n^2} = \frac{\{(2 + R)(1 - R) - S^2\} + \sqrt{\{(2+R)(1-R)-S^2\}^2 + 9S^2}}{(1 - R)^2 + S^2} . \quad (24)$$

§ 11. Wanneer de door het gas in het spectrum teweeggebrachte absorptieband zeer smal is zal de waarde van $n$ voor welke $\alpha$ een maximum is, niet merkbaar verschillen van die voor welke dit met $\frac{\alpha^2}{n^2}$ het geval is; bovendien zal dan S over de volle breedte van den absorptieband als constant beschouwd mogen worden. De voorwaarde voor het maximum wordt dus verkregen door het differentiaal-quotient naar R van het tweede lid van (24) = 0 te stellen

Aldus vindt men eerst

$$S^2-(1-R)^2=\{S^2+(2+R)(1-R)\}\sqrt{\frac{S^2+(1-R)^2}{S^2+(2+R)^2}} \quad . \; . \; . \quad (25)$$

en vervolgens

$$S^2=(1-R)^2\frac{4\,R+5}{4\,R-1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (26)$$

Daar wij S als gegeven beschouwen hebben wij hieruit R op te lossen, ten einde dan uit (22) de waarde van $n$ te bepalen, voor welke de absorptie een maximum is. Daarbij moet men in 't oog houden dat de wortelgrootheid in (25) en de breuk in (26) positief moeten zijn, waaruit volgt

$$\frac{1}{4}<R<1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (27)$$

Substitueert men nu eindelijk de waarde (26) in (24), dan verkrijgt men ter bepaling van de maximale absorptie

$$2\left(\frac{\alpha}{n}\right)^2_{max.}=\frac{(4\,R-1)\;(4\,R+5)}{4\,(1-R)\;(1+2\,R)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (28)$$

§ 12. De vroeger omtrent $\frac{\varepsilon}{m}$ en k medegedeelde schattingen maken het mogelijk, te bepalen van welke orde van grootte deze absorptie wordt. Immers, wanneer men weer door $\lambda$ de golflengte in den aether, en verder door W de snelheid der molekulen voorstelt en door $\lambda'$ den weg, dien een molekuul in den tijd $\tau=\frac{1}{b}$ aflegt, kan men de formule (23) brengen in den vorm

$$S=3\;\frac{W}{V}\cdot\frac{k}{\lambda\;.\;\lambda'\,\Delta}\cdot\left(\frac{m}{\varepsilon}\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (29)$$

Natuurlijk zal deze waarde niet dezelfde zijn voor verschillende absorbeerende gassen. Wat de orde van grootte betreft mogen wij $\lambda'$ vervangen door de gemiddelde lengte van den weg, dien een molekuul tusschen twee botsingen aflegt. Het product $\lambda'\,\Delta$ is dan bij elk gas onafhankelijk van de dichtheid, en verandert ook weinig met de temperatuur. Voor lucht van 0° en 760 mM. is dit product

0,13 × $10^{-7}$, voor koolzuur even groot, voor waterstof 0,017 × $10^{-7}$. Daar dus voor dit laatste gas $\lambda' \Delta$ 't kleinste is, terwijl W juist de grootste waarde heeft, verkrijgen wij voor S de grootste waarde, wanneer wij de getallen gebruiken, die voor waterstof gelden. Bij de absolute temperatuur $\theta$ is dan

$$W = 184000 \sqrt{\frac{\theta}{273}},$$

en stelt men verder $k = 700$, $\frac{\varepsilon}{m} = 10^7$, en $\lambda = 0{,}00006$ dan verkrijgt men

$$S = 13 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{\theta}{273}}.$$

Men mag hieruit wel besluiten dat bij alle bereikbare temperaturen S aanmerkelijk kleiner dan de eenheid zou zijn. Uit (26) volgt dan dat bij de maximale absorptie 1—R eveneens klein zal worden $\left(\text{ten naastenbij } 1-R = \frac{S}{\sqrt{3}}\right)$ en eindelijk zou blijkens (28) $\left(\frac{a}{n}\right)_{max}$ groot worden, nl. ongeveer

$$30 \sqrt[4]{3 \times \frac{273}{\theta}}.$$

Met het oog op de beteekenis van $\frac{a}{n}$ (§ 4) mogen wij hieruit afleiden, dat bij de gemaakte onderstellingen de absorptie reeds op een afstand van ééne golflengte zeer groot moet zijn.

Intusschen vereischt deze gevolgtrekking eene nadere overweging, die ik echter tot het vervolg dezer mededeeling wensch uit te stellen. Thans moge alleen nog opgemerkt worden, dat men door eene wijziging der ingevoerde onderstellingen tot eene minder sterke absorptie kan geraken.

**Scheikunde.** — De Heer HOOGEWERFF biedt voor de Werken der Akademie aan eene verhandeling van den Heer J. L. ABERSON, getiteld : „*De isomerie van 't appelzuur*".

Deze wordt in handen gesteld van de Heeren HOOGEWERFF en VAN DORP om daarover in de volgende vergadering verslag uit te brengen.

**Aardkunde**. — De Heer VAN BEMMELEN biedt voor de Werken der Akademie aan eene verhandeling van den Heer Dr. H. VAN CAPPELLE, getiteld: *„Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen"*.

Deze wordt in handen gesteld van de Heeren BEHRENS en VAN BEMMELEN om daarover in de volgende vergadering verslag uit te brengen.

**Wiskunde**. — De Heer KORTEWEG biedt voor het Verslag eene mededeeling aan van den Heer W. A. WIJTHOFF, getiteld: *„Een stelsel bewerkingen in de ruimte van vier afmetingen analoog met* HAMILTON's *quaternions"*.

Het gelukte mij zulk een stelsel te verkrijgen door in de grootheden die de bewerkingen hebben te ondergaan wijziging te brengen en hiervoor in plaats van gewone vectoren *planivectoren* (of sommen van planivectoren) te kiezen, welke straks nader zullen worden gedefiniëerd en die overeenkomen met GRASSMANN's „Ausdehnungsgrösse" van de tweede orde.

De complexe grootheden waardoor de bewerkingen kunnen worden voorgesteld, worden dan met CLIFFORD's Biquaternions voor de elliptische (RIEMANN'sche) ruimte algebraïsch identiek.

In de hier volgende korte beschrijving der theorie zal ik ter bekorting het grootste gedeelte der bewijzen weglaten. Meer uitvoerig zal zij door mij worden behandeld in mijn academisch proefschrift: *„De Biquaternion als bewerking in de Ruimte van vier Afmetingen"*.

Ik begin met de behandeling der meetkundige grootheden die de bewerking hebben te ondergaan:

### PLANIVECTOREN EN DUBBELVECTOREN.

Onder een *planivector* (of kortweg *vector*) zal hier worden verstaan een begrensd plat vlak van bepaalde oppervlakte en van bepaalde stelling in de ruimte van vier afmetingen waarvan de omtrek gedacht wordt in bepaalden zin doorloopen te zijn.

Volgens deze definitie zijn twee vectoren *gelijk* indien zij gelijke oppervlakte hebben, in hetzelfde vlak of in evenwijdige [1]) vlakken liggen en bovendien de omtrekken in denzelfden zin doorloopen zijn.

[1]) Twee vlakken zal ik alleen dan *evenwijdig* noemen indien elke lijn in een van beide vlakken evenwijdig is aan een lijn in het andere.

Gelijke vectoren hebben ook op elk willekeurig vlak gelijke projecties.

Onder de *som* van eenige vectoren in eenzelfde of in evenwijdige vlakken gelegen zal verstaan worden een in dat (of een daaraan evenwijdig) vlak gelegen vector, dien wij als volgt verkrijgen. Vooreerst verdeelen wij de gegeven vectoren naar den bij den omtrek van elk hunner aangegeven zin in twee groepen; daarna tellen wij de inhouden der vectoren van elk van beide groepen bijeen, en vormen ten slotte een vector welks inhoud het verschil is der beide gevonden sommen en welks omtrek wij doorloopen denken in den zin behoorende bij de groep die de grootste som opleverde.

Het is duidelijk, dat de projectie dezer som op een willekeurig vlak de som is van de projecties van al die vectoren op dat vlak.

Onder de *som* van eenige vectoren in verschillende vlakken gelegen verstaan wij voorloopig die gezamenlijke vectoren beschouwd als één stelsel.

Onder de *projectie van een som* van vectoren op een willekeurig vlak zal worden verstaan de som van de projecties dier vectoren, elk dezer projecties beschouwd als vector in dat vlak.

Twee sommen van vectoren zullen aan elkaar *gelijk* genoemd worden, als hun projecties op elk willekeurig vlak gelijk zijn.

De beteekenis van een *verschil* van vectoren is dan gemakkelijk in te zien, terwijl verder onmiddellijk blijkt, dat de sommen en verschillen van vectoren alle eigenschappen bezitten van gewone sommen en verschillen.

Een som van planivectoren heeft in het algemeen niet, zooals bij gewone of lijn-vectoren het geval is, de eigenschap, dat zij herleidbaar is tot één enkelen vector. Wel kan echter de willekeurige vectorsom herleid worden tot een bepaalden zeer eenvoudigen vorm.

Wij maken daartoe gebruik van de stelling dat elke planivector gelijk is aan de som zijner projecties op de zes vlakken die gebracht kunnen worden door vier willekeurige onderling loodrechte coördinatenassen, $OX_1$, $OX_2$, $OX_3$ en $OX_4$, twee aan twee (*zesvlakkige orthogonale ontbinding* van den planivector). Nemen wij in elk dezer zes vlakken een eenheidsvector aan, $i_{23}$, $i_{31}$ enz. (door de volgorde der indices tevens den zin van den eenheidsvector aanwijzende), zoo wordt de hier aangegeven ontbinding van den planivector voorgesteld door de formule:

$$\alpha = a_{23}\, i_{23} + a_{31}\, i_{31} + a_{12}\, i_{12} + a_{14}\, i_{14} + a_{24}\, i_{24} + a_{34}\, i_{34}\ .$$

Tusschen de zes inhouden $a_{23}$, $a_{31}$ enz. blijkt steeds te bestaan de betrekking

$$a_{23}\,a_{14} + a_{31}\,a_{24} + a_{12}\,a_{34} = 0 \;,$$

terwijl omgekeerd zes willekeurige in de coördinatenvlakken aangenomen planivectoren $a_{23}\,i_{23}$, $a_{31}\,i_{31}$ enz. altijd, doch ook alleen dan, herleidbaar zijn tot één planivector indien hun inhouden aan deze betrekking voldoen.

Tot herleiding van de willekeurige vectorsom ontbinden wij nu vooreerst elk der termen in zijn zesvlakkige orthogonale componenten, voegen de in eenzelfde vlak liggende componenten bijeen en hebben dan de vectorsom in den zestermigen vorm

$$a_{23}\,i_{23} + a_{31}\,i_{31} + a_{12}\,i_{12} + a_{14}\,i_{14} + a_{24}\,i_{24} + a_{34}\,i_{34} \;,$$

waaruit in verband met het bovenstaande onmiddellijk blijkt dat herleiding tot één vector in het algemeen niet mogelijk is.

Herleiding tot twee vectoren blijkt op $\infty$ verschillende wijzen te kunnen plaats hebben. Echter is het altijd, en in het algemeen slechts op één wijze, mogelijk de vectorsom te herleiden tot twee vectoren die in onderling loodrechte [1]) vlakken liggen. Tot dezen vorm (den *dubbelvector*) denken wij ons nu de vectorsom steeds herleid. De beide bijeenbehoorende normaalvlakken waarin de dubbelvector gelegen is, zullen het *vlakkenpaar* van dien dubbelvector genoemd worden.

Slechts in twee bijzondere gevallen is de herleiding van de vectorsom tot twee onderling loodrechte vectoren onbepaald, nl.

1°. in het geval $a_{23} = a_{14}$, $a_{31} = a_{24}$, $a_{12} = a_{34}$;

2°. in het geval $a_{23} = -a_{14}$, $a_{31} = -a_{24}$, $a_{12} = -a_{34}$.

In elk dezer beide gevallen hebben, hoe ook de ontbinding plaats vindt, steeds de beide componenten gelijken inhoud. Deze dubbelvectoren zullen *gelijkbeenige dubbelvectoren* genoemd worden; zij kunnen worden onderscheiden in *rechts-gelijkbeenige* (geval 1°.) en *links-gelijkbeenige* (geval 2°.). Van een gelijkbeenigen dubbelvector is het vlakkenpaar onbepaald.

Deze dubbelvectoren, waarvan de planivector een bijzonder geval is, vormen nu de meetkundige grootheden waarop de te behandelen

---

[1]) Twee vlakken worden door mij onderling *loodrecht* genoemd, indien elke lijn in het eene vlak loodrecht staat op elke lijn in het andere.

bewerkingen worden toegepast. Tot de beschrijving dezer bewerkingen ga ik nu over; alvorens echter het meest algemeene geval na te gaan beschrijf ik eerst twee bijzondere gevallen en wel vooreerst de

SCALARBEWERKINGEN,

waaronder verstaan zullen worden die bewerkingen waarbij het vlakkenpaar van den dubbelvector onveranderd blijft.

Hiertoe behooren in de eerste plaats de evenredige vergrootingen (of verkleiningen) van beide componenten gelijktijdig, al of niet met zinsverandering. Deze worden voorgesteld door positieve of negatieve getallen.

Verder behoort tot de scalarbewerkingen die bewerking waardoor elk der componenten van den dubbelvector verplaatst wordt in het vlak van den anderen. Dit kan op twee verschillende wijzen geschieden, indien wij althans de beperking maken, dat elk der verplaatste componenten ten opzichte van den bijbehoorenden oorspronkelijken component eenzelfden stand moet innemen. Noemen wij een dezer bewerkingen $h$, zoo kan de andere worden voorgesteld door $-h$. Wij zullen nu die van de beide bewerkingen door $h$ voorstellen waardoor de eenheidsvector $i_{23}$ overgaat in $i_{14}$.

De bewerkingen $h$ en $-h$ blijken te voldoen aan de betrekkingen

$$h^2 = (-h)^2 = 1 \ .$$

De meest algemeene scalarbewerking kan gebracht worden in den vorm $p + qh$, waarin $p$ en $q$ getallen zijn en waaronder bij definitie verstaan zal worden de bewerking die den dubbelvector $\alpha$ omzet in $p\alpha + qh\alpha$.

De grootheden $p + qh$ blijken in hun optelling, vermenigvuldiging enz. alle eigenschappen te bezitten der gewone algebraïsche bewerkingen, de commutatieve eigenschap der vermenigvuldiging daaronder begrepen. Alle daaruit afgeleide algebraïsche formules mogen er dus zonder eenige wijziging op worden toegepast.

Hierbij valt evenwel op te merken, dat bij de quotienten gevallen van onbepaaldheid of oneindigheid kunnen voorkomen, indien de noemer de eigenschap bezit dat zijn getallendeel gelijk is aan den coëfficient van $h$ met hetzelfde of met tegengesteld teeken en dus van den vorm $r + rh$ (*rechts-gelijkbeenige scalarbewerkingen*) of $r - rh$ (*links-gelijkbeenige scalarbewerkingen*) is.

Verder kan uit het nul zijn van een product niet zonder voorbehoud besloten worden tot het nul zijn van een der factoren, daar toch een product ook nul blijkt te kunnen worden zonder dat een

der factoren dit is, indien nl. twee der factoren tegengesteld gelijkbeenig zijn. Dit blijkt uit de formule

$$(r + rh)(r' - r'h) = 0 \ .$$

Een merkwaardige herleiding der scalarbewerkingen verkrijgen wij, indien wij twee operatoren $\varepsilon_1$ en $\varepsilon_2$ invoeren, gedefiniëerd door de betrekkingen

$$\varepsilon_1 = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} h$$
$$\varepsilon_2 = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} h.$$

Alle scalargrootheden kunnen hierdoor gebracht worden in den vorm $a_1 \varepsilon_1 + a_2 \varepsilon_2$.

Voor de vermenigvuldiging van in dezen vorm gebrachte scalargrootheden vinden wij de betrekkingen

$$\varepsilon_1^2 = \varepsilon_1$$
$$\varepsilon_2^2 = \varepsilon_2$$
$$\varepsilon_1 \varepsilon_2 = 0 \ ,$$

waaruit blijkt, dat de grootheden $\varepsilon_1$ en $\varepsilon_2$ elk voor zich de eigenschappen bezitten van de gewone eenheid, terwijl hun product nul is. Het complexe getallenstelsel is dus hierdoor gereduceerd tot twee getallenstelsels die elk voor zich de eigenschappen bezitten van gewone getallen.

Deze herleiding is vooral geschikt tot het onderzoeken der eigenschappen van gelijkbeenige scalarbewerkingen.

De willekeurige vectorsom (of dubbelvector) werd reeds gebracht in den vorm

$$\alpha = a_{23} i_{23} + a_{31} i_{31} + a_{12} i_{12} + a_{14} i_{14} + a_{24} i_{24} + a_{34} i_{34} \ ,$$

waarvoor wij nu schrijven kunnen

$$\alpha = (a_{23} + a_{14} h) i_{23} + (a_{31} + a_{24} h) i_{31} + (a_{12} + a_{34} h) i_{12} \ .$$

In plaats van $i_{23}$, $i_{31}$ en $i_{12}$ gebruiken wij nu liever de letters $i$, $j$ en $k$ en schrijven dus

$$\alpha = (a_{23} + a_{14} h) i + (a_{31} + a_{24} h) j + (a_{12} + a_{34} h) k \ ,$$

een vorm die geheel overeenkomt met dien voor lijn-vectoren in de ruimte van drie afmetingen.

Ik kom nu tot een tweede bijzondere soort van bewerkingen, nl. de

## VECTORBEWERKINGEN.

Hieronder zullen worden verstaan die bewerkingen waardoor een dubbelvector wordt veranderd in een anderen, die gelegen is in een vlakkenpaar dat het vlakkenpaar van den oorspronkelijken dubbelvector rechthoekig snijdt [1]).

Wij denken ons deze bewerking te geschieden door een rechthoekige draaiing om een der standvlakken (den *versor*) en een daaropvolgende scalarbewerking (den *tensor*). Elke vectorbewerking kan op vier wijzen aldus worden opgevat, daar door vier verschillende rechthoekige draaiingen het vlakkenpaar van den eenen dubbelvector met dat van den anderen tot bedekking kan worden gebracht.

Bij elke vectorbewerking behoort een dubbelvector die de *index* er van kan worden genoemd en die als volgt wordt verkregen.

Wij nemen een eenheidsvector aan in het vlak loodrecht op het asvlak van een der mogelijke versoren, waarbij wij door den zin waarin de omtrek van dien eenheidsvector doorloopen gedacht wordt tevens den draaiingszin van dien versor aanwijzen, en laten op dien eenheidsvector de bijbehoorende tensor werken. De aldus verkregen index blijkt ondubbelzinnig door de vectorbewerking bepaald te zijn, onverschillig welke versor gekozen wordt; en omgekeerd bepaalt hij ook ondubbelzinnig de vectorbewerking, zelfs dan nog indien door gelijkbeenigheid het vlakkenpaar van den te verkrijgen dubbelvector of ook dat van den dubbelvector waarvan wordt uitgegaan onbepaald mocht zijn.

Tusschen de vectorbewerkingen en de bijbehoorende indices zal volledige overeenkomst in eigenschappen blijken te bestaan, zoodat wij beide door dezelfde letters kunnen aanwijzen, al is het ook noodig hen voorloopig van elkaar te onderscheiden.

Wij kunnen nu een *som* van vectorbewerkingen bepalen als de vectorbewerking die de som hunner indices tot index heeft, en vinden dan, dat de vorm $\beta\alpha$, waarin $\alpha$ een dubbelvector en $\beta$ een daarop werkende vectorbewerking is, distributief is zoowel wat den operandus $\alpha$ als wat den operator $\beta$ betreft, waarbij wij echter voorloopig nog beperkt zijn in de splitsing zoowel van $\alpha$ als van

---

[1]) Twee vlakkenparen *snijden elkaar rechthoekig*, indien elk der vlakken van het eene vlakkenpaar elk der vlakken van het andere volgens een lijn snijdt. Bij elk dezer snijlijnen wordt dan tevens een rechte standhoek gevormd.

$\zeta$, daar toch volgens de gegeven beschrijving van de vectorbewerking, deze alleen kan werken op een dubbelvector die het vlakkenpaar van haar index rechthoekig snijdt.

Het *product* van een scalarbewerking en een vectorbewerking wordt gedefiniëerd als de vectorbewerking die tot index heeft het product van de scalarbewerking en den index van de gegeven vectorbewerking. Ook dit product is distributief naar beide factoren.

In twee bijzondere gevallen kan ook het product van twee vectorbewerkingen worden nagegaan alvorens nog de meest algemeene bewerkingen onderzocht zijn. Vooreerst kan dit geschieden voor twee vectorbewerkingen wier indices hetzelfde vlakkenpaar bezitten. Deze kunnen nl. na elkaar verricht door een enkele scalarbewerking vervangen worden die als hun product kan gelden en die gelijk is aan het product hunner tensoren met tegengesteld teeken:

$$\alpha\beta = - T\alpha \,.\, T\beta \,.$$

Het product der beide vectorbewerkingen is in dit geval commutatief.

Vervolgens denken wij ons twee vectorbewerkingen wier indices liggen in elkaar rechthoekig snijdende vlakkenparen. Als product kan dan een vectorbewerking gelden die hen beide na elkaar verricht vervangen kan. Het product is in dit geval niet commutatief doch alterneerend:

$$\beta\alpha = - \alpha\beta \,.$$

Dit toepassende op de bewerkingen $i$, $j$ en $k$ (d. z. vectorbewerkingen die de eenheidsvectoren $i$, $j$ en $k$ tot indices hebben) vinden wij de ook in de quaterniontheorie geldende betrekkingen

$$i^2 = j^2 = k^2 = - 1 \;;$$
$$jk = i \;; \quad ki = j \;; \quad ij = k \;;$$
$$kj = - i \;; \quad ik = - j \;; \quad ji = - k \,.$$

Ik kom nu tot de meest algemeene bewerkingen, de

BIQUATERNIONS,

d. z. de bewerkingen waardoor een willekeurige dubbelvector kan worden omgezet in een willekeurigen anderen.

Wij stellen ons zulk een bewerking voor als volgt te geschieden.

Zij $\alpha$ de dubbelvector waarop de bewerking moet worden toegepast, $\beta$ die welke daaruit moet ontstaan. Wij splitsen nu $\beta$ in twee gedeelten, een gedeelte $\beta_1$ bestaande uit de projectie van $\beta$ op de beide vlakken van $\alpha$ en een gedeelte $\beta_2 = \beta - \beta_1$ . Dit laatste gedeelte blijkt in een vlakkenpaar te liggen dat dat van $\alpha$ rechthoekig snijdt.

De geheele bewerking wordt nu aldus volbracht, dat 1°. $\alpha$ in $\beta_1$ wordt veranderd door een scalarbewerking, 2°. $\alpha$ in $\beta_2$ door een vectorbewerking en 3°. de beide verkregen dubbelvectoren worden bijeengevoegd tot $\beta$.

Zij $q$ de geheele bewerking, zoo noemen wij $Sq$ (*scalar* $q$) de bewerking waardoor $\alpha$ in $\beta_1$ overgaat, $Vq$ (*vector* $q$) die waardoor $\alpha$ in $\beta_2$ overgaat en is dus

$$\beta = q\alpha = Sq.\alpha + Vq.\alpha \ .$$

Deze betrekking geldt voor alle dubbelvectoren $\alpha$ waarop de bewerking $q$ van toepassing is, hetgeen wij zullen uitdrukken door de schrijfwijze

$$q = Sq + Vq \ .$$

Brengen wij hierin $Sq$ in den vorm $a_0 + b_0 h$ en $Vq$ in den reeds opgegeven drietermigen vorm, zoo hebben wij

$$q = a_0 + b_0 h + (a_1 + b_1 h)\, i + (a_2 + b_2 h)\, j + (a_3 + b_3 h)\, k \ ,$$

aan welken vorm de naam *biquaternion* is ontleend.

Onder de *som* van twee of meer biquaternions zal worden verstaan de biquaternion waarvan het scalargedeelte gelijk is aan de som hunner scalargedeelten en evenzoo het vectorgedeelte gelijk aan de som hunner vectorgedeelten.

Verder definiëeren wij overeenkomstig de quaterniontheorie:

den *toegevoegden biquaternion* ($Kq$) door de betrekking:

$$Kq = Sq - Vq \ ;$$

de *norm* van een biquaternion door de betrekking:

$$Nq = (Sq)^2 + (TVq)^2 \ .$$

Onder het *product* van twee biquaternions zal worden verstaan de biquaternion die op een willekeurigen ongelijkbeenigen dubbelvector werkende de beide na elkaar werkende biquaternions kan vervangen. Dit product blijkt in alle gevallen een volkomen bepaalde bewerking te zijn.

Evenals in de quaterniontheorie vinden wij de betrekkingen

$$N(qq') = N(q'q) = Nq . Nq' \; ;$$
$$q . Kq = Kq . q = Nq \; ;$$
$$Kq . Kq' = K(q'q) \; .$$

Met behulp van deze betrekkingen en de reeds gevonden eigenschappen der scalar- en vectorbewerkingen kunnen nu de eigenschappen van het product van twee biquaternions nader worden onderzocht en vinden wij, dat dit product distributief is naar zijn beide factoren.

Hieruit volgt, dat wanneer beide biquaternions in hun viertermigen vorm zijn gegeven hun product er uit kan worden afgeleid volgens de gewone regels voor de vermenigvuldiging van quaternions door middel van de reeds gegeven formules:

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1 \; ;$$
$$jk = i \; ; \quad \text{enz.}$$

Dezelfde formules blijken ook te kunnen dienen om het resultaat der werking van een biquaternion op een dubbelvector te berekenen, waarmede dan ten slotte de overeenkomst in eigenschappen van dubbelvector en vectorbewerking volledig is aangetoond, en ook de voorloopig aangenomen beperking in de dubbelvectoren waarop een bepaalde biquaternion werken kan, geacht kan worden vervallen te zijn.

Uit de eigenschappen der grootheden $i$, $j$ en $k$ blijkt, dat voor producten van meer dan twee factoren de associatieve eigenschap bestaat.

Wij kunnen ons nu de biquaternionbewerking $q$ die een dubbelvector $\alpha$ in een anderen, $\beta$, verandert nog op een andere wijze voorstellen, nl. als een dubbeldraaiing [1]) van $\alpha$ om de beide standvlakken van $\alpha$ en $\beta$ (den *versor*, $Uq$) gevolgd door een scalarbewerking (den *tensor*, $Tq$).

Algebraïsch komt deze opvatting hierop neer, dat wij den biquaternion splitsen in een scalargrootheid en in een biquaternion die tot norm de eenheid heeft.

Versor en tensor zijn evenals bij de vectorbewerkingen in het algemeen beide vierwaardig, en wel zoo dat bij elken versor een bepaalde tensor behoort.

---

[1]) D. i. de resultante van twee gelijktijdige draaiingen om onderling loodrechte vlakken.

De volgende bijzondere gevallen kunnen zich nog voordoen:

1°. dat $Vq$ gelijkbeenig is.

In dit geval zijn de beide componenten van de dubbeldraaiing $Uq$ aan elkaar gelijk, en worden de versoren (en evenzoo de tensoren) twee aan twee aan elkaar gelijk *(gelijkhoekige biquaternions)*;

2°. dat $Sq$ en $Vq$ gelijksoortig gelijkbeenig zijn.

In dit geval is ook de tensor gelijkbeenig en wordt de versor onbepaald *(gelijkbeenige biquaternions)*.

Thans is nog te beschrijven het verband tusschen

### Clifford's Biquaterniontheorie

voor de elliptische ruimte van drie afmetingen en de hier behandelde theorie.

Wij hebben daartoe de verwantschap te beschrijven van Clifford's motoren voor de elliptische ruimte van drie afmetingen en de dubbelvectoren in de Euclidische ruimte van vier afmetingen.

Hiertoe hebben wij vooreerst te onderzoeken de bewegingen der Euclidische ruimte van vier afmetingen met één vast punt.

Deze beweging is in het meest algemeene geval een *dubbeldraaiing*, d. i. zij kan worden opgevat als de resultante van twee gelijktijdige draaiingen om vlakken loodrecht op elkaar. Als bijzonder geval vinden wij de enkele draaiing om een vlak.

Wij komen nu overeen een draaiing aan te wijzen door een planivector gelegen in een vlak loodrecht op het asvlak en aangevende door zijn inhoud de *hoeksnelheid* en door den zin waarin wij ons zijn omtrek doorloopen denken, den *zin* der draaiing. Bij elke dubbeldraaiing behoort dus een bepaalde dubbelvector, waardoor ook omgekeerd die dubbeldraaiing volkomen bepaald is.

Deze verwantschap van dubbelvector en dubbeldraaiing is ook dan nog volkomen bepaald, indien de dubbelvector gelijkbeenig en dus zijn vlakkenpaar onbepaald is. Immers in dat geval is ook het asvlakkenpaar van de dubbeldraaiing onbepaald, en de verschillende mogelijke ontbindingswijzen van den dubbelvector in twee onderling loodrechte componenten van gelijken inhoud komen dan volkomen overeen met de mogelijke ontbindingswijzen van de gelijkhoekige dubbeldraaiing in twee draaiingen van gelijke hoeksnelheid om onderling loodrechte vlakken.

Verder kunnen wij doen zien, dat ook in hun samenstelling en ontbinding de verwantschap van dubbeldraaiing en dubbelvector doorgaat en dat dus de complexe grootheden tot nu toe gebruikt om dubbelvectoren voor te stellen ook kunnen gebezigd worden om

dubbeldraaiingen aan te wijzen, en evenzoo de biquaternions kunnen worden opgevat als operaties waardoor een mogelijke bewegingstoestand van de Euclidische ruimte van vier afmetingen met één vast punt wordt omgezet in een anderen bewegingstoestand van die ruimte met datzelfde vaste punt.

Wij denken ons nu een hyperspheer, die het bij de beweging vastblijvende punt tot middelpunt heeft en zien dan, dat bij elke der beschouwde bewegingstoestanden der ruimte van vier afmetingen een bewegingstoestand van de hyperspheer in zichzelf behoort en omgekeerd.

De ontwikkelbaarheid van de elliptische ruimte van drie afmetingen langs de hyperspheer stelt nu ten slotte de verwantschap vast tusschen de bewegingstoestanden van de hyperspheer en die van de elliptische ruimte.

Deze bewegingen van de ruimte van drie afmetingen in zichzelf vormen de meest eenvoudige voorstelling van Clifford's motoren, zoodat hiermede de verwantschap van den dubbelvector met Clifford's motor voor de elliptische ruimte van drie afmetingen volkomen is vastgesteld.

In het algemeen blijkt nu met den dubbelvector een schroefbeweging in de elliptische ruimte verwant te zijn.

Het bijzondere geval van den enkelen planivector komt overeen met de enkele draaiing.

Verder komt het bijzondere geval dat de dubbelvector gelijkbeenig is en dus een onbepaald vlakkenpaar heeft, overeen met het geval, dat de schroefbeweging in de elliptische ruimte een onbepaalde schroefas heeft. In dit geval is deze schroefbeweging een *verschuiving* langs een stelsel *rechts-* of *linksevenwijdige* lijnen.

Ook de opvatting van de biquaternions als op de motoren van Clifford toegepaste operaties kan uit de hier beschreven verwantschap worden afgeleid.

**Graadmeting.** — De Heer MULLER maakt een opmerking in aansluiting aan zijne mededeeling der vorige vergadering *„betreffende de triangulatie van Sumatra"*.

In de mededeeling betreffende de triangulatie van Sumatra, door mij gedaan in de gewone vergadering van Februari, werd opgemerkt, dat omtrent de oorzaak van de verschillen gevonden in de breedte der driehoekspunten en de azimuts der driehoekszijden van het Java-net, waaraan die triangulatie is aangesloten, een breedte- en een azimutbepaling, uitgevoerd in West Java, meer licht zouden kunnen verschaffen.

De Heer OUDEMANS is zoo goed geweest na te gaan, welke breedte- en azimutbepalingen indertijd nabij het westelijk uiteinde van Java door het personeel van den Geographischen Dienst zijn uitgevoerd, en deelde mij als resultaat van zijn onderzoek mede, dat de astronomisch bepaalde breedte der punten Batoe Hideung, Gede en Biloel respectievelijk 7",94, 2",17 en 3",11, dus gemiddeld 4",41 zuidelijker en de astronomisch bepaalde azimuts op de punten Batoe Hideung en Gede respectievelijk 4",43 en 5",76, dus gemiddeld 5",10 kleiner zijn dan de geodetische breedten en azimuts, welke volgen uit de triangulatie.

Deze verschillen zijn dus, wat betreft de breedten, waarbij nog locale afwijkingen in het spel kunnen zijn, vrij goed, en wat betreft de azimuts zelfs zeer goed in overeenstemming met die, welke bij de aansluiting van het driehoeksnet van Sumatra zijn geconstateerd, zoodat met een groote mate van waarschijnlijkheid mag worden besloten, dat zij grootendeels het gevolg zijn van de ophooping der onvermijdelijke waarnemingsfouten in het langgestrekte Javanet, waardoor een geringe verplaatsing in zuidelijke richting der driehoekspunten en een kleine draaiing der driehoekszijden in West Java is veroorzaakt.

Daar de Heer MULLER op het punt staat naar Indië terug te keeren, neemt hij afscheid van de Leden, en wordt hem door den Voorzitter alle voorspoed toegewenscht.

Voor de boekerij wordt aangeboden door den Heer VAN BEMMELEN de dissertatie van den Heer D. P. HOYER, getiteld: „*Bijdrage tot de kennis van de azijnbacteriën*".

De Aprilvergadering wordt vastgesteld op den 4den Zaterdag der maand zijnde 23 April a.s.

Na resumtie van het behandelde wordt de vergadering gesloten.

— —

**(6 April 1898).**

# E R R A T A.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Blz. 462. | Formule | (5) | staat $k_{pq}$ | m. z. | $k_{pq}/k$. |
| „ 464. | „ | (11) | „ $P_{(n)}^{(2j)}\left(\frac{\partial}{\partial i \xi}\right)$ | „ | $P_{(n)}^{(2j)}\left(\frac{\partial}{dik\xi}\right)$. |
| „ 466. | „ | (16) | „ $Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kcq}\right)$ | „ | $Q_{2j}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right)$. |
| „ 466. | „ | (16) | „ $Q_{2j'}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kcq}\right)$ | „ | $Q_{2j'}\left(\frac{2\pi}{kb}p, \frac{2\pi}{kc}q\right)$. |
| „ 468 | regel 13 v. o. | | „ $\frac{s^3}{a\,b\,c}$ | „ | $k \cdot \frac{s^3}{a\,b\,c}$. |
| „ 470 | „ 12 | „ | „ $\sum_0^{\prime}{}_n \frac{\cos n\alpha}{n!}$ | „ | $\sum_1^{\prime}{}_n \frac{\cos n\alpha}{n!}$ . |

„ 471 regels 2 en 3 v. o. links moet voor de Parenthesen een — geplaatst worden.

# KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

## VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

**van Zaterdag 23 April 1898.**

*Voorzitter:* de Heer H. G. VAN DE SANDE BAKHUIJZEN.
*Secretaris:* de Heer J. D. VAN DER WAALS.

INHOUD: Ingekomen stukken, p. 533. — Verslag van de Heeren J. C. KAPTEIJN en VAN DE SANDE BAKHUIJZEN over het werk „Il sole e l'universo" van den Heer GIRALOMO MARZOCCHI, p. 534. — Verslag van de Heeren HOOGEWERFF en VAN DORP over eene verhandeling van den Heer J. H. ABERSON: „De isomerie van het appelzuur", p. 535. — Verslag van de Heeren BEHRENS en VAN BEMMELEN over eene verhandeling van den Heer H. VAN CAPPELLE: „Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied, voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen", p. 537. — Schrijven van de Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen, p. 538. — Mededeeling van de Commissie voor het P. W. KORTHALS-fonds, p. 545. — Herinnering aan de oproeping van candidaten voor het Buitenzorgfonds, p. 545. — Mededeeling van den Heer HAMBURGER: „Over den invloed van veneuse stuwing op de vernieling van miltvuurvirus in het onderhuidsch bindweefsel," p. 545. — Aanbieding eener verhandeling door den Heer PEKELHARING, ook namens Dr. G. C. J. VOSMAER: „Observations on Sponges", p. 550. — Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT, namens Dr. P. VAN ROMBURGH: „Over het voorkomen van kaneelzuren methylaether in Alpinia malaccensis Rosc.", p. 550. — Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens Dr. E. A. KLOBBIE: „Maatanalytische bepaling van osmiumtetroxyde (overosmiumzuur)", p. 551. — Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Optische verschijnselen die met de lading en de massa der ionen in verband staan (II)", p. 555. — Aanbieding van boekgeschenken, p. 565.

Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

Tot de ingekomen stukken behooren:

1°. Bericht van de Heeren BRUTEL DE LA RIVIÈRE, HOEK en MAC GILLAVRY, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken dd. 18 April 1898 de mededeeling behelzende dat H. M. de Koningin-Weduwe-Regentes de benoeming bekrachtigd heeft van de Heeren

H. G. van de Sande Bakhuijzen tot Voorzitter en B. J. Stokvis tot Onder-Voorzitter.

3°. Missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken, dd. 19 April 1898, de mededeeling behelzende dat de Heeren Dr. P. P. C. Hoek en Dr. A. A. W. Hubrecht, benoemd zijn tot gedelegeerden bij het in 1898 te Cambridge te houden 4e internationale congres voor zoölogie.

4°. Missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken, dd. 16 April 1898 met de vraag of er Nederlandsche geleerden zijn, bereid buiten bezwaar van 's Rijks schatkist te worden afgevaardigd naar het historisch en archaeologisch congres te Enghien, te houden van 7 tot 10 Augustus 1898.

Van de Letterkundige Afdeeling, waar de brief reeds is behandeld, heeft geen der Leden zich bereid verklaard; maar ook geen der leden der Natuurkundige Afdeeling stelde zich ter beschikking om naar bovengenoemd congres te worden afgevaardigd.

**Sterrenkunde.** — De Heeren J. C. Kapteyn en van de Sande Bakhuyzen brengen het volgende verslag uit over het werk „*Il sole e l'universo*" van den Heer Giralomo Marzocchi, waarover de Minister van Binnenlandsche Zaken in de vorige vergadering het advies der Afdeeling gevraagd had.

Volgens het schrijven van den auteur aan het Ministerie van Binnenlandsche Zaken is dit werk uitgegeven

„ten einde bekend te maken eenige mijner ontdekkingen over de „formatie, constitutie en ontwikkeling der Aarde en meer in het „bijzonder de groote ontdekking door mij gedaan, namelijk eener „nieuwe beweging van jaarlijksche omwenteling, waardoor de Aarde „en de overige planeten met al hare satellieten, terwijl zij hare as „altijd in dezelfde helling naar de zon houden, iedere pool van het „Noorden naar het Zuiden en weer naar het Noorden bewegen, „tweemalen terugkeerend tot hare horizontale positie".

Blijkt reeds uit deze regels en de toelichting welke de schrijver van deze „groote ontdekking" op blz. 57—60 van zijn boek geeft, zijne volledige onbekendheid met de meest elementaire sterrenkundige waarheden, die hem niet doet aarzelen de pool des hemels in den loop van een jaar tweemaal een reeks van noordelijke en zuidelijke sterrenbeelden te doen doorloopen, niet minder blijkt die onbekendheid uit tal van andere plaatsen in zijn werk.

Zoo blijkt, om maar één ding te noemen, uit het op blz. 58—60

en nog andere plaatsen bijgebrachte, dat de schrijver omtrent de werking van de zwaartekracht de allerzonderlingste denkbeelden heeft.

Ofschoon het gemakkelijk zijn zou nog een aantal volkomen onbewezene, onwaarschijnlijke of onware voorstellingen in het boek van den Heer MARZOCCHI aan te wijzen, meenen wij daarvan te mogen afzien omdat naar onze meening de twee aangehaalde punten reeds volkomen voldoende zijn om te doen zien, waarom dit werk niet in aanmerking kan komen voor gebruik bij „het onderwijs op de lagere en hoogere scholen", voor hetwelk de schrijver het, onder zekere voorwaarden, zou willen afstaan.

J. C. KAPTEYN.
H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.

Van dit verslag zal een afschrift aan den Minister worden toegezonden.

**Scheikunde.** — De Heer HOOGEWERFF brengt, ook namens den Heer VAN DORP, het volgende verslag uit over de verhandeling van den Heer J. H. ABERSON, getiteld: *„de Isomerie van het Appelzuur."*

De ondergeteekenden hebben de eer over de verhandeling van den heer J. H. ABERSON, leeraar in scheikunde aan de Rijkslandbouwschool te Wageningen, getiteld: *de Isomerie van het Appelzuur*, welke verhandeling in de vergadering der K. Akademie van 26 Maart l.l. in hunne handen werd gesteld, de navolgende beoordeeling ter kennis der Vergadering te brengen.

De verhandeling bevat eene experimenteele studie en daarop gegronde theoretische beschouwingen over het appelzuur in verschillende Crassulaceën voorkomende, waarvan het tot heden onbeslist was of het met ADOLPH MAYER als een van het gewone appelzuur uit lijsterbessen verschillend zuur moest worden beschouwd, dan wel of het daarmede identiek moest worden geacht, zooals BRACONNOT en E. SCHMIDT beweren.

Na de wijze te hebben medegedeeld, hoe het zuur uit de Crassulaceën, die ter afscheiding hebben gediend, is verkregen, geeft de heer ABERSON eene zorgvuldige beschrijving van het zuur en enkele zijner zouten, waarvan de samenstelling en de physische eigenschappen met voldoende uitvoerigheid worden onderzocht. Het zuur, dat tot heden slechts als stroop is verkregen, blijkt sterk rechtsdraaiend te zijn, zijne oplossing in water gaat bij verdamping in eene linksdraai-

ende verbinding over. Door eene bepaling van de electrische geleidbaarheid van het Na zout, die de heer ABERSON aan de welwillendheid van den heer E. COHEN te danken heeft, wordt bewezen, dat het zuur als tweebasisch moet worden beschouwd; het moleculairgewicht wordt naar de vriespuntmethode bepaald en gelijk aan dat van appelzuur gevonden; tevens wordt vastgesteld, dat het zuur bij reductie met HI barnsteenzuur oplevert.

Veel zorg wijdt de schrijver aan de bestudeering van de verbindingen, die bij esterficatie van het zuur in aethyl- en in methylalcohol met behulp van H Cl ontstaan, en waarbij zich door gedeeltelijke anhydriseering ingewikkelde verschijnselen voordoen, zoodat hoofdzakelijk dimethyl- en diaethylesters worden verkregen van een zuur $C_8 H_8 O_8$, door afsplitsing van 2 mol. $H_2O$ uit 2 mol. van het appelzuur ontstaan. Bepaaldelijk worden door den heer ABERSON ook de producten onderzocht, die bij droge distillatie van het zuur optreden en resultaten vergeleken met die, welke bij appelzuur worden verkregen. Treedt bij het laatste in hoofdzaak fumarzuur en verder maleïnezuur op, uit het Crassulaceën-zuur verkrijgt de schrijver, naast $CO$, $CO_2$ en aldehyd, slechts zeer kleine hoeveelheden fumar- en maleïnezuur, terwijl uit het distillaat de grootste hoeveelheid van het zuur als zoodanig teruggewonnen wordt.

De omzetting van zijn appelzuur in gewoon appelzuur is aan den schrijver nog niet gelukt.

Op grond van zijn geheele onderzoek komt de heer ABERSON tot de conclusie, dat het in de Crassulaceën voorkomende zuur is een butanoldizuur $C_4 H_6 O_5$, dat dezelfde structuurformule bezit als het gewone appelzuur uit lijsterbessen en als BREMER's zuur, maar toch van deze beide zuren verschilt. Bij den tegenwoordigen stand der wetenschap kan men zich alleen door stereochemische beschouwingen eene voorstelling vormen omtrent de oorzaak van het verschil, dat tusschen de drie zuren blijkt te bestaan. Aan het zuur uit lijsterbessen de configuratie toekennende, die door VAN 'T HOFF en WISLICENUS voor dat lichaam waarschijnlijk wordt geacht, neemt de schrijver aan, dat bij het zuur uit de Crassulaceën de eene koolstoftetraëder tegenover den tweeden een anderen stand inneemt. Hierbij ziet hij zich dan tevens gedwongen, in strijd met de opvatting van genoemde geleerden en tevens van het meerendeel der scheikundigen, geene vrije rotatie der koolstoftetraëders om hunne gemeenschappelijke as aan te nemen, hoewel deze onderling slechts door ééne valentie worden verbonden gedacht.

In hoever deze opvatting als juist kan worden aangenomen, zal de toekomst moeten leeren.

Het komt den ondergeteekenden voor, dat de heer ABERSON met dit onderzoek eenen experimenteel niet gemakkelijken arbeid met nauwgezetheid en scherpzinnigheid heeft volbracht en in zijne verhandeling eene belangrijke bijdrage tot de kennis der appelzuren levert. Zij hebben dan ook de eer voor te stellen de bijdrage van den heer ABERSON in de Verhandelingen der Kon. Akademie op te nemen. Wordt hiertoe besloten, dan verzoeken zij tevens de vrijheid den schrijver eenige kleine wijzigingen van redactie en eene verandering in de rangschikking der hoofdstukken, waarin hij zijnen arbeid verdeelt, voor te stellen.

S. HOOGEWERFF.
W. A. VAN DORP.

De conclusie om de verhandeling in de werken der Akademie op te nemen wordt goedgekeurd.

**Aardkunde.** — De Heer VAN BEMMELEN brengt, ook namens den Heer BEHRENS, het volgende verslag uit over de verhandeling van den Heer H. VAN CAPPELLE, getiteld: *„Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied, voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen.”*

De Ondergeteekenden hebben de eer, der Afdeeling verslag uit te brengen over een stuk van den Heer H. V. CAPPELLE, getiteld: *Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied, voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen.*

De waarnemingen, die hier nedergelegd zijn, moeten voornamelijk strekken om aan te toonen, dat op oude praeglaciale terreinen afgezonderde plekken of eilanden van jonger diluvium van Skandinaafschen oorsprong gevonden worden — in het Noorden betrekkelijk groot en talrijk, dikwijls aaneengeschakeld — verder zuidwaarts kleiner, meer verstrooid en dikwijls moeielijk op de kaart aan te duiden. Uitvoerig beschreven wordt het optreden van potklei te *Aekamp* bij Winschoten, als slibbingsprodukt eener grondmoraine opgevat, en het optreden van potklei aan den *Wageningschen berg*. Minder uitvoerig wordt gehandeld over plekken van noordelijk diluvium aan den Wageningschen berg, den Hemelschen berg bij Oosterbeek, te Beekbergen, Orderbosch en aan den Galgenberg bij Apeldoorn, die allen reeds door meerdere vruchtbaarheid van den bodem in het oog vallen.

Deze waarnemingen zijn zeker niet zonder belang voor de in voorbereiding verkeerende geologische kaarteering. De gevolgtrekking,

waartoe de Heer v. CAPPELLE aan het slot komt, is zelfs in hooge mate waard onder de aandacht van allen gebracht te worden, die bij de vervaardiging eener nieuwe geologische kaart belang hebben. Hij komt tot het besluit, dat men, om tot eene degelijke kaarteering der Veluwe te geraken, zal moeten beginnen met eene grondige geologische studie in het Noorden van Nederland, en dat het derhalve aanbeveling verdient om met de kaarteering in het Noorden eenen aanvang te maken.

Intusschen zijn de ondergeteekenden van oordeel, dat de belangrijke inhoud der verhandeling van den Heer v. CAPPELLE zeer winnen zal, wanneer nog eenige profielen aan het stuk toegevoegd worden. Daardoor kan het aanzienlijk verkort en tevens veel overzichtelijker gemaakt worden. Dit is te meer wenschelijk, omdat, zooals Uwe Geologische Commissie herhaaldelijk heeft opgemerkt, de beschrijvingen en beschouwingen in de Geologische bijdragen zoo beknopt mogelijk moeten gesteld worden, zal niet de voorbereidende literatuur voor de nieuwe geologische kaart een onhandelbaren omvang verkrijgen.

Behoudens bovengenoemd voorstel bevelen wij gaarne de verhandeling van den Heer v. CAPPELLE tot plaatsing in de werken der Akademie aan, als bijdrage tot de voorbereiding eener nieuwe geologische kaart.

*Delft* / *Leiden* April 1898.

TH. H. BEHRENS.
J. M. VAN BEMMELEN.

Het voorstel om deze verhandeling in de werken der Akademie op te nemen, mits enkele wijzigingen en bekortingen worden aangebracht, wordt goedgekeurd.

Daarna komt aan de orde het schrijven van de „*Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen*" naar aanleiding van de haar in de vorige vergadering in handen gestelde missiven van den Minister van Justitie. Het luidt als volgt:

*Aan*
*de Wis- en Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen.*

Na nauwgezette lezing en overweging van den in onze handen gestelden brief van Z.Exc. den Minister van Justitie van 3 Maart j.l., N°. 117, gevoelen wij behoefte, tegenover de Afdeeling op eenige

der daarin besproken punten terug te komen. Immers, nu wij met het Bestuur hebben medegewerkt bij het opstellen van het schrijven der Afdeeling van 30 December, mogen onze medeleden, bij de zoo te betreuren wending die de zaak heeft genomen, verwachten dat wij hun nader rekenschap geven van de beweringen in dat schrijven, die de bevreemding van den Minister hebben opgewekt.

Vooreerst werd door de Afdeeling gezegd dat de Minister zich in de Memorie van Antwoord in strijd met de feiten had uitgedrukt, en wel in de volgende zinsneden: „Ware dit alleen" (nl. het aan de hand doen van middelen tot verbetering) „voldoende, de zaak „zou eenvoudig genoeg zijn en het bezwaar zou al lang niet meer „gevoeld zijn. Want reeds lang te voren waren èn hier te lande „èn in het buitenland middelen ter verbetering aan de hand gedaan."

Van deze zinsneden werd in de missive der Afdeeling beweerd dat zij in strijd waren met het feit dat ons bij onze nasporingen niets was bekend geworden van wetenschappelijke beginselen die bij het bestrijden der gehoorigheid tot richtsnoer zouden kunnen worden genomen, of van middelen die elders mochten zijn beproefd, en dat ons, met name wat de hier te lande aangegeven middelen betreft, niets was medegedeeld omtrent eenig beginsel waarvan kon worden partij getrokken.

De Minister voert thans hiertegen aan dat wel degelijk, zoowel in het buitenland als hier te lande, middelen tegen de gehoorigheid zijn aangegeven en in toepassing gebracht; Z.Exc. wijst, om zijne meening te staven, op een vrij groot aantal middelen die in ons rapport zelf vermeld zijn.

Hierbij is over het hoofd gezien dat aan de aangehaalde volzinnen in de Memorie van Antwoord het volgende voorafging, waarmede zij in nauw verband staan: „Dusver is hier te lande, evenmin als „in het buitenland, eene oplossing gevonden van de vraag: hoe, „zonder belemmering van de noodzakelijke luchtverversching in „de cellen, te beletten dat het geluid van uit de cel naar buiten „doordringe."

Klaarblijkelijk had dus de Minister in de Memorie van Antwoord alleen het grootste bezwaar, nl. de gehoorigheid langs de ventilatiewegen, op het oog, maar, is dit zoo — en wij hebben er geen oogenblik aan getwijfeld — dan kan Z.Exc., waar hij de bewering der Afdeeling onjuist noemt, zich ook niet beroepen op datgene wat reeds ter bestrijding der gehoorigheid langs andere wegen beproefd was, en moet men van de „middelen" die de Minister, in aansluiting aan ons rapport, opsomt, verreweg de meeste weglaten, als hebbende betrekking op de verwarmingsbuizen of de muren.

Wat er dan overblijft is niet zooveel dat wij door de vermelding ervan te uitvoerig zouden worden. Wel was er, toen wij ons onderzoek begonnen, bij het Departement van Justitie niets bekend van in het buitenland aangewende pogingen, maar nadat op ons verzoek inlichtingen waren ingewonnen, vernamen wij uit Frankrijk: „De wijze van ventileeren laat geen gemeenschap door spreken toe. De gebruikte lucht ontsnapt bij het gewelf in het bovengedeelte van de cel buiten het bereik van den gevangene, enz.”

Uit (Praag) Oostenrijk: „Om de cellen te ventileeren zijn de vensters met klepvleugels voorzien en dient verder een -vormige opening die in den corridor uitkomt, op 2.75 M. boven den celvloer. De waarnemingen, die men gedaan heeft, hebben aangetoond dat het volkomen onmogelijk is, dat de bewoners der cellen zich door middel van die openingen met elkander in gemeenschap stellen.”

Uit Duitschland: „Om dit te voorkomen” (gemeenschap der gevangenen schriftelijk, mondeling of door teekens) „wordt bij iedere cel een afzonderlijke ventilatiekoker aangelegd en tot in het verzamellokaal op den zolder geleid, of wel geheel afgezien van den ventilatiekoker en de cel geventileerd door de vensters en openingen in den corridorwand.”

Wat Nederland betreft worden twee middelen genoemd. Het eerste bestaat in de schermen die tot afwering van het geluid op het dak der gevangenis te Nieuwer-Amstel staan; deze waren reeds langen tijd vóór de ons verstrekte opdracht aangebracht en het was der Regeering dus bekend dat zij niet de minste verbetering opleverden.

Het tweede is de verandering die in den loop van ons onderzoek en dus *niet lang te voren* aan de ramen der gevangenis te Rotterdam werd aangebracht en waarmede het voordeel werd verkregen dat een gevangene niet meer, zooals vroeger, een eind in de ruimte tusschen het venster en de tralies kon kruipen.

Ziedaar dus wat de Minister in de Memorie van Antwoord op het oog heeft gehad. Wij hebben, toen wij de uitlating van Z.Exc. in strijd met de feiten noemden, het bestaan van deze pogingen niet willen ontkennen, maar wij hebben, toen wij van „middelen” lazen, gedacht aan zoodanige, die of een *gevolg* van eenige beteekenis hadden gehad, of ons *beginselen* konden leeren kennen, waarvan partij was te trekken. Nadat wij langen tijd hadden gearbeid aan de taak, die de vorige Minister van Justitie ons met zooveel ernst had opgedragen, en een stelsel hadden uitgewerkt, dat, op wetenschappelijke gronden steunend, ons eene praktische oplossing scheen te beloven, konden wij niet denken dat vage en onbewezen mededeelin-

gen uit het buitenland en een paar in 't binnenland genomen proeven, die stellig geene afdoende verbetering hadden gebracht, den Minister de woorden in de pen konden geven, die wij in de Memorie van Antwoord lazen.

Indien iets uit onze onderzoekingen omtrent den bestaanden toestand zonneklaar bleek, dan was het wel de groote, verrassende gemakkelijkheid, waarmede door de openingen voor de natuurlijke ventilatie en door luchtkokers kon worden gesproken.

Wij hadden in de gevangenis te Nieuwer-Amstel de gevangenen van twee, ja van meer cellen, rustig met elkander hooren spreken. Te Rotterdam hadden twee van ons, — dit was vóór de straks genoemde verandering aan de ramen — elkander kunnen verstaan, toen zij zich in cellen boven elkander, met nog ééne cel er tusschen, begeven hadden, en niet vlak bij de ramen, maar zelfs dicht bij den corridorwand stonden. Wij hadden, toen de bedoelde verandering was aangebracht, in dezelfde gevangenis wel eene verminderde gehoorigheid aangetroffen, maar toch eene zoodanige, dat zij de grens die wij meenden te moeten stellen nog verre overschreed. Te Nieuwer-Amstel hadden wij, terwijl wij door de ventilatiekokers, dus over het dak heen — en ondanks de genoemde schermen — een gesprek tusschen twee cellen voerden, den bewoner eener derde cel zich daarin hooren mengen en hadden wij waargenomen hoe Boyle-kappen en andere beletselen op den top der kokers geen noemenswaardigen invloed hadden.

Is het wonder dat wij de hier te lande beproefde en, zooals nu blijkt, door den Minister bedoelde middelen niet hoog aansloegen en sceptisch gestemd waren tegenover de geruststellende verzekeringen uit het buitenland?

Wij komen thans tot het tweede punt, waaraan de Minister aanstoot heeft genomen. In den brief der Afdeeling werd gezegd dat tot leedwezen der Akademie niet alleen de algemeene strekking van haar rapport, maar ook hare voorstellen zelve niet begrepen waren, en wel blijkens de verzekering in de Memorie van Antwoord dat het door ons voorgestane stelsel van mechanische ventilatie met een voortdurend gedruisch in de cellen zou moeten gepaard gaan. De Afdeeling wees erop dat juist een groot deel van ons onderzoek gewijd was geweest aan het opsporen van middelen om elk hinderlijk gedruisch weg te nemen, en dat dan ook op verschillende plaatsen in het rapport de woorden *gedruischvrije geleiding* cursief gedrukt zijn.

De Minister komt thans uitvoerig op dit punt terug, en gaat zelfs zoo ver van te zeggen „dat wanneer de Commissie van gedruischvrij

spreekt, zij bedoelt *niet* gedruischvrij," en verder: „de Commissie is natuurlijk volkomen in haar recht om onder gedruischvrij alles te verstaan wat haar goeddunkt, maar zij kan niet bewerken dat wat zij gedruischvrij noemt, daardoor ook gedruischvrij wordt."

Verder merkt Z. Exc. op dat de vraag of een voortdurend geluid voor gevangenen hinderlijk is of niet, niet met eene machtspreuk is te beantwoorden, en meent dat, waar wij een bepaald geluid, dat de kunstmatige ventilatie vergezelt, niet hinderlijk noemen, wij niets geven dan zulk eene machtspreuk.

Deze uitdrukkingen bevestigen ons in onze meening dat de Minister geene heldere voorstelling verkregen heeft van de sterkte van het gedruisch waarmede de mechanische ventilatie gepaard gaat, en van de werking der hulpmiddelen waardoor het kan worden getemperd, dat dus de aard onzer voorstellen nog steeds niet goed is begrepen. Dit is trouwens zeer natuurlijk, nu noch de Minister, noch een zijner ambtenaren iets van de door ons genomen proeven gezien heeft.

Wij hebben er naar gestreefd, deze duidelijk en nauwkeurig te beschrijven, maar konden helaas de intensiteit van het gedruisch in verschillende gevallen niet in cijfers uitdrukken. Wij vertrouwden intusschen dat het vertoonen onzer proeven, waartoe wij ons aan het einde van ons rapport bereid verklaarden, elk misverstand zou kunnen voorkomen, en dat, al is niet aan te geven bij welke sterkte een geluid schadelijk begint te worden, een gedruisch toch wel zoo zwak kan wezen dat ieder het voor *onschadelijk* verklaart. Natuurlijk zou ook in andere opzichten de bezichtiging onzer toestellen nuttig geweest zijn; deskundigen hadden zich daardoor, beter dan door beschrijving alleen, een oordeel kunnen vormen over de meerdere of mindere toepasselijkheid onzer beginselen.

Wij behoeven hier wel nauwelijks bij te voegen dat wij er ons zeer over zouden hebben verheugd zoo de Minister zich, door de bezichtiging onzer proeven en door het vragen om verdere inlichtingen, van onze denkbeelden nader op de hoogte had gesteld. Thans wijkt de voorstelling die in de Memorie van Antwoord is gegeven ver af van den werkelijken aard onzer voorstellen. In deze onze meening heeft het schrijven van Z.Exc. geene verandering kunnen brengen.

Over den tweeden brief van den Minister van 3 Maart j.l., N°. 148, die eveneens in de laatste vergadering der Afdeeling in onze handen gesteld werd, kunnen wij zeer kort zijn; wij gevoelen ons niet geroepen, een oordeel uit te spreken over de redenen die Z.Exc.

teruggebracht hebben van zijn aanvankelijk voornemen om in eene der groote gevangenissen eene proef te laten nemen met het door ons in overweging gegeven stelsel van kunstmatige ventilatie. Wij meenen echter deze gelegenheid te moeten aangrijpen om nog een enkel woord over de bestaande gevangenissen te zeggen.

In ons rapport hebben wij verklaard dat het te Breda en te Arnhem gevolgde stelsel uit het oogpunt der gehoorigheid een gunstiger indruk op ons maakte dan de andere, en toen de Minister ons raadpleegde over de plannen voor de nieuwe gevangenis te Haarlem, hebben wij bij schrijven van den 6den November 1896 het volgende geantwoord:

„Bestaat er ... mogelijkheid, den bouw van de gevangenis te Haarlem eenigen tijd" (wij bedoelden tot na de verschijning van ons rapport) „uit te stellen, dan adviseeren wij met volle overtuiging tot uitstel".

„Kan de bouw dier gevangenis echter in 't geheel geen uitstel lijden en moet dus in hoofdzaak naar eene bestaande gevangenis hier te lande als model gebouwd worden, dan zouden wij uit het oogpunt van gehoorigheid, ventilatie en verwarming, en wanneer wij af mogen zien van den vorm van het beschikbare terrein, adviseeren om bij de nieuw te bouwen gevangenis het stelsel der strafgevangenis te Breda te volgen."

Wij stellen er prijs op, thans nog eens uitdrukkelijk te doen uitkomen dat de voorkeur die wij aldus, *onder de bestaande gevangenissen*, aan die te Breda gaven enkel berustte op de uitkomsten die het onderzoek naar de gehoorigheid ons had opgeleverd. Het voordeel dat de gevangenis te Breda in dit opzicht boven die te Nieuwer-Amstel aanbood overtrof in ons oog het nadeel der gebrekkige ventilatie; vandaar dat wij, alles in aanmerking nemende en ook overwegende dat eene mechanische ventilatie nog altijd zonder veel bezwaar in eene gevangenis als die te Breda zou kunnen worden aangebracht, het aldaar gevolgde stelsel het best achtten.

Dit neemt niet weg dat de ventilatie — bij gemis aan eenig rationeel stelsel — er veel te wenschen overlaat. Zooals wij in ons rapport hebben medegedeeld, ontstaat bij eenig temperatuurverschil tusschen de centrale hal en de buitenlucht door alle cellen op de beneden- en bovenverdieping, waarvan de raampjes geopend zijn, een zoo sterke luchtstroom, dat de gevangenen wel genoodzaakt zijn, hunne raampjes te sluiten. Dan is echter alle ventilatie opgeheven, en ontstaat een waarlijk ondragelijke toestand.

Men zal er derhalve op bedacht moeten zijn, in eene nieuwe naar dit type te bouwen gevangenis op eene of andere wijze de ventilatie

te verbeteren, maar dan dreigt het gevaar dat het voordeel der mindere gehoorigheid weder geheel of ten deele verloren gaat.

Wij meenden hierop te moeten wijzen, daar het ons leed zou doen, wanneer aan onze gunstige opmerking over het stelsel Breda eene beteekenis werd gegeven, die niet met onze bedoeling overeenkomt.

19 April 1898.

J. D. VAN DER WAALS.
H. A. LORENTZ.
H. KAMERLINGH ONNES.
G. VAN DIESEN.

De Voorzitter stelt na de lezing van het schrijven der Commissie naar aanleiding van Missive N°. 147 de vraag of een der Leden nadere inlichtingen wenscht, en doet daarop in de volgende woorden het voorstel de Missive van den Minister voor kennisgeving aan te nemen.

De leden der Afdeeling hebben zeker met mij betreurd de wijze waarop, blijkens de Memorie van Antwoord aan de 2e Kamer en de ons toegezonden missive, het rapport over de gehoorigheid in de gevangenissen door den Minister van Justitie is ontvangen.

De Commissie, die zich heeft beziggehouden met het onderzoek naar de oorzaken van die gehoorigheid en van de middelen om haar op te heffen, heeft aan die opdracht volgens haar beste weten voldaan door langdurige, ernstige onderzoekingen van verschillenden aard, waarvan de uitkomsten zijn neergelegd in een belangrijk verslag; en toen het later bleek dat hare voorstellen door de Regeering niet goed waren begrepen, heeft zij in een nader schrijven den Minister daarop gewezen.

De Afdeeling heeft zeker geen recht te eischen, dat hare adviezen, met hoeveel zorg zij ook zijn opgesteld, zullen worden gevolgd, maar het is haar recht, een recht gegrond op het belang van de vraag die haar ter beantwoording was voorgelegd, dat een advies opgemaakt door mannen als v. d. Waals, v. Diesen, Lorentz en Kamerlingh Onnes, ernstig worde bestudeerd, alvorens men er een oordeel over uitspreke.

Hiertoe ware het noodig geweest omtrent die onderdeelen, welke niet juist waren begrepen, de inlichtingen te vragen, welke de Commissie blijkens haar rapport gaarne had verstrekt, of zoo men de gevolgtrekkingen uit de proeven afgeleid, in twijfel trok, b. v. die omtrent de sterkte van het geluid in de geleidingen, had men zelf die proeven moeten herhalen, of de proeven van de Commissie moeten bijwonen, zooals door deze was voorgesteld.

Noch het een noch het ander is geschied, en de gebrekkige kennis van de voorstellen der Commissie heeft geleid tot eene geheel on-

juiste beoordeeling en ten slotte tot een strijd tegen woorden, waaraan volgens mijn oordeel de Afdeeling geen deel mag nemen, daar de wetenschap en het staatsbelang er allerminst door worden bevorderd. Ik stel dus voor de missive van den Minister voor kennisgeving aan te nemen

De Vergadering geeft door applaus haar instemming met het voorstel te kennen.

Na de lezing van het schrijven van de Commissie naar aanleiding van Missive N°. 148. doet de Voorzitter het voorstel ook deze Missive voor kennisgeving aan te nemen, hetwelk wordt aangenomen. Daarop spreekt hij den dank der Afdeeling uit aan de Commissie voor de wijze waarop zij haar taak heeft volbracht, en brengt haar ook den dank van den Minister over — waarna de Commissie ontbonden wordt verklaard.

Namens de Commissie voor het P. W. KORTHALS-fonds deelt de Heer MOLL mede. dat van den Heer L. VUYCK te Leiden, belast met een onderzoek naar de veranderingen der duinflora in de laatste 50 jaren ontvangen is:

1° een verslag aan de Akademie omtrent die onderzoekingen;

2°. eene verzameling planten, daarbij behoorende en bestemd voor het herbarium der Nederlandsche botanische Vereeniging.

De Commissie meent, dat daardoor voldaan is aan de voorwaarden, die den Heer VUYCK werden gesteld.

Volgens het voorstel van den voorzitter zal het verslag gevoegd worden bij de verzameling planten, die aan de botanische Vereeniging zullen worden toegezonden.

Door den Voorzitter wordt er aan herinnerd dat de tijd nadert, waarin candidaten voor het Buitenzorgfonds behooren te worden opgeroepen.

Het verslag der Commissie, benoemd naar aanleiding van de uitnoodiging om deel te nemen aan de tentoonstelling te Parijs in 1900 zal in de volgende vergadering worden uitgebracht.

**Bacteriologie.** — De Heer HAMBURGER doet eene mededeeling: *„Over den invloed van veneuse stuwing op de vernieling van miltvuur-virus in het onderhuidsch bindweefsel"*.

Het vorige jaar heb ik aangetoond, dat onder den invloed van $CO_2$ het antibacterieel vermogen van bloed- en weefselvocht aanzien-

lijk toeneemt [1]). Dit bleek niet alleen wanneer die vochten buiten het lichaam met $CO_2$ waren bedeeld, maar ook wanneer dit geschiedde in het lichaam, b. v. door het teweegbrengen van veneuse stuwing. Zoo werd dan waargenomen, dat weefselvocht, afvloeiende uit een aan stuwing onderworpen lichaamsdeel in staat was meer bacteriën te dooden dan weefselvocht, dat uit het normale lichaam te voorschijn kwam, m. a. w. stuwingslymph werkte krachtiger bactericied dan normale lymph.

Ik heb, ten einde dit resultaat nog eens te controleeren, de onderzoekingen volgens een andere methode herhaald, en thans in plaats van de bacteriën bloot te stellen aan de weefselvochten, nadat deze afgevloeid waren, de microben dadelijk onder de huid gebracht, met en zonder aanwending van stuwing, om ze dan na eenige dagen te verwijderen en door enting op dieren haar virulentie te vergelijken.

Bij de uitvoering van deze experimenten moest aan 4 desiderata worden voldaan:

1°. moesten de bacteriën, nadat ze een willekeurigen tijd onder de huid hadden gelegen, *allen*, levend of dood, kunnen verwijderd worden;

2°. behoorde, om den invloed der vochten alleen te leeren kennen, de phagocytaire werking der witte bloedlichaampjes uitgesloten te worden;

3°. moest, ten einde een zuiver antwoord te erlangen op de vraag, welken invloed de stuwing uitoefende op de virulentie der ingebrachte microben, de invloed van het individueel weerstandsvermogen, alsmede die van de plaats van enting geëlimineerd worden;

4°. was het gewenscht, microben te kiezen, waarvan de virulentie gemakkelijk kon vergeleken worden.

Om aan de beide eerste voorwaarden te voldoen, werden, in navolging van PEKELHARING [2]), vierkante stukjes agar-agar, welke gelijkmatig met de cultuur bedekt waren, in een rolletje van perkamentpapier ingepakt.

Het derde desideratum werd bereikt door voor iedere vergelijkende proef, twee voorpooten van hetzelfde dier te nemen. Onder de huid van iederen voorpoot werd dan een pakje met dezelfde

[1]) Verslag der Verg. der Kon. Akad. v. Wetensch. 21 April 1897.

[2]) Zittingsversl. der Kon. Akad. v. Wetensch. 29 Juni 1889.

hoeveelheid van het virus geschoven; aan één poot werd stuwing teweeggebracht, aan den anderen niet.

Als bacteriën werden miltvuurbacillen gekozen.

De proef werd dus op de volgende wijze ingericht: Bij een hond of een konijn — voor de meeste proeven werd, vooral met het oog op overwegingen van technischen aard, de laatste diersoort gekozen — werd op symmetrische plaatsen een overlangsche huidsnede gemaakt in de beide onderarmen; vervolgens werden de zooeven bedoelde pakjes onder de huid geschoven, op een grooten afstand van de wond. Na zorgvuldige hechting werd deze aan zichzelf overgelaten, en reeds na 36—48 uur was dan een goede verkleving opgetreden. Eerst dan werd, door het aanleggen van een ligatuur boven den elleboog, dus boven de wond en het pakje, aan een der beide voorpooten stuwingsoedeem opgewekt. Met het opwekken van stuwing werd gewacht tot na de genezing van de wond, uit vrees van uitscheuren der hechtingen en spontaan uitstooten van het pakje.

Ook kon ieder verband gemist worden en was de aanwending van collodion, dat in voorloopige proeven meermalen aanleiding had gegeven tot het afsterven van huid, overbodig.

Nooit vertoonde de aldus zorgvuldig aseptisch behandelde wond eenige infectie en de pakjes gaven, wanneer zij werden verwijderd, nooit andere mikroben te zien dan miltvuurbacillen.

Het stuwingsoedeem werd zorgvuldig bewaakt. Wanneer het een voldoenden graad bereikt had, werd de ligatuur weggenomen, om weer te worden aangelegd, wanneer de zwelling aan het afnemen ging.

Nog zij opgemerkt, dat om het indringen van witte bloedlichaampjes geheel te beletten, het pakje nog omgeven was door een tweede rolletje perkamentpapier, dat aan beide zijden met bindgaren was gesloten.

In de eerste dagen waren de konijnen lusteloos, waarschijnlijk tengevolge van de door het perkamentpapier in het lichaam gediffundeerde toxinen; geen enkele maal echter heb ik een dier aan miltvuurinfectie verloren.

Nadat de pakjes dan 7—15 dagen onder de huid hadden gelegen, werden zij verwijderd en van het buitenste omhulsel ontdaan. Vervolgens werd ook, na afknippen van de beide uiteinden, het binnenste pakje geopend. Men kon dan de agar zien liggen. Meer dan eens heb ik mij er van overtuigd, dat geen enkel wit bloedlichaampje er in aanwezig was en ook geen rood, ofschoon het buitenste en ook het binnenste omhulsel van het stuwingspakje van buiten gewoonlijk min of meer rood gekleurd was. Nu werden twee witte muizen genomen, en onder aseptische voorzorgsmaatregelen,

bij ieder een *ruim geopend* pakje onder de rughuid gebracht. Eén muis kreeg het pakje, dat uit den normalen poot was gekomen, de andere het pakje, dat aan het stuwingsoedeem was blootgesteld geweest.

*Zonder eenige uitzondering bleek, dat de muis, die bedeeld was met de cultuur, welke in den normalen poot had gelegen, aan miltvuur te gronde ging, terwijl de andere muis, die het pakje droeg dat aan stuwingsvocht was blootgesteld geweest, bleef leven of veel later bezweek dan de eerste muis.*

In plaats van witte muizen werden enkele malen ook konijnen als reagens voor de virulentie gebruikt, doch met gelijkluidend resultaat als bij de muizen.

In de volgende tabel zijn de boven bedoelde proeven saamgevat. Die welke waardeloos werden doordien de pakjes zoolang onder de huid hadden vertoefd, dat zelfs ook de muis welke het pakje uit den *normalen* poot had ontvangen, in leven bleef, zijn in de tabel niet opgenomen.

Verder zij nog opgemerkt, dat voor de proeven I—IV genomen zijn miltvuurbacillen zonder sporen, voor de vier proeven V—VIII miltvuurbacillen *met* sporen en eindelijk voor de proeven IX en X uitsluitend sporen.

| Nummer. | Proef-dier. | Aard van het virus. | Aant. dagen gedurende welke het virus onder de huid is gelegen. | Voorpoot. | RESULTAAT. |
|---|---|---|---|---|---|
| I. | Hond. | Miltvuur-bacillen. | 7 dagen. | Normaal. | De muis sterft aan miltvuur, 3½ dag na het inbrengen van het pakje. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | De muis sterft aan miltvuur, 15 uren na de vorige. Hierbij moet echter vermeld worden dat de „stuwingsmuis" wellicht niet zoo spoedig zou bezweken zijn, indien zij de gestorven „normale" niet ten deele had opgegeten (huid en spieren l. flank, een groot deel van de milt en de lever). Door toeval waren de beide muizen niet genoegzaam geïsoleerd geweest. |
| II. | Konijn. | Miltvuur-bacillen. | 14 dagen. | Normaal. | De muis sterft na 3 dagen aan miltvuur. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | De muis blijft leven. |
| III. | Konijn. | Miltvuur-bacillen | 8 dagen. | Normaal | De muis sterft na **18** uren aan miltvuur |
| | | | | Met stuwings-oedeem | De muis sterft na **63** uren aan miltvuur. |

| Nummer. | Proef-dier. | Aard van het virus. | Aant. dagen gedurende welke het virus onder de huid is gelegen. | Voorpoot. | RESULTAAT. |
|---|---|---|---|---|---|
| IV. | Konijn. | Miltvuur. bacillen. | 11 dagen. | Normaal. | Het als reagens gebruikte *konijn* sterft binnen 2 dagen aan miltvuur. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | Het andere als reagens gebruikte *konijn* blijft leven. |
| V. | Hond. | Miltvuur-bacillen met sporen. | 7 dagen. | Normaal. | Het konijn sterft binnen 3 dagen aan miltvuur. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | Het konijn blijft leven. |
| VI. | Konijn. | Miltvuur-bacillen met sporen. | 14 dagen. | Normaal. | De muis sterft na 52 uren. Er is echter geen miltvuur in bloed, milt of lever aan te toonen. Wel is op de plaats van enting een geleiachtige zwelling, waarin levenskrachtige miltvuurbacillen. Er zijn ook veel witte bloedlichaampjes daar ter plaatse, maar er is geen enkele leucocyt te vinden, die een bacil heeft opgenomen. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | De muis blijft leven. |
| VII. | Konijn | Miltvuur-bacillen met sporen. | 15 dagen. | Normaal. | Het als reagens gebruikte konijn sterft na **2** dagen aan miltvuur. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | Het als reagens gebruikte konijn sterft na **5** dagen aan miltvuur. |
| VIII. | Hond. | Miltvuur-bacillen met sporen. | 15 dagen. | Normaal. | De muis sterft na $2^1/_2$ dag aan miltvuur. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | De muis blijft leven |
| IX. | Konijn | Sporen. | 13 dagen. | Normaal. | De muis sterft na **34** uur aan miltvuur. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | De muis sterft na **88** uur aan miltvuur. |
| X. | Konijn. | Sporen. | 16 dagen. | Normaal. | Het als reagens gebruikte konijn sterft na 2 dagen aan miltvuur. |
| | | | | Met stuwings-oedeem. | Het als reagens gebruikte konijn blijft leven. |

*Uit deze proeven volgt, dat veneuse stuwing de vernieling van miltvuur aanzienlijk heeft bevorderd.*

Tevens brengt deze uitkomst, een bevestiging van PEKELHARING's proeven (l. c.c.) [1]), volgens welke het weefselvocht in vivo in staat

[1]) Vergel. ook Zittingsverslag van 29 Maart 1890.

is, zoowel de sporen als de vegetatieve vorm van het miltvuur te vernielen en geeft zij dus een experimenteelen steun aan de opvatting dat het lichaam in de vochten vaak een krachtig middel bezit om zich tegen lagere organismen te verdedigen, een opvatting welke nog herhaaldelijk m. i. ten onrechte door METSCHNIKOFF en diens leerlingen wordt bestreden [1]).

**Physiologie.** — De Heer PEKELHARING biedt, ook namens Dr. G. C. J. VOSMAER, voor de werken der Akademie aan eene verhandeling, getiteld: „*Observations on Sponges*".

**Scheikunde.** — De Heer FRANCHIMONT biedt voor het Verslag der Vergadering een mededeeling aan van den Heer P. VAN ROMBURGH, getiteld: „*Over het voorkomen van kaneelzuren methylaether in Alpinia malaccensis Rosc.*"

Distilleert men met water de wortelstokken van *Alpinia malaccensis* Rosc., een in de omstreken van Buitenzorg in vrij groote hoeveelheid wild groeiende Zingiberacea, die den Soendaschen naam „ladja goah" draagt, dan verkrijgt men ongeveer 0,2 pCt. van een bijna kleurlooze aetherische olie met aangenamen reuk. Het soortelijk gewicht van die olie was 1,039 bij 27°. In een buis van 200 mM. draaide zij het vlak van het gepolariseerd licht + 1°,5. Koelt de olie een weinig af — bijv. 's nachts tot 22° — dan vult de vloeistof zich met fraaie, lange, kleurlooze naalden, waarvan de hoeveelheid vermeerdert door sterkere afkoeling, zoodat er slechts een weinig van een vloeibaar product overblijft [2]).

De analyse en de dampdichtheid (in damp van $\beta$ naphtol) van de afgescheiden kristallen voerden tot de formule $C_{10}H_{10}O_2$. Het smeltpunt ligt bij 36° en het kookpunt (therm. i. d. damp, barom. 740 mM.) bij 259°.

Met broom in chloroform-oplossing ontstaat een kleurloos, fraai kristalliseerend, additieproduct, dat zonder verdere zuivering bij 116° smelt.

Door verwarming met waterige kalioplossing of, gemakkelijker nog, door alkoholische laat de bij 36° smeltende stof zich verzeepen en men verkrijgt door behandeling van het gevormde kaliumzout

1) Zie mijn opstel: Het tegenwoordig standpunt van de leer der natuurlijke immuniteit. Tijdschr. v. Veeartsenijkunde en Veeteelt 1898. p. 149.

2) Het vloeibare product, dat terpenen schijnt te bevatten, riekt zeer aangenaam.

met zuren een in water zeer moeielijk oplosbaar zuur, dat bij 133° smelt en *kaneelzuur* bleek te zijn.

Verzeept men met waterige kali, dan is het niet moeielijk om in het distillaat de aanwezigheid van *methylalcohol* aan te toonen (o. a. door de vorming van het in oranje naalden kristalliseerend additieproduct met nitrotrimethyl-phenyleendiamine).

Op grond van het medegedeelde is er dus geen twijfel of de uit Alpinia malaccensis verkregen kristallen bestaan uit *kaneelzuren methylaether*, waarvoor WEGER (Ann. 221 S. 74) als smeltpunt 36° en als kookpunt 259°.6 opgeeft.

Het smeltpunt van het bovengenoemde broomadditieproduct stemt eveneens overeen met dat van den methylaether van phenyl $\alpha\beta$ dibroompropionzuur.

Distillatie van de *bladeren* dezer plant met water geeft een aetherische olie, die ook rijk is aan methylcinnamaat.

Saamgestelde aethers van kaneelzuur komen, zooals bekend is, vrij verspreid in het plantenrijk voor (o. a. in Tolu- en Perubalsem, styrax enz.), de methylaether was echter tot nu toe niet aangetroffen.

De wortelstok van *Alpinia malaccensis* wordt door de Inlanders als geneesmiddel gebruikt bij hoest en longlijden.

**Scheikunde.** - De Heer VAN BEMMELEN doet namens Dr. E. A. KLOBBIE eene mededeeling getiteld: „*Maatanalytische bepaling van Osmiumtetroxyde (overosmiumzuur).*"

Het zoogenaamde overosmiumzuur van de formule $Os\,O_4$ is sedert de onderzoekingen van MAX SCHULTZE [1]) een bij de histologen algemeen bekend en veel gebruikt reagens en fixeermiddel. De verbinding wordt in zeer verdunde oplossing gebruikt, hetzij als eene waterige van 1 à 2 pCt., hetzij als FLEMMING'sche vloeistof [2]) die 0.4 pCt. $Os\,O_4$ naast 0.75 pCt. $Cr\,O_3$. bevat, of in de door FOL voorgestelde wijziging met 0.02 pCt. $Os\,O_4$ naast 0.25 pCt. $Cr\,O_3$. Aangezien $Os\,O_4$ zeer vluchtig is, en de oplossingen onder den invloed van stof en licht gereduceerd worden, is haar gehalte niet standvastig.

De wensch van Dr. M. C. DEKHUYZEN [3]) om met eenige nauw-

[1]) Archiv mikrosk. Anatom. I. 132 en 300.

[2]) Zeitschr. wissenschaftl. Mikrosk. I. (1884) 349.

[3]) zie ook: Verhandl. anatom. Gesellsch. 1892. blz. 91.

keurigheid eene gehaltebepaling van $Os O_4$ oplossingen uit te kunnen voeren, gaf den Heer KLOBBIE aanleiding de volgende methode uit te werken:

Zij berust op de waarneming van CLAUS[1]) dat $Os O_4$ uit eene KJ-oplossing Jodium afscheidt, welke reactie echter uiterst traag en onvolledig verloopt. Daarentegen ziet men bij toevoeging van verdund zwavelzuur zich binnen enkele seconden eene fraai donkergroene kleur ontwikkelen, waarbij $Os O_4$ quantitatief overgaat in een verbinding van $Os O_2$. De hoeveelheid in vrijheid gesteld Jodium kan dan met thiosulfaat bepaald worden. Het eindpunt der titratie wordt in de sterk gekleurde vloeistof herkend door, onder de bewerking, telkens een droppel der vloeistof op amylumhoudend papier te brengen, totdat geen blauwkleuring meer waar te nemen is.

De methode is verrassend nauwkeurig, daar het gehalte eener oplossing tot op 0.01 pCt. vastgesteld kan worden. Wellicht ware zij bruikbaar voor eene atoomgewichtsbepaling van Osmium.

De uitvoering geschiedt aldus: Vereischte oplossingen [2]):

$K_2 Cr_2 O_7$ oplossing (van nauwkeurig 490 mgr. in de Liter).

Verdund $H_2 SO_4$ (± 10 gram verdund tot 100 c.c.).

KJ oplossing (± 10 gr. opgel. in water tot 100 c.c.).

$Na_2 S_2 O_3$ oplossing (± 2,5 gr. $Na_2 S_2 O_3$ 5 $H_2 O$ opgel. tot 1 Liter).

Wanneer een dergelijke verdunde thiosulfaatoplossing ouder is dan 1 dag, moet het gehalte opnieuw vastgesteld worden volgens CRISMER[3]) met behulp van $K_2 Cr_2 O_7$ oplossing: Nauwkeurig 10 c.c. $K_2 Cr_2 O_7$ opl. in een kolfje gemengd met ± 10 c.c. der $H_2 SO_4$ opl. en ± 5 c. c. der KJ opl. geven afscheiding van eene bekende hoeveelheid Jodium, men laat uit eene buret de $Na_2 S_2 O_3$ opl. toevloeien totdat een droppel van de vloeistof op amylumhoudend papier geen blauwen kring meer levert. (Filtreerpapier bevat gewoonlijk genoeg amylum, om als zoodanig gebruikt te kunnen worden).

De juiste sterkte van de thiosulfaatopl. is hierdoor bekend geworden.

Men brengt nu in een kolfje ± 10 c.c. $H_2 SO_4$ dil, ± 5 c.c. KJ opl. en nauwkeurig 5 c.c. der onbekende $Os O_4$ oplossing. Ook hier scheidt zich Jodium af, hoewel de donkergroene kleur dit aan het oog onttrekt. De titreering van dit vrije Jodium wordt weer verricht met de $Na_2 S_2 O_3$. opl. onder gebruik van amylumpapier.

[1]) Journal f. prakt. Chemie. **90**, 80—105. (1863).

[2]) Voor titraties van ± 2 pCt. ige oplossingen is het wenschelijk aan de $K_2 Cr_2 O_7$ en $Na_2 S_2 O_3$ oplossingen eene 10 voudige sterkte te geven.

[3]) Berichte deutsch chem. Gesellsch. 1884. 642.

Ware de thiosulfaat opl. juist $\frac{n}{100}$, dan zou iedere c.c. 0.64 mgr. $Os\,O_4$ aantoonen. (Atoomgewicht $Os = 191$).

Men kan de reactie schematisch voorstellen door:



$$Os\,O_4 + 4\,KJ + 2\,H_2SO_4 = Os\,O_2 + 2\,K_2\,SO_4 + 4\,J + 2\,H_2O.$$

Van drie verschillende fabriekspreparaten van $Os\,O_4$, van een droog en zuiver aanzicht, werden hoeveelheden afgewogen en opgelost. Met deze oplossingen werden de volgende uitkomsten verkregen:

| | % volgens weging. | % volgens titratie. | |
|---|---|---|---|
| A | 0.256 | 0.260 | |
| B | 0.0128 | 0.0126<br>0.0129 | uitersten van zes proeven. |
| C | 0.2424 | 0.244<br>0.255 | uitersten van acht proeven. |
| D | 0.045 | 0.046<br>0.052 | uitersten van vijf proeven |

De proevenreeks D diende tevens om te bevestigen dat verdunning weinig invloed heeft. De 5 c.c. $Os\,O_4$ opl. werden met 10, 20, 30, 40, 50 c.c. water gemengd.

Eene onbekende $Os\,O_4$ opl. werd getitreerd en in twee proeven gevonden 0.298 pCt. en 0.295 pCt. Twee maanden later werd de bepaling herhaald en nu gevonden 0.292 pCt.

Om te onderzoeken of bij langer inwerking de reductie verder zou gaan dan tot $Os\,O_2$, werd het $Os\,O_4$, $KJ$, $H_2\,SO_4$ mengsel 24 uur aan zichzelf overgelaten; een kontrole-kolfje met enkel $KJ$, en $H_2\,SO_4$ van dezelfde verdunning werd er nevengesteld. Bij rechtstreeksche titreering gevonden 0.046 pCt.; na 24 uur: 0.045 pCt.

Hoewel de wijze van bereiding van $Os\,O_4$ op zich zelve reeds een goeden waarborg geeft voor de zuiverheid van het uitgangsprodukt, was het toch wenschelijk een eigen bereide stof van ontwijfelbaar zekere samenstelling aan de proef te onderwerpen. Hiertoe werd gekozen het $K_2\,Os\,O_4\,2\,H_2\,O$, uit $Os\,O_4$ volgens Fremy [1]) bereid,

[1]) Ann. chim. phys. [3] **12**, 516.

dat in goed gevormde kristalietjes van het rhombische stelsel, met oktaedrischen vorm, zwakke polarisatie en dichroïsme, verkregen werd.

Dit zout moet, als afgeleid van $Os\,O_3$, slechts 2 atomen Jodium uit HJ in vrijheid kunnen zetten. Drie verschillende preparaten leverden de volgende uitkomsten:

| | mgr. stof. | c.c. thiosulfaat | | afgescheiden mgr. $Os\,O_2 . 1\,H_2\,O$. | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | berekend | gebruikt | berekend | gevonden |
| A | 34.3 | 21.2 | 21.0 | — | — |
| B | 62.7 | 38.7 | 38.6 | 40.9 | 40.0 |
| C | 139.0 | 85.4 | 85.0 | 90 5 | 89.0 |

Bij deze titraties scheidde zich het gevormde $Os\,O_2$ als kolloïd af (dus met veel water) en kon door filtratie verzameld, bij 105° gedroogd en gewogen worden. Het schijnt bij die temperatuur ongeveer de samenstelling $Os\,O_2\,1\,H_2\,O$ te verkrijgen. De vloeistof was na de filtratie nog vrij sterk gekleurd; het geringe te kort aan $Os\,O_2\,1\,H_2\,O$, dat gevonden werd, laat zich hierdoor rechtvaardigen.

Omtrent de verschijnselen bij de titratie is nog het volgende op te merken:

$Os\,O_2\,1\,H_2\,O$ is eene vaste zwarte amorphe stof, die onoplosbaar is in water, en na droging zelfs onoplosbaar in verdunde zuren. Toch scheidt zich bij de titratie van $Os\,O_4$ in vele gevallen geen zwarte stof af; bij titraties van niet ál te fijn verdeeld $K_2\,Os\,O_4$ wèl. $Os\,O_2$, dat eenigszins basische eigenschappen bezit, zou in zwakke binding met zuren of kolloïdaal in oplossing kunnen blijven. Dit vermoeden wordt bevestigd:

1°. doordien na de titratie eene afscheiding van $Os\,O_2$ koll. teweeggebracht kan worden, door bijna te neutraliseeren met KOH en dan te verwarmen.

2°. doordien de groene kleur door geen andere reductiemiddelen verkregen kon worden dan door HJ. De groene kleur is namelijk eene combinatiekleur van afgescheiden Jodium (geel) en van eene Os-verbinding (blauw).

Of de blauwe kleur toegeschreven moet worden aan de vorming van $Os\,J_4$ is nog niet met zekerheid beslist. Wel werd deze verbinding opzettelijk bereid door indampen van $Os\,O_4$ met HJ, maar

de kameleonachtige natuur van de oplossingen van deze stof [1]), die nu eens violetblauw, dan bruin, dan groen, dan blauwviolet, dan weer rood zijn, en de zeer snelle ontleding onder afscheiding van $Os\,O_2$ koll., liet geen gevolgtrekkingen toe.

**Natuurkunde.** — De Heer LORENTZ biedt voor het Verslag der Vergadering een opstel aan, getiteld: „*Optische verschijnselen die met de lading en de massa der ionen in verband staan*". II.

§ 13. In mijne vorige mededeeling [2]) heb ik voor de absorptie van het licht door een gasvormig lichaam eene formule afgeleid, die, bij de toen gemaakte onderstellingen, tot het besluit leidde dat zelfs op een weg van ééne golflengte eene zeer aanzienlijke vermindering der intensiteit zou plaats hebben. Ik wensch thans in het bijzonder de absorptie in eene gewone natriumvlam en dergelijke gasmassa's te beschouwen. Daar het nu aanstonds in het oog valt dat eene natriumvlam op verre na het licht niet zoo sterk absorbeert als aan de in § 12 medegedeelde getalwaarden beantwoordt [3]), rijst de vraag, of de in §§ 8—10 gevolgde opvatting wel op zoodanige vlam van toepassing is.

Zooals straks (§ 19) zal blijken, kan de omstandigheid dat niet alleen in de natriumdeeltjes, maar ook in de overige molekulen die de vlam bevat, electrische momenten worden opgewekt, slechts een kleinen invloed hebben. Ik zal daarom van die momenten vooreerst nog afzien. Doet men dit, dan mag men, naar 't mij voorkomt, de formules (22), (23) en (24) wel degelijk toepassen, ofschoon de beschouwingen van § 8 eene kleine wijziging moeten ondergaan, die ook van invloed is op de beteekenis die men aan de grootheden $r$ en b moet toekennen.

In de natriumvlam heeft nl. nog iets anders plaats dan b.v. in eene luchtmassa; er gebeuren allerlei scheikundige werkingen, die, zooals PRINGSHEIM [4]) heeft aangetoond, van veel beteekenis zijn voor de emissie en de absorptie van het licht. Men mag zich echter,

---

[1]) MORATH und WISCHIN, Zeitschr. anorg. Chem. III, 153—179 (1893), beschrijven de oplossing als roodbruin.

[2]) Verslag der Verg. van de Kon. Akad. v. Wetensch. VI, p. 506, 1898.

[3]) Men overtuigt zich hiervan b.v. als men achter eene natriumvlam een spiegel plaatst en door de vlam heen naar het spiegelbeeld ziet, waardoor men zeker is dat de perioden der lichttrillingen die op de vlam vallen met de eigen perioden overeenstemmen.

[4]) PRINGSHEIM, Wied. Ann. Bd. 45, p. 428, 1892.

naar het mij voorkomt, wel voorstellen dat de natriumdeeltjes zich telkens gedurende een korten tijd $\tau$ vrij bewegen, al kan aan die beweging nu niet alleen door eene „botsing" in den gewonen zin van het woord, maar ook door eene ontmoeting, die tot eene scheikundige verbinding leidt, een einde komen, terwijl misschien aan het begin van den tijd $\tau$ het deeltje uit eene verbinding is vrij gekomen. Zoodra nu wordt aangenomen dat de in de deeltjes voorkomende ionen gedurende den bedoelden tijd vrij kunnen trillen zonder een „weerstand" te ondervinden en dat de verkregen trilling eerst vernietigd wordt, wanneer ook de progressieve beweging van het atoom wordt gestoord, moeten de formules (22)—(24) in hoofdzaak juist blijven.

Zal nu de maximale absorptie minder bedragen dan in § 12 werd gevonden, dan moet noodzakelijk de grootheid S grooter zijn dan toen werd aangegeven. Zelfs moet S *groot zijn in vergelijking met de eenheid*, wanneer de absorptie op een weg van ééne golflengte zeer weinig bedraagt. Immers, dit laatste vereischt dat $\frac{\alpha}{n}$ aanmerkelijk kleiner is dan 1 (§ 4); men ziet, als men (27) in 't oog houdt, dadelijk uit (28) dat dan R slechts weinig grooter $\frac{1}{4}$ moet zijn, maar dit vereischt volgens (26) eene groote waarde van S.

§ 14. Men kan verschillende onderstellingen maken, die voor S eene grootere waarde geven dan in § 12 werd berekend.

In de eerste plaats is er eene reden, waarom de coefficient k grooter moet worden genomen dan wij in die § onderstelden. Wij hebben nl. de waarde van k afgeleid uit de formule (11), die op het geval betrekking heeft dat elk deeltje één bewegelijk ioon bevat. De talrijke lijnen in de spectra bewijzen echter dat de deeltjes die het licht uitstralen en absorbeeren vele graden van vrijheid hebben, hetgeen wij ons — bij gebrek aan beter — zoo zullen voorstellen dat elk deeltje een vrij groot aantal ionen bevat, die ieder op zich zelf om een evenwichtsstand, met verschillende vibratietijden, kunnen trillen. Neemt men dit aan, dan moet men niet de formule (11), maar de vergelijking (10) gebruiken, met zooveel — stel $\nu$ — termen in het tweede lid als er bewegelijke ionen in elk atoom of molekuul zijn. In de verschillende termen heeft natuurlijk $n$, de frequentie van het invallende licht, dezelfde waarde; eveneens N, het aantal atomen of molekulen per volume-eenheid, maar $\varepsilon$, $m$ en de frequentie $n_0$ der eigen trillingen wisselen van den eenen term tot den anderen.

Zal $\mu > 1$ zijn, dan moeten de termen in welke $n < n_0$ is overwegen; ter vereenvoudiging zal ik aannemen dat dit laatste in *alle*

termen het geval is, dat dus de frequentie van het licht, waarvan de brekingsindex $\mu$ beschouwd wordt, kleiner is dan die van al de eigen trillingen. Bovendien zal ik aannemen dat $n$ niet zoo dicht bij de kleinste waarde van $n_0$ komt, dat een der termen veel grooter uitvalt dan de andere.

Dan zijn de verschillende waarden $n_0^2 - n^2$ van dezelfde orde van grootte en kan men, wanneer onder $n_0$ eene zekere gemiddelde waarde van al de eigen frequenties, en onder $\frac{\varepsilon^2}{m}$ eveneens eene zekere middenwaarde verstaan wordt, voor (10) bij benadering schrijven:

$$\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} = \frac{4}{3} \pi V^2 N \nu \frac{\varepsilon^2}{m} \cdot \frac{1}{n_0^2 - n^2} .$$

De formule (13) moet dan vervangen worden door

$$s = \frac{3 \pi m}{N \varepsilon^2 \nu} ,$$

wat weer in den op pag. 513 aangegeven vorm kan worden gebracht, als men

$$k = \frac{M}{\nu m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

stelt.

Het getal k dat wij in § 7 berekend hebben zou dus voorstellen de verhouding tusschen de massa van het geheele molekuul en de massa, niet van één ioon, maar van al de bewegelijke ionen te zamen, die in het molekuul voorkomen. Onderstelt men dat deze alle eene lading van hetzelfde teeken hebben, dan komt men thans tot het besluit (verg. § 7), dat de *gezamenlijke* lading van al deze lichtionen van dezelfde orde van grootte is als de lading van een waterstofatoom in een electrolyt.

Terwijl nu bij de kleurschifting op de hier aangegeven wijze al de bewegelijke ionen, of al de graden van vrijheid, in het spel zijn, is dat bij de absorptie niet het geval. Dit verschijnsel heeft nl. slechts merkbaar plaats, wanneer de frequentie van het invallende licht in de onmiddellijke nabijheid ligt van ééne der waarden $n_0$; dan zullen echter uitsluitend de ionen die *deze* eigen frequentie hebben, zoo sterk in trilling gebracht worden als voor eene sterke absorptie noodig is. In (29) moet men dus voor k de waarde $\frac{M}{m}$ substitueeren, d. w. z. eene waarde die $\nu$ maal zoo groot is als de in § 7 berekende waarde (30). Door deze omstandigheid wordt S eveneens $\nu$ maal grooter.

§ 15. Ten tweede wordt S grooter, wanneer de tijd gedurende welken de deeltjes ongestoord trillen, kleiner wordt; immers, dan krijgt b in (23) eene grootere waarde. Nu hebben wij in § 12 ondersteld dat het absorbeerende gas niet met eenig ander gemengd was; dan was het produkt van de dichtheid $\Delta$ met den gemiddelden weg $\lambda'$ tusschen twee botsingen slechts weinig van de dichtheid afhankelijk en had eene waarde, zooals die in § 12 werd opgegeven. Wanneer wij echter, zonder aan de dichtheid $\Delta$ te veranderen, het gas met een tweede vermengen, zullen ook met de molekulen hiervan botsingen plaats hebben; de tijd $\tau$ en de lengte $\lambda'$ zullen dus afnemen. Dit zal het geval zijn zoowel bij afwezigheid van „chemische" werkingen, als wanneer bij de ontmoetingen verbindingen en splitsingen kunnen plaats hebben; de orde van grootte van $\tau$ en $\lambda'$ zal men nog vrij wel aan de gewone gegevens der kinetische gastheorie kunnen ontleenen.

E. WIEDEMANN spreekt in zijne verhandeling „Zur Mechanik des Leuchtens" [1]) van eene natriumvlam die per $cM^3$. $5 \times 10^{-7}$ gram natrium bevatte. Daaruit kan men afleiden dat de massa van het natrium aanmerkelijk minder dan 1 pCt. van de geheele gasmassa heeft bedragen; de lengte $\lambda'$ van den vrijen weg tusschen twee botsingen kan dus wel eenige honderden maal kleiner geweest zijn dan wanneer het natrium alleen aanwezig was geweest. Daardoor kan dan S eenige honderden maal grooter zijn dan wanneer wij $\lambda'$ rekenen, zooals in § 12.

Eindelijk zou — dit moge volledigheidshalve vermeld worden — $\bar{\tau}$ kleiner en dus S grooter worden, wanneer de deeltjes die de trillende ionen bevatten den vrijen weg $\lambda'$ tusschen twee botsingen met grootere snelheid W doorliepen, dus b. v. wanneer in de vlam eene splitsing in deeltjes kleiner dan gewone atomen plaats had. Dergelijke deeltjes zouden volgens de kinetische gastheorie eene grootere progressieve snelheid verkrijgen dan de gewone gasmolekulen, en werkelijk zou dus door zoodanige splitsing de absorptie afnemen, ten minste wanneer voor de kleine door de splitsing gevormde deeltjes de afstand $\lambda'$, waarover zij ongestoord kunnen voortvliegen, niet bijzonder groot werd.

Dat in het algemeen de maximale absorptie des te grooter is, naarmate de deeltjes *langer* ongestoord blijven, kan op het eerste gezicht vreemd schijnen, daar toch een gedurende langen tijd ongehinderd voorttrillen aan een *kleinen* „weerstand" doet denken. Men

[1]) E. WIEDEMANN, Wied. Ann. Bd. 37, p. 177, 1889.

moet zich echter herinneren dat er thans van den *maximalen* absorptie-coëfficient sprake is; dus van het geval dat er geheel of bijna overeenstemming bestaat tusschen den eigen trillingstijd der ionen en de periode der uitwendige electrische kracht, die door het invallende licht wordt teweeggebracht. Stemmen deze perioden volkomen overeen, dan is de trillingsenergie die een ioon gedurende een tijd $\bar{\tau}$ door eene bepaalde uitwendige kracht verkrijgt evenredig met $\bar{\tau}^2$ [1]). Is nu $\bar{\tau} = \frac{1}{b}$, dan zal b maal in de seconde de verkregen trillingsenergie, die evenredig met $\frac{1}{b^2}$ is, in warmte worden omgezet. Derhalve wordt de warmteontwikkeling per seconde, die eene maat voor de absorptie oplevert, evenredig met $\frac{1}{b}$ of met $\bar{\tau}$.

Eene geheel andere vraag is het, over welk interval de waarde van $n$ zich bewegen kan, zoo dat de absorptie nog vergelijkbaar blijft met de maximale. Het zal straks blijken dat de absorptieband des te breeder wordt, naarmate $\bar{\tau}$ kleiner en b grooter is.

§ 16. Onderstellen wij thans dat, op welke wijze dan ook, S aanmerkelijk grooter dan de eenheid is, waardoor de absorptie op een weg van ééne golflengte klein zal uitvallen. Daar dan R zeer weinig boven $\frac{1}{4}$ moet liggen, mogen wij bij benadering in (26) en (28 R in alle factoren, met uitzondering van 4 R—1, door $\frac{1}{4}$ vervangen.

Dan gaan de formules over in

$$S^2 = \frac{27}{8} \cdot \frac{1}{4\,R-1} \text{ en } \left(\frac{\alpha}{n}\right)^2_{max.} = \frac{2}{3}(4\,R-1)\ ,$$

en hieruit volgt

$$\left(\frac{\alpha}{n}\right)_{max.} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{S}\ ,$$

of, volgens (23),

$$\left(\frac{\alpha}{n}\right)_{max.} = \frac{\pi V^2 N \varepsilon^2}{b\, m\, n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

---

[1]) Verg. LORENTZ, Versl. der Verg. van de Kon. Akad. v. Wetensch., VI, pag. 208, 1897.

Is de hoeveelheid natrium een klein gedeelte van de geheele gasmassa, dan zullen $\tau$ en b bijna niet afhangen van de onderlinge botsingen tusschen de natriumdeeltjes, maar bepaald worden door de wisselwerkingen tusschen deze en de hoofdbestanddeelen der vlam. Is echter b slechts weinig van N afhankelijk, dan wordt blijkens (31) $\left(\frac{\alpha}{n}\right)_{max.}$ ten naastebij evenredig met N, d. w. z. met het aantal natriumdeeltjes, zooals ook te verwachten was.

§ 17. Wil men weten hoe breed de absorptieband is, dien de damp in het spectrum teweegbrengt, dan moet men uit de formule (24) afleiden, welke waarden $\frac{\alpha}{n}$ voor verschillende waarden van R aanneemt, waarden die natuurlijk niet meer aan de voorwaarde (27) zijn gebonden. Immers, deze laatste gold alleen voor de waarde van R, die aan de maximale absorptie beantwoordde. Wat de grootheid S betreft, deze mag, zoolang men met smalle absorptiebanden te doen heeft, bij de volgende beschouwing als constant beschouwd worden en, daar alle waarden van $n$ die te pas komen in de onmiddellijke nabijheid van $n_0$ liggen, mag men

$$S = \frac{2\, b\, m\, n_0}{\frac{4}{3}\pi\, V^2\, N\, e^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

stellen.

Nemen wij thans aan dat 1—R van dezelfde orde als het groote getal S is, dat dus

$$1 - R = \varrho\, S \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

kan worden gesteld, waarin $\varrho$ een matig getal is. Voor den eersten term in den teller van (24) kan dan worden geschreven

$$-(1+\varrho^2)\, S^2 + 3\,\varrho\, S,$$

en voor den eersten term onder het wortelteeken

$$\{(1+\varrho^2)\, S^2 - 3\,\varrho\, S\}^2,$$

wat, zoowel voor positieve als voor negatieve waarden van $\varrho$, veel grooter is dan de tweede term $9\,S^2$. Men kan hiervan gebruik maken om de wortelgrootheid in eene reeks naar de afdalende machten van S te ontwikkelen. Bepaalt men zich tot de eerste termen, dan vindt men voor de wortelgrootheid — die positief moet worden genomen —

$$(1+\varrho^2)\,S^2 - 3\,\varrho\,S + \frac{9}{2}\cdot\frac{1}{1+\varrho^2}$$

en dus voor de formule (24)

$$2\,\frac{\alpha^2}{n^2} = \frac{9}{2}\,\frac{1}{(1+\varrho^2)^2}\cdot\frac{1}{S^2};$$

derhalve

$$\frac{\alpha}{n} = \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{1+\varrho^2}\cdot\frac{1}{S} = \left(\frac{\alpha}{n}\right)_{max.}\cdot\frac{1}{1+\varrho^2}.$$

Hieruit blijkt, dat de absorptie naar weerszijden van het maximum, d. w. z. voor positieve en negatieve waarden van $\varrho$, vrij snel afneemt. (Bij het maximum is $1-R$ ongeveer $\frac{3}{4}$ en heeft dus $\varrho$ de kleine waarde $\frac{3}{4\,S}$).

Zij $\varrho_1$ een zoodanig getal, dat men eene absorptie die $1+\varrho_1^2$ maal kleiner is dan de maximale nog juist kan waarnemen. Dan zal aan den eenen rand van den absorptieband $\varrho = -\varrho_1$ en aan den anderen $\varrho = +\varrho_1$ zijn. Natuurlijk is $\varrho_1$ een matig getal.

Nu volgt uit (33), wanneer men de betrekkingen (22) en (32) in het oog houdt, eene vergelijking die $n$ als functie van $\varrho$ leert kennen. Wanneer $\varrho\,S$ veel grooter dan de eenheid is, zooals voor $\varrho = \pm\,\varrho_1$ mogen wij bij benadering (33) vervangen door

$$R = -\,\varrho\,S,$$

en vinden dan

$$b^2 + (n_0^2 - n^2) = -\,2\,\varrho\,b\,n_0\,,$$

$$n^2 = n_0^2 + 2\,\varrho\,b\,n_0 + b^2.$$

Daar nu de tijd gedurende welken een deeltje zich ongestoord voortbeweegt in eene gasmassa als de natriumvlam ongetwijfeld zeer vele trillingstijden bevat, is b veel kleiner dan $n_0$. Wij mogen dus bij benadering schrijven

$$n^2 = n_0^2 + 2\,\varrho\,b\,n_0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

en, met eene dergelijke benadering,

$$n = n_0 + \varrho\,b.$$

Aan de randen van den absorptieband worden de frequenties

$$n_1 = n_0 - \varrho_1 \mathrm{b} \quad \text{en} \quad n_2 = n_0 + \varrho_1 \mathrm{b}\,.$$

De hieruit volgende formule

$$n_2 - n_1 = 2\,\varrho_1 \mathrm{b} = 2\,\frac{\varrho_1}{r}$$

doet zien dat de breedte van den absorptieband bepaald wordt door den tijd $r$ gedurende welken een deeltje zich gemiddeld ongestoord kan bewegen, en stemt overeen met de uitkomsten die men voor de breedte der emissielijnen verkregen heeft.[1])

§ 18. De plaats van het maximum der absorptie wordt, zooals wij zagen, bij groote waarden van S bij benadering bepaald door

$$\mathrm{R} = \frac{1}{4},$$

of, tengevolge van (22) en (32) door

$$n^2 = n_0^2 - \frac{\mathrm{b}\,n_0}{2\,\mathrm{S}} + \mathrm{b}^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Nu is $\frac{n_0}{\mathrm{b}}$ een zeer groot getal. Zoolang S nog kleiner dan dit getal is zal de term met het negatieve teeken overwegen boven den derden en zal $n < n_0$ zijn, en wel des te kleiner naarmate $\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{S}}$ grooter, d. w. z. naarmate N grooter is. Derhalve moet het maximum der absorptie zich bij vermeerdering der dichtheid van den lichtgevenden damp iets naar de zijde van het rood verplaatsen.

Intusschen, zoolang S eene groote waarde heeft, is de middelste term in het tweede lid van (35) veel kleiner dan de laatste term van (34), wanneer men daarin $\varrho = \pm\,\varrho_1$ stelt. De verplaatsing, die de absorptieband ondergaat, wanneer de dichtheid der gasmassa toe-

---

[1]) Ten einde de absorptie niet al te groot te doen worden is in het bovenstaande aangenomen dat de in een molekuul opgewekte trillingen ook door botsing tegen een ongelijksoortig molekuul kunnen worden gestoord. Volgens SCHUSTER (Encycl. Brit., Art. Spectroscopy) wordt de breedte eener spectraallijn niet vergroot door vermeerdering der dichtheid van een bijgemengd gas. Er is hier eene tegenstrijdigheid die nog moet worden opgelost.

neemt, zou derhalve veel minder bedragen dan de verbreeding van den band.

§ 19. Tot nog toe werd de invloed dien eene bijgemengde stof bij het vraagstuk der absorptie heeft alleen in zooverre in rekening gebracht, als zulk een stof den tijd $\tau$ verkleint en dus S grooter maakt. Er werd nog niet op gelet dat ook in de molekulen dezer stof electrische momenten worden opgewekt en dat zij aldus rechtstreeks aan de voortplanting van het licht deelneemt.

Het is intusschen gemakkelijk, ook dit laatste in rekening te brengen. Gemakshalve zal daarbij worden aangenomen dat de absorbeerende molekulen in betrekkelijk gering aantal aanwezig zijn, en dat de absorptieband dien zij teweegbrengen nog altijd zeer smal is. Dan is van deze molekulen nog steeds slechts één graad van vrijheid werkzaam en kan voor het electrisch moment per volume-eenheid dat door eene periodieke electrische kracht $c \cos nt$ in *deze* deeltjes wordt opgewekt, nog altijd de waarde worden aangenomen die bovenaan op p. 517 werd verkregen. Daarbij komt nu nog het electrische moment dat in de deeltjes der bijkomende stof ontstaat. Nemen wij aan dat deze in het beschouwde deel van het spectrum geene absorptie uitoefent, en zien wij van de kleurschifting af, die zij op zich zelf zou geven, dan mogen wij voor dit deel van het electrische moment per volume-eenheid schrijven

$$C\, c \cos nt,$$

waarbij C eene reëele positieve constante is.

Blijven wij onder P, Q, R en S hetzelfde verstaan als in § 10, dan moeten de formules van die § vervangen worden door

$$M_x = \frac{N\varepsilon^2 c}{m}\, \frac{P \cos nt + Q \sin nt}{P^2 + Q^2} + C\, c \cos nt\,,$$

$$A = \frac{N\varepsilon^2}{m}\, \frac{1}{P + iQ} + C$$

en, als men

$$\frac{4}{3}\pi V^2 C = D$$

stelt,

$$\frac{q^2 + n^2}{q^2 + 2n^2} = \frac{1}{R + iS} + D \quad \ldots\ldots \quad (36)$$

Men kan hieruit, evenals vroeger uit (21) $q$, en dus $\alpha$ en $\beta$ oplossen. Stelt men ter afkorting

$$\frac{1}{1-D} - R = E \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

en

$$3\,E + (D-1)\,(2\,D+1)\,(E^2+S^2) = F\,, \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

dan vindt men in plaats van (24)

$$2\,\frac{\alpha^2}{n^2} = \frac{F + \sqrt{F^2 + 9\,S^2}}{(D-1)^2\,(E^2+S^2)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (39)$$

Nu volgt uit (36) dat D eene eenvoudige beteekenis heeft. Bestond nl. de bijgemengde stof *alleen* (bevatte dus b.v. de vlam geen natrium), dan zou $N = 0$, $R = \infty$, $S = \infty$, en

$$\frac{q^2 + n^2}{q^2 - 2\,n^2} = D$$

worden. Er zou dan geene absorptie bestaan en de brekingsindex, dien wij $\mu'$ zullen noemen, zou (verg. § 6) bepaald worden door

$$\frac{\mu'^2 - 1}{\mu'^2 + 2} = D\,.$$

Nu is in het geval van een gasvormig bijmengsel $\mu'$ slechts zeer weinig van de eenheid verschillend, en dus D zeer klein. Uit (37), (38) en (39) volgt dan dat de invloed van de bijgemengde stof op de absorptie zeer gering is.

Wat met name de frequentie betreft, voor welke de absorptie een maximum is, vindt men uit (39) op dezelfde wijze als (26) uit (24) werd verkregen,

$$S^2 = E^2\,.\,\frac{9 + 4\,E\,(D-1)\,(2\,D+1)}{3 + 4\,E\,(D-1)\,(2\,D+1)}.$$

Is nu S zeer groot, dan volgt hieruit bij benadering

$$3 + 4\,E\,(D-1)\,(2\,D+1) = 0,$$

dus, als men (37) in aanmerking neemt,

$$R = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + 8\,D}{(1 - D)\,(1 + 2\,D)}\,,$$

zoodat ook de term $\frac{b\,n_0}{2\,S}$ in (34) thans met $(1 + 8\,D)\ \ (1 - D)(1 + 2D)$ vermenigvuldigd moet worden. Deze term bepaalde de plaats van het maximum der absorptie; daar D zeer klein is, ziet men dat de bijgemengde stof bij de gemaakte onderstellingen geen merkbaren invloed op die plaats zal hebben. De bekende waarnemingen van HUMPHREYS over den invloed van den druk op le plaats der spectraallijnen vinden dus in het bovenstaande nog geene verklaring.

Voor de boekerij worden aangeboden door den Heer J. C. KAPTEYN Vol. II van: *The Cape photographic Durchmusterung for the equinox* 1875 by D. GILL and J. C. KAPTEYN en door den Heer STOKVIS Deel II zijner: „*Voordrachten over geneesmiddelleer*", bijeengebracht door Dr. H. ZEEHUIZEN, 2e druk.

Na resumtie van het behandelde wordt de vergadering gesloten.

**(4 Mei 1898).**

# REGISTER.

AARDE (Over de vraag of de) bij hare jaarlijksche beweging den aether al dan niet medesleept. 266.

**Aardkunde.** Programma van het internationaal geologisch Congres te St. Petersburg. 3.

— Mededeeling van den Heer MARTIN: „Over de geologie der Molukken". 224.

— Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet. 338.

— Jaarverslag van de Geologische Commissie. 416.

— Mededeeling van den Heer MOLL, namens den Heer J. H. BONNEMA: „De sedimentaire zwerfblokken van Kloosterholt (Heiligerlee)". 448.

— Aanbieding door den Heer VAN BEMMELEN eener verhandeling van Dr. H. VAN CAPPELLE: „Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen." 520. Verslag hierover. 537.

**Aardmagnetisme.** Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens Dr. W. VAN BEMMELEN: „Nieuwe aanwinsten voor de verzameling van oude miswijzings-waarnemingen". 317.

ABERSON (J. H.). Aanbieding eener verhandeling: „De isomerie van 't appelzuur". 519. Verslag hierover. 535.

ABSORPTIEVERMOGEN (Over het) van het kolloïdale kiezelzuur. 498.

AETHER (Over de vraag of de aarde bij hare jaarlijksche beweging den) al dan niet medesleept. 266.

AETHERMALONZUUR (Het evenwicht in de stelsels water-aether, water-malonzuur) en de isotherm van het stelsel water-aether-malonzuur bij 15°. 253.

AFWIJKINGEN (Eene proeve van verklaring der) van het normale verloop van scheikundige reakties in oplossingen. 49.

ALIPHATISCHE nitraminen (Bijdrage tot de kennis der). 84.

— (De werking van verdund zwavelzuur op de) en op hunne isomeren. 191.

ALKALI (Methode tot scheiding en quantitatieve bepaling van het diffusibel en niet diffusibel) in sereuse vloeistoffen. 64.

ALPINIA malaccensis Rosc. (Over het voorkomen van kaneelzuren methylaether in). 550.

**Anatomie.** Mededeeling van den Heer VAN WIJHE: „Een automatisch injectietoestel bij het gebruik der massa van TEICHMANN". 371.

APPELZUUR (De isomerie van 't). 519. Verslag hierover. 535.

ARNETH (ALFRED VON). Bericht van overlijden. 173.

ARONSTEIN (L.) en S. H. MEIHUIZEN. Aanbieding eener verhandeling: „Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de kookpuntsmethode". 481. Verslag hierover. 489.

AUTOGRAMMEN van Lavoisier (Aanbieding door het Genootschap ter bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde van twee). 278. — Nader schrijven hieromtrent. 338.

**Bacteriologie.** Mededeeling van den Heer HAMBURGER: „Over den invloed van veneuse stuwing op de vernieling van miltvuur-virus in het onderhuidsche bindweefsel". 545.

BAKHUIS ROOZEBOOM (H. W.). Mededeeling namens Dr. E. COHEN: „Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het normale verloop van scheikundige reacties in oplossingen". 49.

— Smeltlijnen bij stelsels van twee en drie organische stoffen. 62.

— Aanbieding van de dissertatie van den Heer E. C. J. MOHR: „Over salmiak en ijzerchloride". 250.

— Mededeeling namens Dr. E. COHEN: „Over de oorzaak der onregelmatigheden van het Weston-element." 252.

BAKHUYZEN (H. G. VAN DE SANDE). Zie SANDE BAKHUYZEN (H. G. VAN DE).

BEHRENS (TH. H.). Mittheilungen über einige mikrochemische Reaktionen. 219.

— Aanbieding eener verhandeling van den Heer L. HOUWINK: „Onderzoek omtrent den bouw en de eigenschappen van het zoogenaamde Hardglas". 321. Verslag hierover. 370.

— Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet. 338.

— Verslag over eene verhandeling van Dr. H. VAN CAPPELLE. 537.

BEMMELEN (J. M. VAN). Mededeeling namens den Heer F. SCHREINEMAKERS: „Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 vloeistofphasen optreden". 65.

— Mededeeling namens Dr. E. A. KLOBBIE: „Het evenwicht in de stelsels water-aether, water-malonzuur, aethermalonzuur en de isotherm van het stelsel water-aether-malonzuur bij 15°". 253.

— Mededeeling namens den Heer F. SCHREINEMAKERS: „Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 en 3 vloeistofphasen optreden". 313.

— Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet. 338.

— Jaarverslag der Geologische Commissie. 416.

— Over het absorptie-vermogen van het kolloïdale kiezelzuur. 498.

— Aanbieding eener verhandeling van Dr. H. VAN CAPPELLE: „Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied, voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen". 520. Verslag hierover. 537.

— Mededeeling namens Dr. E. A. KLOBBIE: „Maatanalytische bepaling van osmiumtetroxyde (overosmiumzuur)". 551.

BEMMELEN (W. VAN). Nieuwe aanwinsten voor de verzameling van oude miswijzings-waarnemingen. 317.

BERG (P. J. VAN DEN). Levensbericht. 456.

BERI-BERI (De bestrijding der). 6.

BINDWEEFSEL (Over den invloed van veneuse stuwing op de vernieling van miltvuurvirus in het onderhuidsch). 515.

BINNENLANDSCHE ZAKEN (Minister van). Goedkeuring van de benoeming van het bestuur en van nieuwe leden. 3. 533.

— Verzoek om advies op de vraag, of het wenschelijk is te bevorderen, dat alle torens worden voorzien van bliksemafleiders. 277. Verslag hierover. 360.

— Verzoek om bericht of er Nederlandsche geleerden zijn bereid zich te laten afvaardigen naar het 4e internationaal Congres voor Zoölogie te Cambridge. 455.

— Verzoek om advies over een werk van den Heer GIROLAMO MARZOCCHI „il sole e l'universo". 488. Verslag hierover. 534.

— Bericht van verhooging van het jaarlijksch subsidie. 488.

— Bericht van de benoeming van de Heeren P. P. C. HOEK en A. A. W. HUBRECHT tot gedelegeerden bij het te Cambridge te houden 4e internationale congres voor Zoölogie. 534.

— Aanvraag of er Nederlandsche geleerden zijn, bereid om te worden afgevaardigd naar het historisch en archaeologisch Congres te Enghien. 534.

BINOMIALE ontwikkeling (Over de). 421.

BISMUTH (Over het verschijnsel van HALL en de magnetische weerstandstoename in). 68.

BLIKSEMAFLEIDERS (Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om advies op de vraag of het wenschelijk is te bevorderen dat alle torens worden voorzien van). 277. Verslag hierover. 360.

BLOEDVATEN. Zie BLOODVESSELS.

BLOODVESSELS (On the retrograde development of the) in the omentum of the rabbit. 245.

BOEKGESCHENKEN (Aanbieding van). 276. 335. 453. 486. 531. 565.

BOLTZMANN (L.). Goedkeuring zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 3.

BONNEMA (J. H.). De sedimentaire zwerfblokken van Kloosterholt (Heiligerlee). 448.

BRUNSWIJK (Uitnoodiging tot bijwoning van de Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte te). 174.

BRUSSEL (Uitnoodiging voor de 2e Conférence bibliographique internationale te). 62.

BRUYN (C. A. LOBRY DE). Zie LOBRY DE BRUYN (C. A.).

BUIGING van X-stralen (Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij FRESNEL'sche buigingsverschijnselen en over de). 79.

BUITENZORG-FONDS. Bericht van den Heer TREUB van het overlijden van Dr. P. C. PLUGGE en toezending van door hem gemaakte aanteekeningen. 174. Verslag hierover. 175.

— (Herinnering aan de oproeping van candidaten voor het). 545.

CAMBRIDGE (Aanvraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken of er Nederlandsche geleerden zijn bereid zich te laten afvaardigen naar het 4e internationaal Congres voor Zoölogie te). 455.

— (Bericht van benoeming van de Heeren P. P. C. HOEK en A. A. W. HUBRECHT tot gedelegeerden bij het 4e internationaal Congres voor Zoölogie te). 534.

CAPILLAIRE STIJGHOOGTE (Metingen van de) der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase. 18. 74.

CAPPELLE (H. VAN). Aanbieding eener verhandeling: "Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied, voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen". 520. Verslag hierover. 537.

CILINDRISCHE BUIS (Over den weerstand dien een vloeistofstroom in eene) ondervindt. 28.

CIRKELS (Over eenige groepen van). 418.

COHEN (E.). Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het normale verloop van scheikundige reakties in oplossingen. 49.

— Over de oorzaak der onregelmatigheden van het Weston-element. 252.

CONFÉRENCE bibliographique internationale te Brussel (Uitnoodiging voor de 2e). 62.

CONGRES te Enghien (Historisch en archaeologisch) — Aanvraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken of er Nederlandsche geleerden zijn bereid om te worden afgevaardigd naar het —. 534.

— te St. Petersburg (Programma's van het internationaal geologisch). 3.

— voor Zoölogie (Aanvraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken of er Nederlandsche geleerden zijn bereid zich te laten afvaardigen naar het 4e internationale). 455.

— (Bericht van benoeming van de Heeren P. P. C. HOEK en A. A. W. HUBRECHT tot gedelegeerden der Regeering bij het 4e internationale). 534.

CYCLONAL (Le tourbillon). 432.

DEFLEXIE en reflexie bij twee kathoden. 226.

DIBBITS (H. C.). Mededeeling namens Dr. A. SMITS: "Over een toestel om de spanning boven eene kokende vloeistof constant te houden". 321.

**Dierkunde**. Mededeeling van den Heer HOEK "Over de levenswijze van den zalm". 176.

— Mededeeling van den Heer HUBRECHT, namens Dr. G. C. J. VOSMAER: "On the retrograde development of the blood-vessels in the omentum of the rabbit". 215.

— Aanvraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken of er Nederlandsche geleerden zijn bereid zich te laten afvaardigen naar het 4e internationaal Congres voor Zoölogie. 455.

— Bericht van den Minister van Binnenlandsche Zaken van de benoeming van de Heeren P. P. C. HOEK en A. A. W. HUBRECHT tot gedelegeerden bij het 4e internationale Congres voor Zoölogie. 534.

DIESEN (G. VAN). Verslag van de Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen. 103.

— Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet. 338.

— Jaarverslag der Geologische Commissie. 416.

DILUVIAAL-gebied (Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch), voornamelijk met het oog op de kaarteering dezer terreinen. 520. Verslag hierover. 537.

DISPERSIE (Over de) der magnetische draaiing van het polarisatievlak. 92.

— Opmerkingen van den Heer LORENTZ hierover. 94.

DISPERSION (Ueber die) der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen Medium. 460.

DORP (W. A. VAN). Verslag over eene verhandeling van den Heer J. H. ABERSON. 535.

DOSAMANTES (J.). Verzoek om een oordeel over een door hem ingezondene brochure. 174.

DOUBLETTEN (Over) en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten. 13. 99. 260.

DRAAIING (Over den invloed van drukking op de natuurlijke) van het polarisatievlak in oplossingen van rietsuiker. 24.

DUINFLORA (Inzending door den Heer L. VUYCK van zijn verslag over de veranderingen der) in de laatste 50 jaren. 515.

EASTON (C.). Over de groepeering van de sterren in den melkweg. 381.

ELDIK (A. VAN). Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase. 18. 74.

ENGELMANN (TH. W.). Bericht dat hij ophoudt gewoon lid te zijn en overgaat tot de correspondeerende leden. 174.

ENGHIEN (Historisch en archaeologisch Congres te) — Aanvraag van den Minister van Binnenlandsche Zaken of er Nederlandsche geleerden zijn bereid om te worden afgevaardigd naar het —. 531.

EPHEMERIDE voor 1898 (Elementen der planeet 124 = 1896 DF en). 377.

ERRATA. 453. 532.

EVENWICHT (Het) in de stelsels water-aether, water-malonzuur, aethermalonzuur en de isotherm van het stelsel water-aether malonzuur bij 15°. 253.

EVENWICHTEN (Onderzoek over de) in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 vloeistofphasen optreden. 65.

— in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 en 3 vloeistofphasen optreden. 313.

— (Over de grafische voorstelling van) door middel van de $\zeta$-functie. 209.

EVERDINGEN JR. (E. VAN). Over het verschijnsel van HALL en de magnetische weerstandstoename in bismuth. 68.

EXPERIMENT (Een) over de zoogenaamde anomale voortplanting van golven. 11.

EIJKMAN (C.). De bestrijding der beri-beri. 6.

— Over den invloed van het jaargetijde op de menschelijke stofwisseling. 308.

FENNEMA (R.) — In memoriam. 415.

FOCAALKROMMEN (Over) en focaaloppervlakken. 104.

FOCAALOPPERVLAKKEN (Over focaalkrommen en). 104.

FRANCHIMONT (A. P. N.). Bijdrage tot de kennis der aliphatische nitraminen. 84.

— Mededeeling namens Dr. P. VAN ROMBURGH: „Over het voorkomen van eenige vluchtige producten in tropische planten. 262.

— Bijdrage tot de kennis van het methylnitramine. 265.

— De werking van verdund zwavelzuur op de aliphatische nitraminen en op hunne isomeren. 491.

— Mededeeling namens Dr. P. VAN ROMBURGH: „Over het voorkomen van kaneelzuren methylaether in Alpinia malaccensis Rosc." 550.

FRESNEL'sche buigingsverschijnselen (Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij) en over de buiging van X-stralen. 79.

FUNCTIE (Over de grafische voorstelling van evenwichten door middel van de $\zeta$-). 209.

GASPHASE (Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de). 18. 74.

GEHOORIGHEID in de gevangenissen (Schrijven van den Minister van Justitie waarin Z.Exc. verzoekt voorloopig geen openbaarheid te geven aan het door de Commissie uit te brengen rapport over de). 62.
— (Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de mogelijkheid eener doeltreffende opheffing of vermindering der). 103.
— Dankzegging van den Minister van Justitie voor het uitgebrachte verslag. 174.
— (Bespreking van het door den Minister van Justitie gegeven antwoord betreffende de) naar aanleiding van de verschenen Memorie van Antwoord. 278.
— (Concept schrijven aan den Minister van Justitie betreffende de). 361.
— Antwoord van den Minister. 488.
— (Schrijven van de Commissie voor de). 538.
**Geneeskunde.** Mededeeling van den Heer C. EIJKMAN: „De bestrijding der beri-beri". 6.
GENOOTSCHAP ter bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde (Aanbieding van 2 autogrammen van LAVOISIER door het). 278.
— Nader schrijven hieromtrent. 338.
GEOLOGIE der Molukken (Over de). 224.
GEOLOGISCH Congres te St. Petersburg (Programma's van het internationaal). 3.
GEOLOGISCHE Commissie (Jaarverslag der). 416.
GEOLOGISCHE KAART (Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene) kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet. 338.
GEVANGENISSEN (Schrijven van den Minister van Justitie waarin Z.Exc. verzoekt voorloopig geen openbaarheid te geven aan het door de Commissie uit te brengen rapport over de gehoorigheid in de). 62.
— (Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de mogelijkheid eener doeltreffende opheffing of vermindering der gehoorigheid in cellulair ingerichte). 103.
— (Dankzegging van den Minister van Justitie voor het uitgebrachte verslag over de gehoorigheid in de). 174.
— (Bespreking van het door den Minister van Justitie gegeven antwoord betreffende de gehoorigheid in de), naar aanleiding van de verschenen Memorie van Antwoord. 278.
— (Concept-schrijven aan den Minister van Justitie betreffende de gehoorigheid in de). 361. Antwoord van den Minister. 488.
— (Schrijven van de Commissie voor de gehoorigheid in de). 538.
GILL (D.). Goedkeuring zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 3.
— Dankzegging voor zijne benoeming tot buitenlandsch lid. 62.
GOLVEN (Een experiment over de zoogenaamde anomale voortplanting van). 11.
GOUD (Een nieuwe kristalvorm van). 121.
**Graadmeting.** Mededeeling van den Heer J. J. A. MULLER: „Eenige mededeelingen betreffende de triangulatie van Sumatra". 156. 530.
GRAFISCHE VOORSTELLING (Over de) van evenwichten door middel van de ζ-functie. 209.
GUNNING (J. W.). Bericht dat hij tot de rustende leden overgaat. 174.
HAEMATOPORPHYRIN im Harn (Ueber). 274.
HAGA (H.). Mededeeling namens Dr. C. H. WIND: „Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij FRESNEL'sche buigingsverschijnselen en over de buiging van X-stralen. 79.

HAGA (H.). Verslag over eene verhandeling van den Heer L. HOUWINK. 370.

HALL (Over het verschijnsel van) en de magnetische weerstandstoename in bismuth. 68.

HAMBURGER (H. J.). Aanbieding eener verhandeling: „Omtrent eene methode tot scheiding en quantitatieve bepaling van het diffusibel en niet diffusibel alkali in sereuse vloeistoffen." 64.

— Over den invloed van veneuse stuwing op de vernieling van miltvuur-virus in het onderhuidsch bindweefsel. 545.

HAMILTON's quaternions (Een stelsel bewerkingen in de ruimte van vier afmetingen analoog met). 520.

HANN (JULIUS) — Uitnoodiging tot bijwoning van de feestelijke bijeenkomst ter gelegenheid van de uitreiking eener eeremedaille aan —. 414.

— Dankzegging voor de hem gebrachte gelukwenschen. 488.

HARDGLAS (Onderzoek omtrent den bouw en de eigenschappen van het zoogenaamde). 321. Verslag hierover. 370.

HARN (Ueber Haematoporphyrin im). 274.

— (Ueber Peptonurie und den Nachweis des Peptons im). 275.

HARTOGH JR. (J. DE). Ueber Peptonurie und den Nachweis des Peptons im Harn. 275.

HERMITE (CH.). Toezending van eenige door hem uitgegeven verhandelingen. 338.

HOEK (P. P. C.). Over de levenswijze van den zalm. 176.

— Bericht zijner benoeming tot gedelegeerde bij het 4e internationale Congres voor Zoölogie. 534.

HOOGEWERFF (S.). Aanbieding eener verhandeling van de Heeren L. ARONSTEIN en S. H. MEIHUIZEN: »Onderzoekingen over het moleculair-gewicht van de zwavel volgens de kookpuntsmethode". 481. Verslag hierover. 489.

— Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. H. ABERSON: „De isomerie van 't appelzuur". 519. Verslag hierover. 535.

HOUWINK (L.). Aanbieding eener verhandeling: „Onderzoek omtrent den bouw en de eigenschappen van het zoogenaamde Hardglas." 321. Verslag hierover. 370.

HUBRECHT (A. A. W.). Mededeeling namens Dr. G. C. J. VOSMAER: „On the retrograde development of the bloodvessels in the omentum of the rabbit." 215.

— Bericht zijner benoeming tot gedelegeerde bij het 4e internationale Congres voor Zoölogie. 534.

HUFFEL (N. G. VAN). Metingen omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren staaf. 312.

INGENIEURS (Koninklijk Instituut van). Uitnoodiging tot bijwoning van de herdenking van het 50-jarig bestaan. 174.

INJECTIETOESTEL (Een automatisch) bij het gebruik der massa van TEICHMANN. 371.

INTEGRALEN (Over eenige bepaalde). 329.

IONEN (Optische verschijnselen die met de lading en de massa der) in verband staan. 506. 555.

ISOMEREN (De werking van verdund zwavelzuur op de aliphatische nitraminen en op hunne). 491.

ISOMERIE (De) van 't appelzuur. 519. Verslag hierover. 535.

ISOTHERM (Het evenwicht in de stelsels water-aether, water-malonzuur, aethermalonzuur en de) van het stelsel water-aether-malonzuur bij 15°. 253.

JAARGETIJDE (Over den invloed van het) op de menschelijke stofwisseling. 308.

JAARLIJKSCHE beweging (Over de vraag of de aarde bij hare) den aether al dan niet medesleept. 266.

JULIUS (V. A.). Goedkeuring zijner benoeming tot gewoon lid. 3.

— Mededeeling namens den Heer N. G. VAN HUFFEL: „Metingen omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren staaf". 312.

JULIUS (W. H.). Goedkeuring zijner benoeming tot gewoon lid. 3.

— Over eene methode om bij spiegelaflezing de nauwkeurigheid eenige malen te vergrooten. 481.

JUSTITIE (Minister van) Schrijven van (—) waarin Z. Exc. verzoekt voorloopig geen openbaarheid te geven aan het door de Commissie uit te brengen rapport over de gehoorigheid in de gevangenissen. 62.

— Verslag aan (—) van de Commissie tot onderzoek naar de mogelijkheid eener doeltreffende opheffing of vermindering der gehoorigheid in cellulair ingerichte gevangenissen. 103.

— Dankzegging voor het uitgebrachte verslag. 174.

— (Bespreking van het door den) gegeven antwoord betreffende de gehoorigheid in de gevangenissen, naar aanleiding van de verschenen Memorie van Antwoord. 278.

— Concept-schrijven aan (—) betreffende de gehoorigheid in de gevangenissen. 361. Antwoord van den Minister. 488.

KAARTEERING (Nieuwe waarnemingen op het Nederlandsch diluviaal gebied voornamelijk met het oog op de) dezer terreinen. 520. Verslag hierover. 537.

KAMERLINGH ONNES (H.). Mededeeling namens den Heer A. VAN ELDIK: „Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase." 18. 74.

— Mededeeling namens Dr. L. H. SIERTSEMA: „Over een onderzoek betreffende den invloed van drukking op de natuurlijke draaiing van het polarisatievlak in oplossingen van rietsuiker." 24.

— Mededeeling namens den Heer E. VAN EVERDINGEN JR.: „Over het verschijnsel van HALL en de magnetische weerstandstoename in bismuth." 68.

— Verslag van de Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen. 103.

— Mededeeling namens Dr. W. VAN BEMMELEN: „Nieuwe aanwinsten voor de verzameling van oude miswijzings-waarnemingen." 317.

— Verslag van de Commissie voor de bliksemafleiders. 360.

— Mededeeling namens den Heer N. KASTERIN: „Ueber die Dispersion der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen Medium." 460.

KAPTEYN (J. C.). Verdeeling der kosmische snelheden. 51.

— Over de snelheid, waarmede het zonnestelsel zich verplaatst in de ruimte, en de gemiddelde parallax der sterren van verschillende grootte. 238.

— Verslag over het werk van den Heer GIRALOMO MARZOCCHI „il sole e l'universo". 531.

KAPTEYN (W.). Over eenige bepaalde integralen. 329.

KASTERIN (N.). Ueber die Dispersion der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen Medium. 460.

KATHODEN (Deflexie en reflexie bij twee). 226.

KEIJZER (J.). Ueber Haematoporphyrin im Harn. 274.

KIEZELZUUR (Over het absorptievermogen van het kolloïdale). 498.

KLEIN (F.). Goedkeuring zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 3.

KLOBBIE (E. A.). Het evenwicht in de stelsels water–aether, water-malonzuur, aethermalonzuur en de isotherm van het stelsel water-aether-malonzuur bij 15°. 253.
— Maatanalytische bepaling van osmiumtetroxyde (overosmiumzuur). 551.

KLOOSTERHOLT (Heiligerlee) (De sedimentaire zwerfblokken van). 448.

KLUYVER (J. C.). Goedkeuring zijner benoeming tot gewoon lid. 3.
— Over de binomiale ontwikkeling. 421.

KOOKPUNTSMETHODE (Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de). 481. Verslag hierover. 489.

KORTEWEG (D. J.). Over zekere trillingen van hoogere orde van abnormale intensiteit (relatietrillingen) bij mechanismen met meerdere graden van vrijheid. 3.
— Mededeeling namens den Heer W. A. WYTHOFF: „Een stelsel bewerkingen in de ruimte van vier afmetingen analoog met HAMILTON's quaternions". 520.

KORTHALS-FONDS (P. W.). Inzending door den Heer L. VUYCK van zijn verslag over de veranderingen der duinflora in de laatste 50 jaren. 545.

KOSMISCHE snelheden (Verdeeling der). 51.

KRISTALVORM van goud (Een nieuwe). 421.

LADING (Optische verschijnselen die met de) en de massa der ionen in verband staan. 506. 555.

LAVOISIER (Autogrammen van) — Aanbieding door het Genootschap ter bevordering van Natuur-, Genees- en Heelkunde van —. 278.
— Nader schrijven hieromtrent. 338.

LELY (C.). Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet. 338.

LETTERKUNDIGE Afdeeling (Bericht van de) dat door haar eene Commissie benoemd is om te adviseeren over de circulaire betreffende de Wereldtentoonstelling te Parijs. 456.

LICHT (Over de gedeeltelijke polarisatie van het) dat door eene lichtbron in een magnetisch veld wordt uitgestraald. 193.

LICHTBRON (Over den invloed van de afmetingen der) bij FRESNEL'sche buigingsverschijnselen en over de buiging van X-stralen. 79.

LOBRY DE BRUYN (C. A.). Goedkeuring zijner benoeming tot gewoon lid. 3.
— Verslag over de verhandeling van de Heeren L. ARONSTEIN en S. H. MEIHUIZEN. 489.

LORENTZ (H. A.). Over den weerstand dien een vloeistofstroom in een cilindrischen buis ondervindt. 28.
— Mededeeling namens Dr. C. H. WIND: „Over de dispersie der magnetische draaiing van het polarisatievlak." 92. Opmerkingen hierover. 94.
— Verslag van de Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen. 103.
— Over de gedeeltelijke polarisatie van het licht dat door eene lichtbron in een magnetisch veld wordt uitgestraald. 193.

LORENTZ (H. A.). Over de vraag of de aarde bij hare jaarlijksche beweging den aether al dan niet medesleept. 266.
— Verslag van de Commissie voor de bliksemafleiders. 360.
— Optische verschijnselen die met de lading en de massa der ionen in verband staan. 506. 555.
MAATANALYTISCHE bepaling van osmiumtetroxyde (overosmiumzuur). 551.
MAGNETISCHE DRAAIING (Over de dispersie der) van het polarisatievlak. 92.
— Opmerkingen van den Heer LORENTZ hierover. 94.
— KRACHTEN (Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige). 13. 99. 260.
— NAWERKING (Metingen omtrent de) in een ijzeren staaf. 312.
— WEERSTANDSTOENAME in bismuth (Over het verschijnsel van HALL en de). 68.
MAGNETISCH VELD (Metingen over stralingsverschijnselen in het). 408.
— (Over de gedeeltelijke polarisatie van het licht dat door eene lichtbron in een) wordt uitgestraald. 193.
MALONZUUR (Het evenwicht in de stelsels water-aether, water-), aethermalon-zuur en de isotherm van het stelsel water-aether-malonzuur bij 15°. 253.
MARTIN (K.). Over de geologie der Molukken. 224.
— Verslag van de Commissie tot onderzoek naar de wijze waarop eene geologische kaart kan worden samengesteld, die aan de praktische eischen van landbouw en nijverheid voldoet. 338.
— Jaarverslag der Geologische Commissie. 416.
— vertoont een nieuwe kristalvorm van goud. 421.
MARZOCCHI (GIROLAMO) (Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om advies over een werk, getiteld „il sole e l'universo" van). 488. Verslag hierover 534.
**Mechanica.** Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Over den weerstand dien een vloeistofstroom in een cilindrischen buis ondervindt." 28.
— Mededeeling van den Heer JAN DE VRIES, namens Dr G. DE VRIES: „Le tourbillon cyclonal." 432.
MECHANISMEN (Over zekere trillingen van hoogere orde van abnormale intensiteit (relatietrillingen) bij) met meerdere graden van vrijheid. 3.
MEDIUM (Ueber die Dispersion der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen). 460.
MEIHUIZEN (S. H.) en L. ARONSTEIN. Aanbieding eener verhandeling: „Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de kookpuntsmethode". 481. Verslag hierover. 489.
MELKWEG (Over de groepeering van de sterren in den). 381.
MELOCACTI (5e Bijdrage tot de kennis der). 178.
MENGSEL van twee stoffen (Metingen van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een) bij evenwicht met de gasphase. 18. 74.
— (Een benaderde regel voor den loop der plooipuntslijn van een). 279.
METEOROLOGIE (Oesterreichische Gesellschaft für) — Uitnoodiging van de — tot bijwoning van de feestelijke bijeenkomst ter gelegenheid van de uitreiking eener eeremedaille aan Prof. JULIUS HANN. 414.
METHODE tot scheiding en quantitatieve bepaling van het diffusibel en niet diffusibel alkali in sereuse vloeistoffen. 64.

METHODE (Over eene) om bij spiegelaflezing de nauwkeurigheid eenige malen te vergrooten. 481.
METHYLAETHER (Over het voorkomen van kaneelzuren) in Alpinia malaccensis Rosc. 550.
METHYLNITRAMINE (Bijdrage tot de kennis van het). 265.
METINGEN over stralingsverschijnselen in het magnetisch veld. 408.
— van de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase. 18. 74.
— omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren staaf. 312.
MIKROCHEMISCHE Reaktionen (Mittheilungen über einige). 219.
MILTVUUR-VIRUS (Over den invloed van veneuse stuwing op de vernieling van) in het onderhuidsch bindweefsel. 545.
**Mineralogie.** De Heer MARTIN vertoont een nieuwe kristalvorm van goud. 421.
MINISTER VAN BINNENLANDSCHE ZAKEN. Zie BINNENLANDSCHE Zaken (Minister van).
— VAN JUSTITIE. Zie JUSTITIE (Minister van).
MISWIJZINGS-waarnemingen (Nieuwe aanwinsten voor de verzameling van oude). 317.
MOHR (E. C. J.). Aanbieding eener dissertatie: „Over salmiak en ijzerchloride". 250.
MOLECULAIRGEWICHT van de zwavel (Onderzoekingen over het) volgens de kookpuntsmethode. 481. Verslag hierover. 489.
MOLENGRAAFF (G. A. F.). Mededeeling dat de regeering der Z. A. Republiek besloten heeft een geologische opname van den Staat in het leven te roepen. 337.
MOLL (J. W.). Verslag over aanteekeningen door wijlen Dr. P. C. PLUGGE in 's Lands Plantentuin te Buitenzorg gemaakt. 175.
— Mededeeling namens den Heer C. VAN WISSELINGH: „Over den nucleolus van Spirogyra." 303.
— Mededeeling namens den Heer J. H. BONNEMA: „De sedimentaire zwerfblokken van Kloosterholt (Heiligerlee)". 448.
MOLUKKEN (Over de geologie der). 224.
MULDER (ED.). Aanbieding eener verhandeling: „Over het peroxy-salpeterzuurzilver en een zilverbioxyde" (4de verhandeling). 226.
MULLER (J. J. A.). Goedkeuring zijner benoeming tot correspondent. 3.
— Dankzegging voor zijne benoeming tot correspondent. 62.
— Eenige mededeelingen betreffende de triangulatie van Sumatra. 456. 530.
— Bericht van zijn vertrek naar Indië. 531.
MYCOLOGIQUES (Observations). 86.
NABER (H. A.). Aanbieding eener verhandeling „De waterstofvoltameter". 486.
**Natuurkunde.** Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. P. ZEEMAN: „Een experiment over de zoogenaamde anomale voortplanting van golven". 11.
— Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. P. ZEEMAN: „Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magtische krachten". 13. 99. 260.
— Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens den Heer A. VAN ELDIK: „Metingen over de capillaire stijghoogte der vloeibare phase van een mengsel van twee stoffen bij evenwicht met de gasphase". 18. 74.

**Natuurkunde**. Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens Dr. L. H. SIERTSEMA: »Over een onderzoek betreffende den invloed van drukking op de natuurlijke draaiing van het polarisatievlak in oplossingen van rietsuiker". 21.

— Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens den Heer E. VAN EVERDINGEN JR.: „Over het verschijnsel van HALL en de magnetische weerstandstoename in bismuth." 68.

— Mededeeling van den Heer HAGA, namens Dr. C. H. WIND: „Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij FRESNEL'sche buigingsverschijnselen en over de buiging van X-stralen". 79.

— Mededeeling van den Heer LORENTZ, namens Dr. C. H. WIND: „Over de dispersie der magnetische draaiing van het polarisatievlak." 92. Opmerkingen hierover. 94.

— Verslag van de Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen. 103.

— Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Over de gedeeltelijke polarisatie van het licht dat door eene lichtbron in een magnetisch veld wordt uitgestraald". 193.

— Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS: „Over de grafische voorstelling van evenwichten door middel van de ζ-functie". 209.

— Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. D. F. TOLLENAAR: „Deflexie en reflexie bij twee kathoden". 226.

— Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Over de vraag of de aarde bij hare jaarlijksche beweging den aether al dan niet medesleept." 266.

— Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS: »Een benaderde regel voor den loop der plooipuntslijn van een mengsel". 279.

— Mededeeling van den Heer V. A. JULIUS, namens den Heer N. G. VAN HUFFEL: „Metingen omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren staaf." 312.

— Aanbieding door den Heer BEHRENS, namens den Heer L. HOUWINK, van eene verhandeling: „Onderzoek omtrent den bouw en de eigenschappen van het zoogenaamde Hardglas". 321. Verslag hierover. 370.

— Verslag van de Commissie voor de bliksemafleiders aan den Minister van Binnenlandsche Zaken over de vraag of het wenschelijk is te bevorderen dat alle torens voorzien zijn van bliksemafleiders. 360.

— Concept-schrijven aan den Minister van Justitie betreffende de gehoorigheid in de gevangenissen. 361.

— Mededeeling van den Heer VAN DER WAALS, namens Dr. P. ZEEMAN: „Metingen over stralingsverschijnselen in het magnetisch veld". 408.

— Mededeeling van den Heer KAMERLINGH ONNES, namens den Heer N. KASTERIN „Ueber die Dispersion der akustischen Wellen in einem nicht-homogenen Medium". 460.

— Mededeeling van den Heer W. H. JULIUS: „Over eene methode om bij spiegelaflezing de nauwkeurigheid eenige malen te vergrooten". 481.

— Aanbieding namens den Heer H. A. NABER van eene verhandeling, getiteld: De waterstofvoltameter. 486.

— Mededeeling van den Heer LORENTZ: „Optische verschijnselen die met de lading en de massa der ionen in verband staan". 506. 555.

NAUWKEURIGHEID (Over eene methode om bij spiegelaflezing de) eenige malen te vergrooten. 481.

NITRAMINE (Bijdrage tot de kennis van het methyl-). 265.
NITRAMINEN (Bijdrage tot de kennis der aliphatische). 84.
— (De werking van verdund zwavelzuur op de aliphatische) en op hunne isomeren. 491.
NORMALE VERLOOP (Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het) van scheikundige reakties in oplossingen. 49.
NUCLEOLUS van Spirogyra (Over den). 303.
OMENTUM of the rabbit (On the retrograde development of the bloodvessels in the.) 245.
ONREGELMATIGHEDEN (Over de oorzaak der) van het Weston-element. 252.
OPLOSSINGEN (Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het normale verloop van scheikundige reakties in). 49.
OPTISCHE VERSCHIJNSELEN die met de lading en de massa der ionen in verband staan 506. 555.
ORGANISCHE STOFFEN (Smeltlijnen bij stelsels van twee en drie). 62.
OSMIUMTETROXYDE (Overosmiumzuur) (Maatanalytische bepaling van). 551.
OUDEMANS (C. A. J. A.). Observations mycologiques. 86.
OUDEMANS (J. A. C.). Bericht dat hij tot de rustende leden overgaat. 338.
OVEROSMIUMZUUR (Maatanalytische bepaling van Osmiumtetroxyde). 551.
PARALLAX der sterren (Over de snelheid, waarmede het zonnestelsel zich verplaatst in de ruimte, en de gemiddelde) van verschillende grootte. 238.
PARIJS (Circulaire van de Commissie voor groep XVII (kolonisatie) voor de Wereldtentoonstelling te). 414.
— Bericht eener benoeming van eene Commissie uit de Letterkundige Afdeeling. 456.
**Pathologie.** Aanbieding door den Heer STOKVIS eener dissertatie van den Heer J. KEIJZER: „Ueber Haematoporphyrin im Harn". 274.
— Aanbieding door den Heer STOKVIS eener dissertatie van den Heer J. DE HARTOGH JR.: „Ueber Peptonurie und den Nachweis des Peptons im Harn". 275.
PEKELHARING (C. A.) en G. C. J. VOSMAER: „Over het opnemen van voedsel bij sponsen". 494.
— Aanbieding eener verhandeling: „Observations on Sponges". 550.
PEPTONURIE (Ueber) und den Nachweis des Peptons im Harn. 275.
PEROXY-SALPETERZUURZILVER (Over het) en een zilverbioxyde (1e verhandeling). 226.
PETERSBURG (Programma's van het internationaal geologisch Congres te St.). 3.
**Physiologie.** Aanbieding door den Heer HAMBURGER van eene verhandeling: „Omtrent eene methode tot scheiding en quantitatieve bepaling van het diffusibel en niet diffusibel alkali in sereuse vloeistoffen." 64.
— Mededeeling van den Heer C. EIJKMAN: „Over den invoed van het jaargetijde op de menschelijke stofwisseling." 308.
— Mededeeling van den Heer PEKELHARING ook namens Dr. G. C. J. VOSMAER: „Over het opnemen van voedsel bij sponsen". 494.
— Aanbieding van eene verhandeling door de Heeren G. C. J. VOSMAER en C. A. PEKELHARING: „Observations on sponges". 550.
PLANEET 424 = 1896 DF (Elementen der) en Ephemeride voor 1898. 377.
PLANTEN (Over het voorkomen van eenige vluchtige producten in tropische). 262.

**Plantenkunde.** Mededeeling van den Heer C. A. J. A. OUDEMANS: "Observations mycologiques". 86.
— Mededeeling van den Heer W. F. R. SURINGAR: "5e Bijdrage tot de kennis der Melocacti". 178.
— Mededeeling van den Heer MOLL, namens den Heer C. VAN WISSELINGH: "Over den nucleolus van Spirogyra". 303.
— Inzending door den Heer L. VUIJCK van zijn verslag over de veranderingen der duinflora in de laatste 50 jaren. 545.
PLOOIPUNTSLIJN van een mengsel (Een benaderde regel voor den loop der). 279.
PLUGGE (P. C.). Bericht van overlijden en toezending van door hem gemaakte aanteekeningen in 's Lands Plantentuin te Buitenzorg. 174. Verslag hierover. 175.
POINCARÉ (H.). Goedkeuring zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 3.
POLARISATIE (Over de gedeeltelijke) van het licht dat door eene lichtbron in een magnetisch veld wordt uitgestraald. 193.
POLARISATIEVLAK (Over den invloed van drukking op de natuurlijke draaiing van het) in oplossingen van rietsuiker. 24.
— Over de dispersie der magnetische draaiing van het). 92.
— Opmerkingen van den Heer LORENTZ hierover. 94.
QUATERNIONS (Een stelsel bewerkingen in de ruimte van vier afmetingen analoog met HAMILTON's). 520.
RABBIT (On the retrograde development of the bloodvessels in the omentum of the). 245.
REAKTIES (Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het normale verloop van scheikundige) in oplossingen. 49.
REAKTIONEN (Mittheilungen über einige mikrochemische). 219.
REFLEXIE (Deflexie en) bij twee kathoden. 226.
RELATIETRILLINGEN. Over zekere trillingen van hoogere orde van abnormale intensiteit bij mechanismen met meerdere graden van vrijheid. 3.
RIEMSDIJK (A. D. VAN). Bericht van overlijden. 2.
RIETSUIKER (Over den invloed van drukking op de natuurlijke draaiing van het polarisatievlak in oplossingen van). 24.
ROMBURGH (P. VAN). Over het voorkomen van eenige vluchtige producten in tropische planten. 262.
— Over het voorkomen van kaneelzuren methylaether in Alpinia malaccensis Rosc. 550.
ROOZEBOOM (H. W. BAKHUIS). Zie BAKHUIS ROOZEBOOM (H. W.).
ROSENBERG (E. W.). Goedkeuring zijner benoeming tot gewoon lid. 3.
RUIMTE (Opmerking over de verdeeling der sterren in de). 394.
— (Over de snelheid, waarmede het zonnestelsel zich verplaatst in de), en de gemiddelde parallax der sterren van verschillende grootte. 238.
— van vier afmetingen (Een stelsel bewerkingen in de) analoog met HAMILTON's quaternions. 520.
SACHS (JULIUS VON). Bericht van overlijden. 62.
SALMIAK en IJzerchloride (Over). 250.
SALPETERZUURZILVER (Over het peroxy-) en een zilverbioxyde (4de verhandeling). 226.
SANDE BAKHUYZEN (H. G. VAN DE). Gelukwenschen der Afdeeling met het feit dat hij gedurende 25 jaar aan het hoofd der Leidsche Sterrenwacht heeft gestaan. 338.

SANDE BAKHUYZEN (H. G. VAN DE). Mededeeling namens den Heer J. STEIN S. J.: „Elementen der planeet 424 = 1896 D F en Ephemeride voor 1898. 377.
— Mededeeling, namens den Heer C. EASTON: „Over de groepeering van de sterren in den melkweg." 381.
— Opmerkingen over de verdeeling der sterren in de ruimte. 394.
— Goedkeuring zijner benoeming tot Voorzitter. 533.
— Verslag over het werk van den Heer GIROLAMO MARZOCCHI „il sole e l'universo". 534.

**Scheikunde.** Mededeeling van den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM, namens Dr. E. COHEN: „Eene proeve van verklaring der afwijkingen van het normale verloop van scheikundige reakties in oplossingen". 49.
— Mededeeling van den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM: „Smeltlijnen bij stelsels van twee en drie organische stoffen". 62.
— Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens den Heer F. SCHREINEMAKERS: „Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten waarbij 2 vloeistofphasen optreden". 65.
— Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT: „Bijdrage tot de kennis der aliphatische nitraminen". 84.
— Mededeeling van den Heer BEHRENS: „Mittheilungen über einige Mikrochemische Reaktionen". 219.
— Aanbieding eener verhandeling door den Heer ED. MULDER: „Over het peroxysalpeterzuurzilver en een zilverbioxyde" (4e verhandeling). 226.
— Aanbieding door den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM van de dissertatie van den Heer E. C. J. MOHR: „Over salmiak en ijzerchloride". 250.
— Mededeeling van den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM, namens Dr. E. COHEN: „Over de oorzaak der onregelmatigheden van het Weston-element". 252.
— Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens Dr. E. A. KLOBBIE: „Het evenwicht in de stelsels water-aether, water-malonzuur, aethermalon-zuur en de isotherm van het stelsel water-aether-malonzuur bij 15°. 253.
— Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT, namens Dr. P. VAN ROMBURGH: „Over het voorkomen van eenige vluchtige producten in tropische planten". 262.
— Bijdrage tot de kennis van het methylnitramine. 265.
— Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens den Heer F. SCHREINEMAKERS: „Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 en 3 vloeistofphasen optreden". 313.
— Mededeeling van den Heer DIBBITS, namens Dr. A. SMITS: „Over een toestel om de spanning boven eene kokende vloeistof constant te houden." 321.
— Aanbieding door den Heer HOOGEWERFF eener verhandeling van de Heeren L. ARONSTEIN en S. H. MEIHUIZEN: „Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de zwavel volgens de kookpuntsmethode". 481. Verslag hierover. 489.
— Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT: „Over de werking van verdund zwavelzuur op de aliphatische nitraminen en op hunne isomeren". 491.
— Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN: „Over het absorptievermogen van het kolloïdale-kiezelzuur". 498.

**Scheikunde.** Aanbieding door den Heer HOOGEWERFF eener verhandeling van den Heer J. H. ABERSON: "De isomerie van 't appelzuur". 519. Verslag hierover. 535.
— Mededeeling van den Heer FRANCHIMONT, namens Dr. P. VAN ROMBURGH: "Over het voorkomen van kaneelzuren methylaether in Alpinia malaccensis Rosc". 550.
— Mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN, namens Dr. E. A. KLOBBIE: "Maat-analytische bepaling van osmiumtetroxyde (overosmiumzuur)." 551.
SCHOUTE (P. H.). Over focaalkrommen en focaaloppervlakken. 404.
— Levensbericht van wijlen den Heer F. J. VAN DEN BERG. 456.
SCHREINEMAKERS (F.). Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 vloeistofphasen optreden. 65.
— Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie komponenten, waarbij 2 en 3 vloeistofphasen optreden. 313.
SIERTSEMA (L. H.). Over den invloed van drukking op de natuurlijke draaiing van het polarisatievlak in oplossingen van rietsuiker. 24.
SMELTLIJNEN bij stelsels van twee en drie organische stoffen. 62.
SMITS (A.). Over een toestel om de spanning boven eene kokende vloeistof constant te houden. 321.
SNELHEDEN (Verdeeling der kosmische). 51.
SNETHLAGE (R. A.). Mededeeling dat de regeering der Z. A. Republiek besloten heeft een geologische opname van den staat in het leven te roepen. 338.
SOLE e l'universo (Il) (Verzoek om advies van den Minister van Binnenlandsche Zaken over een werk van den Heer GIROLAMO MARZOCCHI). 488. Verslag hierover. 534.
SPANNING (Over een toestel om de) boven eene kokende vloeistof constant te houden. 321.
SPECTRUM (Over doubletten en tripletten in het), teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten. 13. 99. 260.
SPIEGELAFLEZING (Over eene methode om bij) de nauwkeurigheid eenige malen te vergrooten. 481.
SPIROGYRA (Over den nucleolus van). 303.
SPONGES (Observations on). 550.
SPONSEN (Over het opnemen van voedsel bij). 494.
STAAF (Metingen omtrent de magnetische nawerking in een ijzeren). 312.
STEIN (J.). Elementen der planeet 424 = 1896 DF en Ephemeride voor 1898. 377.
STELSELS van twee en drie organische stoffen (Smeltlijnen bij). 62.
— van drie komponenten (Onderzoek over de evenwichten in) waarbij 2 vloeistofphasen optreden. 65.
— waarbij 2 en 3 vloeistofphasen optreden. 313.
STERREN (Over de groepeering van de) in den melkweg. 381.
— (Opmerking over de verdeeling der) in de ruimte. 394.
**Sterrenkunde.** Mededeeling van den Heer J. C. KAPTEIJN: "Verdeeling der kosmische snelheden". 51.
— Mededeeling van den Heer J. C. KAPTEIJN: "Over de snelheid, waarmede het zonnestelsel zich verplaatst in de ruimte, en de gemiddelde parallax der sterren van verschillende grootte". 238.

**Sterrenkunde.** Mededeeling van den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN, namens den Heer J. STEIN S. J.: "Elementen der planeet 424 = 1896 DF en Ephemeride voor 1898". 377.

— Mededeeling van den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN, namens den Heer C. EASTON: »Over de groepeering van de sterren in den melkweg". 381.

— Mededeeling van den Heer VAN DE SANDE BAKHUIJZEN: »Opmerkingen over de verdeeling der sterren in de ruimte". 394.

— Verslag over het werk van den Heer GIROLAMO MARZOCCHI »Il sole e l'universo". 534.

STOFWISSELING (Over den invloed van het jaargetijde op de menschelijke). 308.

STOKVIS (B. J.). Aanbieding eener dissertatie van den Heer J. KEIJZER: "Ueber Haematoporphyrin im Harn". 274.

— Aanbieding eener dissertatie van den Heer J. DE HARTOGH JR.: "Ueber Peptonurie und den Nachweis des Peptons im Harn". 275.

— Goedkeuring zijner benoeming tot onder-voorzitter. 533.

STRALINGSVERSCHIJNSELEN (Metingen over) in het magnetisch veld. 408.

STUWING (Over den invloed van veneuse) op de vernieling van miltvuur-virus in het onderhuidsch bindweefsel. 545.

SUMATRA (Eenige mededeelingen betreffende de triangulatie van). 456. 530.

SURINGAR (W. F. C.). Verslag over aanteekeningen door wijlen Dr. P. C. PLUGGE in 's Lands Plantentuin te Buitenzorg gemaakt. 175.

— 5e Bijdrage tot de kennis der Melocacti. 178.

TEICHMANN (Een automatisch injectietoestel bij het gebruik der massa van). 371.

TOESTEL (Over een) om de spanning boven eene kokende vloeistof constant te houden. 321.

TOLLENAAR (D. F.). Deflexie en reflexie bij twee kathoden. 226.

TORENS (Verzoek van den Minister van Binnenlandsche Zaken om advies op de vraag of het wenschelijk is te bevorderen dat alle) worden voorzien van bliksemafleiders. 277. Verslag hierover. 360.

TOURBILLON cyclonal (Le). 432.

TREUB (M.). Bericht van het overlijden van Prof. P. C. PLUGGE en toezending van door hem gemaakte aanteekeningen in 's Lands Plantentuin te Buitenzorg. 174.

TRIANGULATIE van Sumatra (Eenige mededeelingen betreffende de). 456. 530.

TRILLINGEN (Over zekere) van hoogere orde van abnormale intensiteit (relatietrillingen) bij mechanismen met meerdere graden van vrijheid. 3.

TRIPLETTEN (Over doubletten en) in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten. 13. 99. 260.

TROPISCHE PLANTEN (Over het voorkomen van eenige vluchtige producten in). 262.

UNIVERSO (Il sole e l') (Verzoek om advies van den Minister van Binnenlandsche Zaken over een werk van den Heer GIROLAMO MARZOCCHI, getiteld :). 488. Verslag hierover. 534.

VALLAURI (T.). Bericht van overlijden. 173.

VERBEEK (R. D. M.). Mededeeling van zijn a.s. vertrek naar Indië. 335.

VERGADERING (Vaststelling der December-) op 24 December 1897. 335.

VERGADERING (Vaststelling der April-) op 23 April 1898. 531.

VERSAMMLUNG deutscher Naturforscher und Aerzte te Brunswijk (Uitnoodiging tot bijwoning van de). 174.

VERSCHIJNSEL van HALL (Over het) en de magnetische weerstandstoename in bismuth. 68.

VIVISECTIE (Verzoek van den Heer E. V. WILCOX om beantwoording van verschillende vragen betreffende). 413.

VLOEISTOF (Over een toestel om de spanning boven eene kokende) constant te houden. 321.

VLOEISTOFFEN (Methode tot scheiding en quantitatieve bepaling van het diffusibel en niet-diffusibel alkali in sereuse). 64.

VLOEISTOFPHASEN (Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie componenten waarbij 2) optreden. 65.

— (Onderzoek over de evenwichten in stelsels van drie componenten, waarbij 2 en 3) optreden. 313.

VLOEISTOFSTROOM (Over den weerstand dien een) in eene cilindrische buis ondervindt. 28.

VLUCHTIGE PRODUCTEN (Over het voorkomen van eenige) in tropische planten. 262.

VOEDSEL (Over het opnemen van) bij sponsen. 494.

VOGEL (H. C.). Goedkeuring zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 3.

VOORTPLANTING van golven (Een experiment over de zoogenaamde anomale). 11.

VOSMAER (G. C. J.). On the retrograde development of the bloodvessels in the omentum of the rabbit. 245.

— en C. A. PEKELHARING: Over het opnemen van voedsel bij sponsen. 494.

— Aanbieding eener verhandeling: „Observations on sponges". 550.

VRIES (G. DE). Le tourbillon cyclonal. 492.

VRIES (JAN DE). Over eenige groepen van cirkels. 418.

— Mededeeling namens Dr. G. DE VRIES: „Le tourbillon cyclonal". 432.

VUYCK (L.). Inzending van zijn verslag over de veranderingen der duinflora in de laatste 50 jaren. 545.

WAALS (J. D. VAN DER). Mededeeling namens Dr. P. ZEEMAN: „Een experiment over de zoogenaamde anomale voortplanting van golven". 11.

— Mededeeling namens Dr. P. ZEEMAN: „Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten". 13. 99. 260.

— Verslag van de Commissie voor de gehoorigheid in de gevangenissen. 103.

— Over de grafische voorstelling van evenwichten door middel van de $\zeta$-functie. 209.

— Mededeeling namens Dr. D. F. TOLLENAAR: „Deflexie en reflectie bij twee kathoden". 226.

— Een benaderde regel voor den loop der plooipuntslijn van een mengsel. 279.

— Verslag van de Commissie voor de bliksemafleiders. 360.

— Mededeeling namens Dr. P. ZEEMAN: „Metingen over stralingsverschijnselen in het magnetisch veld." 408.

WATER-AETHER (Het evenwicht in de stelsels), water-malonzuur, aethermalon-zuur en de isotherm van het stelsel water-aether-malonzuur bij 15°. 253.

WATERSTOFVOLTAMETER (De). 486.

WEERSTAND (Over den) dien een vloeistofstroom in eene cilindrische buis ondervindt. 28.

WELLEN (Ueber die Dispersion der akustischen) in einem nicht–homogenen Medium. 460.

WENT (F. A. F. C.). Verslag over aanteekeningen door wijlen Dr. P. C. PLUGGE in 's Lands Plantentuin te Buitenzorg gemaakt. 175.

WERELDTENTOONSTELLING te Parijs (Circulaire van de Commissie voor groep XVII (Kolonisatie) voor de) met verzoek om medewerking. 414.

— Bericht eener benoeming van eene Commissie uit de Letterkundige Afdeeling. 456.

WESTON-ELEMENT (Over de oorzaak der onregelmatigheden van het). 252.

WILCOX (E. V.). Verzoek om beantwoording van verschillende vragen betreffende vivisectie. 413.

WIND (C. H.). Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij FRESNEL'sche buigings-verschijnselen en over de buiging van X-stralen. 79.

— Over de dispersie der magnetische draaiing van het polarisatievlak. 92.

**Wiskunde.** Aanbieding door den Heer KORTEWEG van eene verhandeling: „Over zekere trillingen van hoogere orde van abnormale intensiteit (relatietrillingen) bij mechanismen met meerdere graden van vrijheid." 3.

— Mededeeling van den Heer W. KAPTEYN: „Over eenige bepaalde integralen". 329.

— Mededeeling van den Heer SCHOUTE: „Over focaalkrommen en focaaloppervlakken". 404.

— Mededeeling van den Heer JAN DE VRIES: „Over eenige groepen van cirkels." 418.

— Mededeeling van den Heer KLUYVER: „Over de binomiale ontwikkeling". 421.

— Mededeeling van den Heer KORTEWEG, namens den Heer W. A. WIJTHOFF: „Een stelsel bewerkingen in de ruimte van vier afmetingen analoog met HAMILTON's quaternions". 520.

WISSELINGH (C. VAN). Over den nucleolus van Spirogyra. 303.

WYHE (J. W. VAN). Een automatisch injectietoestel bij het gebruik der massa van TEICHMANN. 371.

WIJTHOFF (W. A.). Een stelsel bewerkingen in de ruimte van vier afmetingen analoog met HAMILTON's quaternions. 520.

X-STRALEN (Over den invloed van de afmetingen der lichtbron bij FRESNEL'sche buigingsverschijnselen en over de buiging van). 79.

IJZERCHLORIDE (Over salmiak en). 250.

ZALM (Over de levenswijze van den). 176.

ZEEMAN (P.). Een experiment over de zoogenaamde anomale voortplanting van golven. 11.

— Over doubletten en tripletten in het spectrum, teweeggebracht door uitwendige magnetische krachten. 13. 99. 260.

— Metingen over stralingsverschijnselen in het magnetisch veld. 408.

ZILVERBIOXYDE (Over het peroxy-salpeterzuurzilver en een) (4e verhandeling). 226.

ZONNESTELSEL (Over de snelheid, waarmede het) zich verplaatst in de ruimte, en de gemiddelde parallax der sterren van verschillende grootte. 238.

ZWAVEL (Onderzoekingen over het moleculairgewicht van de) volgens de kookpuntsmethode. 481. Verslag hierover. 489.

ZWAVELZUUR (De werking van verdund) op de aliphatische nitraminen en op hunne isomeren. 491.

ZWERFBLOKKEN (De sedimentaire) van Kloosterholt (Heiligerlee). 448.